

Faculté des Sciences Interactions Fondamentales en Physique et en Astrophysique

La matière noire et le signal leptonique de PAMELA

Pol Mollitor

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de Master en Sciences Physiques

PROMOTEUR : JEAN-RENÉ CUDELL

Année académique 2010-2011



Faculté des Sciences Interactions Fondamentales en Physique et en Astrophysique

La matière noire et le signal leptonique de PAMELA

Pol Mollitor

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de Master en Sciences Physiques

PROMOTEUR : JEAN-RENÉ CUDELL

Année académique 2010-2011

Remerciements

J'exprime toute ma gratitude aux professeurs de l'Université de Liège qui m'ont guidé au long de mes études et qui m'ont fait avancer. En particulier, je remercie mon promoteur de mémoire, Monsieur Jean-René Cudell, pour ses nombreux conseils pendant la durée de ce mémoire et pour toutes ses corrections apportées lors de la lecture.

Table des matières

Ι	Matière noire : Indications	1
1	Introduction 1.1 Le paramètre de Hubble et le paramètre d'échelle	3 3 4 5
2	Motivations 2.1 Preuves dans les galaxies	6 7 7 9 9 13 15
3	Candidats éventuels et détection 3.1 Les neutrinos 3.2 Les axions 3.3 Les WIMPs 3.4 Détection directe et indirecte	17 17 18 18 19
II	L'expérience PAMELA	23
4	PAMELA 4.1 Buts scientifiques	25 26 29 31 32 39

II	I Supersymétrie	43	
5	La Supersymétrie5.1Introduction à la Supersymétrie5.2La parité R5.3Le neutralino et sa section efficace d'annihilation5.4Les contraintes de PAMELA	45 45 47 49 60	
IV	7 Conclusion	62	
6	Conclusion	63	
\mathbf{A}	Calcul des traces [1]	64	
в	Détails des calculs	66	
С	C L'effet d'amplification de Sommerfeld		

Première partie Matière noire : Indications

Chapitre 1 Introduction

Avant d'entamer la discussion sur la matière noire, il semble important d'introduire le mémoire en parlant des fondements de la cosmologie moderne et d'en dériver quelques notions qui seront utiles par après. Le premier chapitre posera le cadre dans lequel le concept de la matière noire s'est développé.

1.1 Le paramètre de Hubble et le paramètre d'échelle

En 1929, Hubble étudiait les spectres de galaxies lointaines et il découvrit que tous ces spectres électromagnétiques sont décalés vers le rouge, et que ce décalage augmente en fonction de la distance r de l'étoile. Son interprétation était que ces spectres seraient décalés par effet Doppler et Hubble se mit à mesurer la vitesse v avec laquelle les galaxies s'éloignent. Dans ce cas, la longueur d'onde λ augmente et devient λ' par la relation

$$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = \lambda \left(1+z\right) \tag{1.1}$$

où $\beta = v/c$ et le redshift est défini comme $z = \Delta \lambda / \lambda$. Hubble découvrait une relation linéaire entre v et r

$$v = H_0 r \tag{1.2}$$

où H_0 est appelé la constante de Hubble actuelle. De nos jours, des mesures précises pour des redshifts très grands ont permis de déterminer plus exactement H_0 et la valeur se situe autour de 72 km s⁻¹Mpc⁻¹ [2]. L'interprétation contemporaine diffère de celle de Hubble : on considère que la fuite apparente des galaxies provient de l'expansion de l'Univers. Le paramètre de Hubble H en indique le taux d'expansion. D'ailleurs, il n'est même pas constant au cours du temps et il semble qu'aujourd'hui, l'Univers est entré dans une phase où son expansion est accélérée. Si on néglige cette dépendance temporelle, on peut calculer l'inverse de H_0 qui a la dimension d'un temps

$$t_{H_0} = \frac{1}{H_0} = 14 \text{ milliards d'années}$$
(1.3)

 t_{H_0} est appelé le temps de Hubble et donne l'âge de l'univers si son expansion avait été constante.

La distance d'une galaxie à la terre dépend de l'époque et est donc intimement liée à l'évolution de l'univers. En introduisant le paramètre d'échelle $R(t)^{1}$, on peut déduire cette distance à toute époque

$$\frac{r(t)}{R(t)} = \frac{r_0}{R(0)} \Rightarrow r(t) = R(t)r0$$

en choisissant arbitrairement R(0) = 1. r_0 est alors la distance actuelle qui sépare la terre de la galaxie considérée. La lumière émis à une certaine époque est aussi concernée par l'évolution de $R(t) : \frac{\lambda}{R(t)} = \lambda'$ ce qui donne $R(t) = \frac{1}{1+z}$. Le paramètre d'échelle est donc en relation directe avec le redshift observé. Maintenant, on peut définir correctement le paramètre de Hubble à toute époque en posant

$$\dot{R}(t) = H(t)R(t) \tag{1.4}$$

1.2 L'équation de Friedmann

L'évolution de l'Univers est décrite théoriquement par les équations de la Relativité Générale. Une solution communément acceptée à ces équations est celle de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, qui considère que l'Univers est homogène et isotrope et que la matière et le rayonnement se comportent comme un fluide sans frottements. Ces hypothèses complétées par le postulat de la conservation de l'énergie sont suffisantes pour fixer la forme de l'équation proposée comme solution. Elle prend la forme suivante

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho_{\text{total}}}{3} - \frac{Kc^2}{R^2}$$
(1.5)

où R = R(t) est le paramètre d'échelle, $\rho_{\text{total}} = \rho_{\text{M}} + \rho_{\text{R}} + \rho_{\Delta}$ est la densité totale en énergie de la matière, du rayonnement et du vide, G désigne la constante gravitationnelle de Newton. Le terme $\frac{Kc^2}{R^2}$ apparaît comme constante d'intégration et caractérise la courbure de l'espace-temps. Suivant la valeur de K, l'univers prend des géométries différentes (ici, on pose $\rho_{\Delta} = 0$) :

- Si K < 0, alors on parle courbure négative. Admettant que $\rho = A/R^3$, on trouve que $\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \frac{A}{R^3} \frac{Kc^2}{R^2} \approx \frac{Kc^2}{R^2}$ pour R >>. \dot{R} tend alors vers la vitesse de la lumière.
- Si K > 0, alors l'espace est courbé positivement. R atteindra le maximum $\frac{8\pi G}{3} \frac{A}{c^2}$.
- Si K = 0, on parle d'un univers plat. Il est en expansion à perpétuité et \dot{R} tend vers 0.

^{1.} Si on associe l'univers à un réseau qui est le support de la matière existante, le paramètre d'échelle R(t) décrit l'évolution de celui-ci. On a vu que ce réseau s'agrandit au cours du temps et ceci donne naissance au phénomène de la fuite des galaxies.

1.3 Cosmologie Λ CDM

Définissons la densité critique comme étant égale à

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi G} H_0^2$$
(1.6)
(= 5,1 GeV/m³)

En effet, divisant l'équation de Friedmann par la densité critique, on obtient

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} = 1 + \frac{Kc^2}{H_0^2}$$
(1.7)

 Ω est appelé « paramètre de fermeture ». De l'équation (1.7), on voit que la courbure de l'Univers est déterminée par son contenu en énergie : si sa densité énergétique est égale à la densité critique, alors notre univers est plat. Si ceci n'est pas le cas et que $K \neq 0$, on peut exprimer le terme de courbure comme $\Omega_k = \frac{\rho_k}{\rho_c} = -Kc^2/H_0^2$. En associant une notation similaire aux autres sources d'énergies, on trouve que $\Omega_M + \Omega_R + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1$.

Différentes données expérimentales ont permis de déterminer ces différents paramètres et il vaut la peine de jeter un coup d'oeil sur les éléments et leur proportions respectives qui figurent dans l'univers. Préalablement, remarquons que $\Omega_R = 5 \cdot 10^{-5}$ et peut être négligé par rapport à Ω_M .

1. Pour la matière baryonique visible qui est contenue dans les astres, les gaz ou les poussières, on trouve que

$$\Omega_{visible} \approx 0,01\tag{1.8}$$

2. Calculée à partir des modèles de nucléosynthèse, toute la matière baryonique, visible ou invisible, contribue à

$$\Omega_{M,B} \approx 0,05\tag{1.9}$$

3. L'univers a encore d'autres constituants. Des indices pointent vers l'existence d'une matière noire non-baryonique qui couvrent

$$\Omega_M \approx 0,30\tag{1.10}$$

dont environ 70% serait de la matière noire froide et 30% de la matière noire chaude. On y reviendra dans le chapitre 3.

4. D'autres données indiquent qu'il existe une énergie du vide qui contribuerait

$$\Omega_{\Lambda} \approx 0,70\tag{1.11}$$

Notre univers serait donc approximativement plat.

Pourquoi une majorité de physiciens croient-ils à l'existence d'une particule qui, jusqu'à présent, reste invisible? La physique n'est-elle pas prétentieuse quand elle affirme pouvoir décrire le développement de l'Univers par ce moyen insolite, notamment la matière noire? N'a-t-elle pas subi une infiltration d'un orgeuil parfois trop séduisant? La section suivante présente des éléments du savoir actuel qui vont faire rétrécir les soupçons éventuels du lecteur. Des faits indéniables proviennent des galaxies et des simulations actuelles, favorisant notamment les interprétations via une matière sombre.

Chapitre 2

Motivations

De nos jours, les indications favorisant l'existence d'une matière noire sont devenues écrasantes. Les premières preuves de l'existence de la matière noire ont été découvertes dans les années 30 du 20^e siècle, mais ce n'est que dans les années 80 que les astrophysiciens se sont convaincus que la majorité de la masse dans les galaxies n'interagit pas électromagnétiquement et, par conséquent, est invisible.

1930	Découverte de la dispersion des vitesses des amas \approx
	1000 km/s
1970	Découverte que les courbes de rotations des galaxies
	sont plates
1980	Astrophysiciens convaincus que la matière noire lie les
	amas et les galaxies
1980-83	Matière noire chaude (Hot Dark Matter) favorisée
1982-84	Théorie de la matière noire froide (Cold Dark Matter)
	proposée
1992	Découverte des fluctuations CMB (Cosmic microwave
	background) comme prédit par ΛCDM
1998	Données expérimentales en accord avec l'existence de
	l'énergie noire
2000	$\Lambda {\rm CDM}$ est le modèle reconnu en cosmologie
2003	Des prédictions de Λ CDM sont confirmées par WMAP
	et LSS
Futur	Découverte des particules de matière noire
proche?	

TABLE 2.1 – Bref aperçu historique [3]

Dans la suite, nous résumons les découvertes les plus importantes qui, au cours des 80 dernières années, ont suggéré l'existence de la matière noire.

2.1 Preuves dans les galaxies

2.1.1 Étoiles proche du disque galactque

Une première indication pour un manque de matière au sein des galaxies était trouvée par l'astronome hollandais Jan Hendrik Oort en 1932. Son analyse des mouvements verticaux d'étoiles proches du disque galactique lui permit de calculer l'accélération de la matière [4]. En définissant une température des étoiles au sein du gaz galactique à partir de leur densité et de leur distribution des vitesses, il put obtenir le potentiel gravifique. Cependant, ce potentiel était trop faible pour lier les étoiles au disque de manière durable : la galaxie devrait perdre peu à peu des étoiles. Puisqu'elle a l'air d'être stable, il doit y avoir de la matière cachée. L'idée qu'il s'agirait de matière nonbaryonique n'était pas encore à la portée de la physique de l'époque (le neutron venait d'être découvert).

2.1.2 Profil de la densité de matière

Historiquement, c'est à Fritz Zwicky que revient la découverte d'un deuxième indice favorisant l'existence de la matière noire. Il considérait que les étoiles dans une galaxie ou bien les galaxies dans un amas tournent sur des orbites et n'interagissent que par voie gravifique. Supposons qu'il y a N objets de masse moyenne m se déplaçant à vitesse orbitale moyenne v. L'énergie cinétique totale du système est

$$E = \frac{1}{2}Nmv^2 \tag{2.1}$$

Si la distance moyenne entre deux objets est
r, l'énergie potentiel entre $N\left(N-1\right)/2$ pairs est

$$U = -\frac{1}{2}N(N-1)\frac{Gm^2}{r}$$
(2.2)

Le théorème du viriel stipule [5] que pour un tel système

$$E = -\frac{U}{2} \tag{2.3}$$

La masse totale M peut être estimée si on connaît v et r

$$M = Nm = \frac{2rv^2}{G} \tag{2.4}$$

Zwicky mesurait les vitesses radiales des galaxies dans l'amas de Coma et leur distance radiale correspondante et arrivait à une valeur pour la masse beaucoup trop grande comparée à ce qu'on voyait en réalité (La luminosité de l'amas serait bien plus élevée). Il proposa donc que la plus grande partie de la matière manquante soit sombre, conclusion qui n'était pas partagée par la communauté scientifique de l'époque. La figure 2.1 reprend l'exemple de l'amas de Coma réévalué dans un travail récent [6].



FIGURE 2.1 – Densité des composantes de matière endéans un rayon, donné en Mpc [6].



FIGURE 2.2 – Représentation schématisée d'une galaxie spirale qui contient la bulle centrale, le disque galactique et un possible halo de matière noire.

Zwicky trouvait des vitesses de rotation environ 10 fois plus grandes que celles auxquelles il s'attendait. Pour retenir les galaxies, il devrait donc y avoir de la matière qui n'interagit pas électromagnétiquement. Aujourd'hui on sait que la matière visible ne représente qu'un petit pourcentage de la masse totale des galaxies. Dans des systèmes viriels très grands comme l'amas de Coma, 85% de la masse totale provient de la matière noire, 14% du milieu interstellaire et seulement 1% des étoiles.

2.1.3 Les courbes de rotation de galaxies spirales

Pour des systèmes en rotation qui n'interagissent que par gravitation, on a que

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GM(r)m}{r^2}$$
$$\Rightarrow v^2 = \frac{GM(r)}{r}$$
(2.5)

où *m* est la masse de l'objet tournant, *v* sa vitesse, *r* sa position par rapport au centre de rotation, *G* la constante gravitationnelle, et $M = \int_0^r \rho(r) 4\pi r dr$ la masse totale contenue dans la sphère de volume πr^2 .

Si on suppose que $\rho(r) = \rho_0 = \text{constante}$, $M = \rho_0 \pi r^2$ et $v \propto \sqrt{r}$ pour $r < r_0$, πr_0^2 étant le volume de la bulle centrale de la galaxie (voir figure 2.2).

Pour $r > r_0$, $M = \rho_0 \pi r_0^2$ et $v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$. Cette diminution de v en fonction $\frac{1}{\sqrt{r}}$ n'est cependant pas observée, mais on constate que $v \approx$ constante à grande distance. Sur la figure 2.3 sont représentées les courbes de rotations pour onze galaxies différentes. On constate qu'à petit rayon, la composante matière est dominante alors que, afin d'expliquer la vitesse constante pour des rayons de rotation plus grands, il s'impose d'introduire une "composante sombre".

2.2 Lentilles gravitationnelles

Avec les lentilles gravitationnelles, on dispose d'un outil précieux qui renseigne sur la quantité et la masse de la matière noire dans les amas.

En Relativité Générale, la trajectoire des photons est déviée par un objet massif. S'ils passent près d'un point massif M à une distance minimale b, l'angle de déviation est [8]

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2b} \tag{2.6}$$

Supposons que S soit la source d'un signal et que le rayonnement électromagnétique, pour arriver à un observateur situé en O, doive passer près d'un objet massif en L qui le dévie d'un angle α comme la Relativité Générale le prédit. Schématisé sur la figure 2.4, le système est en effet analogue à un système optique de lentilles et constitue ce qu'on appelle une « lentille gravitationnelle ». De la figure 2.4, on déduit que

$$\alpha D_{LS} = D_S \left(\theta_1 - \theta_S \right)$$



FIGURE 2.3 – Plusieures courbes de rotation pour différentes galaxies [7], la composante « matière »étant représentée par la courbe pointillée et la composante de matière noire par la courbe en tirets, $\langle M_I \rangle$ étant la luminosité des différentes galaxies. Les vitesses et les rayons sont normalisés afin de pouvoir les comparer.

Ainsi, en utilisant la relation (2.6), on obtient

$$\theta_{S} = \theta_{1} - \frac{4GM}{bc^{2}} \frac{D_{LS}}{D_{S}} = \theta_{1} - \frac{4GM}{c^{2}} \frac{D_{LS}}{D_{S}D_{L}} \frac{1}{\theta_{1}}$$
(2.7)



FIGURE 2.4 – Les deux images S1 et S2 d'une source S formés par un objet massif en L

Dans le cas collinéaire, $\theta_S = 0$. On peut alors écrire

$$\theta_1 = \theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_S D_L}} \tag{2.8}$$

où θ_E est l'angle dit d'« Einstein ». Dans ce cas, l'image observée est un cercle centré sur la ligne de vision étroite, appelé l'axe optique. Pour un angle $\theta_S \neq 0$ fini, l'observateur voit deux images situées dans le plan qui contient aussi la lentille gravitationnelle et écartées respectivement des angles

$$\theta_{1,2} = \left(\theta_S \pm \sqrt{\theta_S^2 + 4\theta_E^2}\right)/2 \tag{2.9}$$

Puisque les lentilles gravitationnelles réelles ne sont pas des masses ponctuelles comme le suppose le calcul ci-dessus mais ont par contre une extension spatiale, on observe en pratique de multiples images. Les lentilles gravitationnelles ont été observées une première fois en examinant le rayonnement qui provient des quasars, objets très éloignés de notre galaxie et puissants émetteurs d'ondes électromagnétiques. En analysant leurs signaux, il est possible de déduire la masse de galaxies ou d'amas de galaxies qu'ils croisent en venant vers la terre. Ainsi, on est capable d'estimer la densité de masse totale de l'univers qui indique que $\Omega_M \approx 0, 30$ [9] comme il a été suggéré dans le chapitre 1. **MACHOs et microlentilles** S'il n'est pas possible de produire des images par la méthode des lentilles gravitationelles, il peut toutefois apparaître un effet amplificateur de l'intensité du signal observé, ce qu'on appelle un événement de « microlentilles ». Une lentille massive L assimilée à un point se déplace avec une vitesse v suivant une direction normale par rapport au plan défini par l'observateur en O, la distance minimale de passage de la lentille en A et la position apparente de la source en S'. Toutes les



FIGURE 2.5 – Une lentille massive L se déplaçant à la vitesse v perpendiculairement au plan défini par l'observateur en O, la distance minimale de passage de la lentille en A et la position apparente de la source en S'.

grandeurs physiques sont mesurées dans le référentiel de l'observateur. θ_S est l'angle formé par le segment $L\hat{O}S'$ et varie en fonction du temps. Si la lentille se trouve en A, θ_S est minimum. De la figure 2.5, on identifie le triangle rectangle LAS' qui nous donne $LS'^2 = AS'^2 + AL^2$ où $LS' = D_L\theta_S$, $AS' = D_L\theta_S(min)$ et AL = vt. En divisant par $(D_L\theta_E)$ et avec $x = \frac{\theta_S}{\theta_E}$, on obtient

$$x^{2} = x_{min}^{2} + \left(\frac{vt}{D_{L}\theta_{E}}\right)^{2} = x_{min}^{2} + \frac{t^{2}}{T^{2}}$$
(2.10)

avec $T = D_L \theta_E / v$. Pour la suite, il sera utile de manipuler l'équation (2.9) et on obtient $\frac{\theta_{1,2}}{\theta_E} = \frac{1}{2} \left(x \pm \sqrt{x^2 + 4} \right)$. Le grossissement est défini comme suit

$$G = \frac{d\Omega}{d\Omega_S} = \frac{\sin\theta d\theta}{\sin\theta_S d\theta_S} \approx \frac{\theta d\theta}{\theta_S d\theta_S}$$
(2.11)

Le grossissement pour chaque image est obtenu en calculant

$$G_{1,2} = \frac{\theta_{1,2}/\theta_E}{\theta_S/\theta_E} \frac{d(\theta_{1,2}/\theta_E)}{dx} = \frac{1 + \frac{x^2}{2} \pm x\sqrt{1 + \frac{x^2}{4}}}{2x\sqrt{1 + \frac{x^2}{4}}}$$
(2.12)

En additionnant les grossissements des deux images, on obtient le grossissement total

Grossissement
$$G = G_1 + G_2 = \frac{1 + \frac{x^2}{2}}{x\sqrt{1 + \frac{x^2}{4}}}$$
 (2.13)

Si $\theta_S(t) \to \theta_S^{min}$, alors $x(t) \to x^{min}$. Ainsi, si la microlentille est très éloignée du plan défini par OAS', x est très grand et $G \to 1$. Par contre, si elle se trouve en A, $x(t) \to x^{min} \ll 1$ et $G \cong \frac{1}{x^{min}}$.

La matière noire qui apparaît sous la forme de microlentilles est appelée MACHO (Massive Astrophysical Compact Halo Objects). Typiquement, leur masse est comprise entre 0,001 - 0,1 masses solaires. Jusqu'à présent, plusieures centaines de MACHOs ont été observés [10], par exemple à cause du fait qu'ils amplifient la lumière des étoiles situées dans le Grand Nuage de Magellan.

$\mathbf{2.3}$ Rayonnement fossile (Cosmic microwave backgroundradiation : CMB)

Découvert en 1964, le rayonnement fossile (CMB) est un des arguments les plus convaincants en faveur du modèle du Big Bang. Présent depuis les phases les plus chaudes de l'Univers jeune, il s'est refroidi avec l'expansion de l'Univers et, aujourd'hui, il est assimilé au rayonnement d'un corps noir d'une température de 2,726 Kelvin. Remplissant tout l'univers, ce rayonnement microonde omniprésent renseigne sur les conditions à l'instant du découplage entre radiation et matière qui a eu lieu environ 300000 années après le Big Bang. Plus exactement, il semble prometteur d'investiguer les fluctuations du CMB et les corrélations entre deux points séparés d'un angle θ . Mesurons la déviation $\Delta T(\vec{n})$ par rapport à la température movenne T selon une direction spécifiée par le vecteur directeur \vec{n} , et comparons la mesure à $\Delta T(\vec{m})$ prise selon \vec{m} . La corrélation entre ces deux points est donnée par la moyenne [11]

$$C(\theta) = \left\langle \left(\frac{\Delta T(\vec{n})}{T}\right) \left(\frac{\Delta T(\vec{m})}{T}\right) \right\rangle \text{ with } \vec{n} \cdot \vec{m} = \cos(\theta)$$
$$= (1/4\pi) \sum_{l} (2l+1) C_l P_l(\cos(\theta)) \tag{2.14}$$

Dans la seconde ligne, $C(\theta)$ est développé par une somme de polynômes de Legendre $P_l(\cos(\theta))$, l étant un entier. Les coefficients C_l traduisent le spectre des fluctuations qui dépend entres autres du spectre initial des fluctuations de la densité, du rapport photons-baryons, de la constante de Hubble et aussi de la quantité de matière noire. En effet, les polynômes de Legendre $P_l(\cos(\theta))$ dans (2.14) oscillent en fonction de θ et ils possèdent l zéros entre 0 et π , approximativement espacés de [11]

$$\Delta \theta \approx \frac{\pi}{l} \approx \frac{200^{\circ}}{l} \tag{2.15}$$

Il est possible de montrer que l'horizon acoustique, c'est-à-dire la frontière des régions qui étaient causalement connectées juste avant que la matière ne se découple des photons, fait aujourd'hui un angle d'approximativement 1°. De (2.15), on peut conclure que les fluctuations intéressantes apparaissent pour l > 100.

Revenons au fluide primordial dans lequel matière et photons sont encore couplés. Supposons qu'il soit perturbé et qu'on puisse considérer cette perturbation comme une superposition de différents modes avec des longueurs d'onde particulières. Il est naturel d'admettre que cette longueur d'onde excède le taille de l'horizon à cause de l'inflation¹. Alors, l'amplitude de ce mode de la perturbation est figée : il n'y plus de connection causale entre les crêtes et les creux de l'onde. Au cours du temps, la longueur d'onde va évoluer avec le paramètre d'échelle de l'Univers et va entrer dans l'horizon acoustique. L'amplitude de ce mode va se mettre à osciller et former une **onde acoustique stationnaire** dans le fluide. Puisqu'il y a plusieurs longueurs d'ondes et phases d'oscillation, on obtient une série de pics acoustiques et on peut retracer leur amplitude en fonction de lsur ce qu'on appelle un temperature power spectrum. Sur la figure 2.6 sont représentés les mesures prises par l'expérience Boomerang². Le premier pic pour $l \approx 200$ correspond au mode qui vient de rentrer dans l'horizon et qui n'oscille qu'une seule fois. Le deuxième pic correspond à un mode d'une longueur d'onde plus courte qui oscille deux fois, et ainsi de suite pour les autres pics. La position du premier pic donne des informations sur la densité totale Ω de l'Univers, ce qui équivaut à déterminer la courbure K vu que $\Omega_K = 1 - \Omega$. Répétons que si un univers plat possède un angle d'horizon d'à peu près 1°, le premier pic se trouve autour de $l \approx 200$ comme en (2.15). La taille du premier pic reflète l'intensité de l'oscillation acoustique, d'où l'on peut tirer des conclusions sur le

^{1.} Le modèle de l'inflation décrit la croissance exponentielle de l'univers pendant un certain intervalle de temps après le Big Bang et résout principalement les problèmes de l'horizon et de la platitude (« Horizon and flatness problems »).

^{2.} L'expérience BOOMERANG consistait en plusieurs détecteurs de haute résolution angulaire amenés en haute atmosphère par un ballon et a été réalisée en Antarctique en 1998 [12]



FIGURE 2.6 – Amplitude observée du pic acoustique dans le rayonnement cosmique en fonction de l [12]

rapport matière-photons : une densité baryonique plus grande va renforcer l'attraction gravifique et donc amplifier l'amplitude d'oscillation alors qu'une plus grande densité de photons exerce une pression qui s'y oppose et tend à faire disparaître les anisotropies. À partir de la position et de l'intensité des autres pics, il est possible de déduire des implications pour d'autres paramètres. Les données WMAP receuillies pendant 7 ans [2] ont servi de cette manière à estimer les densités des différents composantes de matière présentes dans l'Univers et en connaissant la constante de Hubble H, on trouve que, comme il a été déjà annoncé au chapitre 1, $\Omega_b = 0,0455 \pm 0,0028$ et que $\Omega_{DM} = 0,228 \pm 0,027$, où les barres d'erreurs représentent les intervalles de confiance de 68%.

2.4 Collision de galaxies

Une preuve empirique immédiate de l'existence de matière noire provient de deux galaxies qui sont entrées en contact et ont commencé à s'entremêler [13]. L'amas fusionnant nommé 1E0657-558 (z=0.296) (amas du boulet) a été étudié par le biais de la technique du microlentillage (section 2.2) et il a été possible de créer des « cartes gravitationelles »qui tracent les distributions des potentiels de gravitation de l'amas. En effet, le potentiel gravitationnel ne suit pas la distribution du plasma (principale composante baryonique) qui émet des rayons X, et on trouve que le centre de la masse totale est décalé spatialement du pic de la masse baryonique avec un écart significatif de 8σ . La figure 2.7 en illustre les résultats.



FIGURE 2.7 – L'amas fusionnant 1E0657-558[13]. Le tiret blanc représente 200 kpc à l'échelle de la figure.

Les lignes en vert représentent les grandissements croissants créés par les microlentilles avec, au centre, les intervalles de confiance de 68.8%, 95.5%, et 99.7% respectivement. En couleur sont représentés les distributions de la masse baryonique visible, les régions plus/moins dense étant claires/bleues. L'amas fournit ainsi des résultats qui ne dépendent pas d'un modèle cosmologique particulier et constitue par ce fait un argument fort en faveur de la matière noire.

Ceci conclut la liste des observations qui, selon l'auteur, justifient l'hypothèse de l'existence d'une matière supplémentaire non visible dans l'univers. L'inventaire de ce mémoire ne prétend bien-sûr pas d'être exhaustif. L'auteur a par contre choisi d'exposer les faits qui paraissent être, à ses yeux, les plus convaincants.

Chapitre 3 Candidats éventuels et détection

Dans les sections précédentes, on a montré pourquoi la cosmologie moderne a adopté une vision de l'Univers incluant la matière noire. Ce chapitre va enchaîner et raisonner dans la même logique, tout en effectuant maintenant un changement de perspective : c'est la physique des particules qui soulèvera la question de la nature de la matière noire.

3.1 Les neutrinos

Une hypothèse raisonnable est de dire que la matière noire est constituée de particules qui furent créées à une époque très chaude de l'univers encore jeune et qui sont assez stables pour avoir survécu jusqu'à la nôtre. À des températures très élevées, neutrinos et antineutrinos, électrons et positons ainsi que les photons pouvaient se convertir les uns dans les autres et la réaction suivante était en équilibre :

$$\gamma \Leftrightarrow e^- + e^+ \Leftrightarrow \nu_i + \bar{\nu}_i \tag{3.1}$$

où i = e, μ, τ désigne les trois familles connues de neutrinos. Au fur et à mesure que l'univers s'agrandissait, sa température chutait et à k $T \approx 3$ MeV [8] les neutrinos se découplaient, c'est-à-dire ils n'interagissaient plus ni avec les photons, ni avec les particules leptoniques et depuis, ils évoluent indépendemment. De manière similaire au rayonnement de fond cosmologique qui résultait du découplage des photons de toute autre matière, il existerait donc un ensemble de neutrinos emplissant tout l'univers. Un calcul élémentaire de cosmologie prédit que ce champ a une température de 1,95 Kelvin et que la densité en neutrinos est égale à 113 cm⁻³ par famille de neutrinos [8]. À partir de ce résultat, notons que la densité totale de neutrinos serait égale à la densité critique (voir 1.2) si la somme des masses des trois générations était [8]

$$\sum_{e,\mu,\tau} m_{\nu}c^2 = 47 \text{ eV}$$
(3.2)

Ces neutrinos avec des masses de quelques electrovolts pourraient contribuer significativement à la densité de la matière noire. Leur grand avantage par rapport à des particules spéculatives est qu'on peut être sûr qu'ils existent. Cependant, des résultats provenant d'expériences qui scrutent l'oscillation des neutrinos indiquent que la différence de leurs masses serait petite. Dans ce cas, la somme de leur masse est bien plus petite que 47 eV. Une autre incohérence provient du fait qu'au moment du découplage, les neutrinos étaient des particules relativistes et constituent ainsi de la matière noire « chaude » (HDM : Hot Dark Matter). Des simulations recréant des structures à grande échelle [3] ont montré que la matière noire ne peut se composer que de 30 % de HDT au maximum et qu'il faut un autre candidat responsable des 70% de la matière noire froide (CDM : Cold Dark Matter).

3.2 Les axions

L'axion est une particule pseudoscalaire très légère introduite pour garantir l'absence de violation CP en chromodynamique quantique (QCD). Puisque leur durée de vie est proportionnelle à $1/m_a^5$ [11], il faut que $m_a < 10$ eV pour assurer que leur durée de vie soit supérieure à l'âge de l'univers [14]. Si on veut atteindre une densité d'énergie comparable à la densité critique, il faut même restreindre la masse de l'axion à l'intervalle $10^{-6} - 10^{-3}$ eV. L'axion contribuerait à la matière noire froide puisque son couplage gravitationnel est infime. Bien qu'on puisse reprocher une certaine lourdeur à ce candidat éventuel, il ne doit pas être exclu des considérations théoriques avant qu'un autre mécanisme ne se révèle plus convaincant.

3.3 Les WIMPs

Une hypothèse¹ très populaire est celle des particules massives interagissant faiblement (WIMPs : *Weakly Interacting Massive Particles*), qui posséderaient des vitesses non-relativistes au moment du découplage et qui contribueraient donc à la matière noire froide. Le découplage se produit quand le taux d'annihilation des WIMPs tombe endessous du taux d'expansion de l'espace-temps, c'est-à-dire

$$N\left\langle \sigma v\right\rangle \le H\tag{3.3}$$

où N est la desité des WIMPs, v la vitesse relative de la particule et de l'antiparticule, σ est la section efficace d'annihilation entre WIMP et anti-WIMP, H étant le paramètre de Hubble au moment du découplage. On remarque que la densité des WIMPs se comporte comme l'inverse de la section efficace : des interactions plus faibles entraînent un découplage antérieur et, par conséquent, des densités plus élevées et une contribution plus importante au paramètre de fermeture. Vu que les WIMPs sont massifs et nonrelativistes, M >> T où M désigne la masse du WIMP et T sa température en unité énergétique. La densité N(T) est alors donnée par une loi de Boltzmann

$$N(T) = \left(\frac{(MT)^{3/2}}{2\pi}\right) \exp\left(-\frac{M}{T}\right)$$
(3.4)

^{1.} Dans cette section, on travaille en unités naturelles : $\hbar = k = c = 1$.

La valeur exact de la section efficace n'est bien-sûr pas connue, mais on peut supposer qu'il s'agit du même ordre de grandeur que celle des interactions faibles : $\langle \sigma v \rangle \approx G_F^2 M^2$. Sachant que H est déterminé par la relation $H = 1,66g^{*1/2}T^2/M_{PL}$ [14] (g^{*} étant le nombre de degrés de liberté possibles, c'est-à-dire le nombre de bosons et de fermions) dans un univers dominé par la radiation et en insérant (3.4) dans (3.3), on trouve que

$$(MT)^{3/2} \exp\left(-\frac{M}{T}\right) G_F^2 M^2 \le \frac{fT^2}{M_{PL}}$$

$$(3.5)$$

où f comprend les constantes numériques et est de l'ordre de 10^2 . En résolvant cette équation numériquement au moment du découplage, on constate que P = M/T varie peu : P = 20 pour M = 1 GeV jusqu'à P = 30 pour M = 100 GeV. Il est donc justifé de traiter P dans la suite comme une constante ≈ 25 . Revenons à (3.3). Si la température d'aujourd'hui est $T_0 = 2,73$ K, la densité des WIMPs N(0) sera [11]

$$N(0) \propto \frac{\left(T_0/T\right)^3 \left(T^2/M_{PL}\right)}{\langle \sigma v \rangle} \tag{3.6}$$

La densité énergétique des WIMP correspondante est

$$\rho_{WIMP} = MN(0) \approx \frac{PT_0^3}{M_{PL} \langle \sigma v \rangle} \approx \frac{6 \cdot 10^{-31}}{\langle \sigma v \rangle} \text{GeV}s^{-1}$$
(3.7)

Nous arrivons au paramètre de fermeture en divisant par la densité critique $\rho_c=3H_0c^2/8\pi G\approx 5\cdot 10^{-6}~{\rm GeV~cm^{-3}}$

$$\Omega = \frac{\rho_{WIMP}}{\rho_c} \approx \frac{10^{-25}}{\langle \sigma v \rangle} \text{cm}^3 s^{-1}$$
(3.8)

Pour une section efficace donnée, le paramètre de fermeture est indépendant de la masse du WIMP, à quelques corrections près dues à la dépendance légère de P en M. De $\frac{1}{2}Mv^2 = 3T/2$, on peut déduire la vitesse des WIMPs au moment du découplage v/c = $(3P)^{1/2} \approx 0,3$. On conclut qu'une section efficace d'annihilation de l'ordre de 10^{-35} cm² entraînerait un paramètre de fermeture de l'ordre de l'unité.

Après avoir discuté les implications sur la section efficace d'annihilaion des WIMPs, il conviendrait de spéculer sur la nature des WIMPs dont on peut se douter que leur masse se trouve entre quelques dizaines de GeV et quelques TeV. Pour ceci, il est légitime de consulter des théories qui vont au-delà du modèle standart en physique. La théorie de la Superymétrie notamment dispose de particules-candidates très prometteuses pour les WIMPs et sera discutée dans la partie III.

3.4 Détection directe et indirecte

Après avoir discuté des conséquences de l'existence des WIMPs, on peut s'interroger sur la détectabilité d'une telle particule. En effet, on peut imaginer deux possibilités : la détection directe via la diffusion du WIMP dans le détecteur ou la détection indirecte où l'on s'intéresse aux particules produites lors de l'annihilation des WIMPs par exemple dans le halo de la galaxie ou encore dans le centre du Soleil ou de la Terre où les WIMPs sont susceptibles de s'accumuler à cause de la gravitation. Des expériences comme ATIC, HESS, PAMELA ou FERMI [15] ont récemment fourni des résultats qui pourraient s'expliquer par l'annihilation des WIMPs. Chaque expérience, et de manière plus significative PAMELA et FERMI, ont pu confirmer un excès de leptons dans le spectre des rayons cosmques par rapport aux modèles conventionnels. Dans ce mémoire, on détaillera (partie II) la technologie et les découvertes de PAMELA. Il est prévu que FERMI livrera au cours de l'année 2011 de nouvelles données qui donneront accès à des statistiques plus précises.

Dans le cas de la détection directe, plusieurs méthodes peuvent être envisagées afin de détecter la collision entre le WIMP et les atomes du détecteur via l'énergie de recul de ces derniers [16]. L'énergie de recul de l'atome percuté se transforme en énergie de vibration sous la forme de phonons. Ceux-ci peuvent être détectés au moyen d'un détecteur cryogène refroidi à de basses températures. L'impulsion du phonon crée localement une augmentation de la température qui est mesurable. Cependant, les phonons se propagent lentement et il peut être difficile de les isoler du bruit de fond. Une autre possibilité est de regarder si le WIMP ionise les atomes du détecteur. L'ionisation provoquée peut être enregistrée par un matériau semi-conducteur (Ge ou Si), qui a une excellente sensibilité pour des énergies de recul de l'ordre du keV, ou bien par un détecteur à scintillation comme du NaI ou du Xe liquide. Le tableau 3.3 montre plusieures expériences en cours ou en planification avec leur mode de fonctionnement et leur cible de recherche.

Il y a plusieurs manières de distinguer le signal provenant des WIMPs du bruit de fond causé par la radioactivité naturelle ou par d'autres particules issues des rayons cosmiques. Par exemple, le spectre d'énergie et le nombre d'événements dépendra du nombre atomique ou encore du spin du noyau du matériau détecteur utilisé. Le fait que les électrons issus des interactions des rayons cosmiques ou de la radioactivité déclenchent une impulsion plus marquée que les reculs nucléaires de même énergie peut servir à écarter ces faux événements. De la même manière, on peut distinguer les énergies transmises par les phonons provoqués par l'ionisation par le WIMP et l'ionisation par des électrons.



FIGURE 3.1 – L'expérience DAMA : Modulation annuelle de 5 % des événements de 2 à 6 keV avec un intervalle de confiance de 2 écarts-types.

En pratique, l'énergie de recul causée par la diffusion des WIMPs devrait varier au cours de l'année. En fait, vu que notre système solaire se déplace avec une vitesse de 200 km/s et que le soleil orbite autour du soleil avec une vitesse de 30 km/s, le flux de WIMPs n'est pas constant. Il est maximal en été et minimal en hiver, ce que l'expérience DAMA a pu confirmer. Ayant comme coeur un détecteur de NaI de 100 kg, elle a détecté une modification saisonale de 5 % des événements de 2 à 6 keV avec un intervalle de confiance de 2 écarts-types. Jusqu'à présent, c'est la seule expérience qui ait détecté un signal dont on pense qu'il provienne de la diffusion des WIMPs. D'autres expériences comme EDELWEISS [17] composée d'un détecteur cryogène Ge ou ZEPLIN qui utilise du Xe liquide [18] n'ont pas pu mettre en évidence l'existence des WIMPs; on a établi ainsi de fortes limites envers les interactions des WIMPs. La limite qui est actuellement (avril 2011) la plus précise provient des résultats de l'expérience XENON100 [19] qui excluent des sections efficaces de la collision élastique WIMP-nucléon indépendante du spin au-dessus de 7×10^{-45} cm² pour une masse des WIMPs de 50 GeV à un degré de confiance de 90 %. D'ailleurs, ces résultats sont en contradiction avec l'interprétation des résultats de DAMA, comme on peut le constater sur la figure 3.2.



FIGURE 3.2 – La section efficace de la collision élastique WIMP-nucléon indépendante du spin en fonction de masse du WIMP m_{χ} . La nouvelle limite de XENON100 à un degré de confiance de 90 % est donnée par la courbe bleue, la région ombrée représente les intervalles 1 σ respectivement 2 σ . Les limites de XENON100 de 2010 (courbe noir), de EDELWEISS (courbe orange, en pointillés), et CDMS (courbe orange, en tirets) sont également données. Les prévisions de CMSSM sont représentées en noir ombré (avec les intervalles de confiance de 68% and 95%), ainsi que les régions (de degré de confiance de 90 %) favorisées par CoGeNT (vert) et DAMA (rouge foncé)

Experiment	Location	Readout (γ, φ, q)	Т (К)	M (kg)	Target	Search Dates
	Boulby	V	300	50	Nal	2001_2005
	Gran Sasso	Y V	300	87	Nal	1005_2002
	Gran Sasso	Y V	300	233	Nal	2003-2002
	Canfranc	Y	300	200	Nal	2000-2005
	Canfranc	Y V	300	100	Nal	2000-2000
KIMS	Vanavana	Y	300	35	Cel	2011-
KIMS	Vangyang	Ŷ	300	104	<u></u> ୯ ଶ	2000-2007
	Soudan	Y (D) Cl	< 1	104	Si	2000-
CDMST	Souuan	Ψ, Υ	~ 1	3	G	2001-2008
SuperCDMS	Soudan	(h. c)	- 1	12	Ge	2001-2008
SuperCDMS		φ, q	~ 1	120	Ge	2010-2012
		φ, q (ρ, q	~ 1	120	Ge	2013-2010
	Modano	φ, q (ρ, q	~ 1	1200	Ge	2017-
	Modane	φ, q (ρ, q	~ 1	1	Ge	2000-2004
CDESST II	Gran Sacco	φ, q (0, γ	~ 1	4		2005-
	Modano	ψ, γ (0, α	~ 1	50		2000-
LUKLUA	woulde	ψ, ϥ	~ 1	50	CaWO	2012-2017
	Puetrol	ψ, γ Threshold	200	0.2		2012-2017
	Sudbury	Threshold	200	0.2	Freen	1999-
COURD	Ecrmilab	Threshold	200	2	Freen	2001-
	Formilab	Threshold	200	<u>ح</u> ۵0	Freen	2004-2009
	Kuo Shong		300	0.02	FI EOII	2010-
	Chicago	d'bb d'bb	77	0.02	Ge	2000-
COGENT	Soudon	q, pp	77	0.3	Ge	2005-
	Soutian	d'bb d'bb	77	0.3	Ge	2006-
	Boulby	y, pp	150	7		2011-
	Sonford	γ, q γ , q	150	100		2004-
	Komioko	γ, q	150	100	LXe	2010-
X IVI A SS	Kamioke	γ, q	150	100		2002-2004
		γ, q	150	100	LXe	2010-
	Gran Sasso	γ, q	150	5		2005-2007
	Gran Sasso	γ, q	100	50	LAC	2009-
	Gran Sasso	γ, q	00	140		2005-2007
		γ,q v, a	00	140		2010-
		γ,q	80	850	LAr	2009-
	SNULAB	Ŷ	80	150		2008-
	SNULAB	Ŷ	00	1000	LAr	2012-
	SNULAB	γ Direction	00	0.47	LAT	2013-
	Boulby	Direction	300	0.17	CS2	2002-2005
	BOUIDY Komiska	Direction	300	0.34		2005-
NEWAGE	r amioka	Direction	300	0.01		2008– 2000
	Saciay	Direction	300	0.01	many	∠UUb- 2007
DWIFC		Direction	300	0.01	UF4	2007-

FIGURE 3.3 – Plusieurs expériences actuelles qui envisagent la détection directe de la diffusion du WIMP [16]. Il est précisé si l'expérience détecte de la lumière de scintillation (γ) , des phonons (ϕ) , de l'ionisation (q) ou une autre forme d'énergie.

Deuxième partie L'expérience PAMELA

Chapitre 4 PAMELA

Depuis sa découverte il y a à peu près cent ans, le rayonnement cosmique a suscité l'intérêt des physiciens. Sa composition et les spectres d'énergies des différents constituants continuent d'être des cibles de recherche de première incidence et sont loins d'être démystifiés. L'ampleur de données statistiquement fiables est évidente pour la recherche autour la matière noire ou encore le taux d'antimatière dans l'univers. La collaboration WIZARD, qui avait déjà de longues années d'expériences dans l'étude des rayons cosmiques, s'alliait en 1993 à plusieures institutions russes afin de former le programme RIM (Russian Italian Mission). Cette collaboration concevait et mettait au point le projet *PAMELA (a Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics)* qui, mis en orbite en juin 2006, nous approvisionne depuis avec de riches données sur les antiparticules dans les rayons cosmiques.

4.1 Buts scientifiques

PAMELA a été conçu pour mesurer avec une précision jamais atteinte les composants des rayons cosmiques. Son orbite elliptique permet d'étudier les particules d'origine galactique et héliosphérique et les particules qui sont piégées dans le champ magnétique terrestre. Les performances de PAMELA sont résumées dans le tableau 4.1 : l'instrument est capable de mesurer un large spectre d'énergie d'électrons et de positons, de protons et d'anti-protons ainsi que de guetter la présence d'anti-noyaux. En effet, les spectres des antiparticules pourraient fournir des indices qui pointent vers une nouvelle physique, puisqu'elles peuvent provenir de sources exotiques comme des trous noirs primordiaux ou encore résulter de l'annihilation des WIMPs. Dans ce dernier cas, on observerait un excès d'antiparticules qui s'ajouterait au bruit de fond des particules secondaires produites lors de l'interaction des rayons cosmiques avec le milieu interstellaire¹. Les données disponibles avant PAMELA étaient principalement apportées par des expériences qui étaient amenées au-dessus de l'atmosphère terrestre par des ballons (comme les expériences HEAT [21] et BESS [22]) ou par le Space Shuttle (expérience AMS-01 [23]). Les

^{1.} Le modèle théorique qui prédisait en 1998 ce bruit de fond de particules secondaires peut être consulté en [20].

Particule	bande d'énergie
Antiprotons	80 MeV-190 GeV
Positrons	50 MeV- 300 GeV
Électrons	Jusqu'à 500 GeV
Protons	Jusqu'à 700 GeV
Électrons et positrons	Jusqu'à 1 TeV (du calorimètre)
Noyaux légers (He/Be/C)	Jusqu'à 200 GeV par noyau
Antinoyau	sensibilité de $3\cdot 10^{-8}$ pour anti-He/He

TABLE 4.1 – Les performances de PAMELA

mesures ont permis d'écarter les hypothèses d'un excès d'antiprotons et de la présence de l'antihélium. PAMELA peut se joindre à ces tentatives pionnières et améliorer par le biais de statistiques significatives notre connaissance des rayons cosmiques. Les données collectées serviront dans la suite à restreindre le modèle des WIMPs possibles et à démystifier peut-être la matière noire.

À côté de cet objectif primaire, le montage instrumental est utile afin d'élucider encore d'autres points. Apte à détecter des noyaux jusqu'à un nombre de nucléons Z=8, il est possible de tester les modèles de propagation des rayons cosmiques. D'ailleurs, le grand intervalle de temps pendant lequel PAMELA fonctionnera permet d'étudier les particules à basse énergie (jusqu'à 50 MeV) et de raffiner notre connaissance de l'impact de l'activité solaire. Finalement, puisque l'orbite du satellite couvre une grande partie de la magnétosphère de la terre, une étude des effets de la radiation incidente sera envisagée. Une liste plus précise des buts scientifiques de PAMELA se trouve en [24].

4.2 PAMELA : Détecteur

L'instrumentation de PAMELA comprend plusieurs sous-détecteurs, arrangés du haut vers le bas comme représenté sur la figure 4.1 dans l'ordre suivant :

- un système "temps-de-vol" (TOF,(S1,S2,S3));
- un système anti-coïncidence (CARD,CAT,CAS);
- un spectromètre magnétique;
- un calorimètre électromagnétique;
- un détecteur scintillateur (S4);
- un détecteur de neutrons.

Le système TOF est composé de 6 couches de scintillateurs en plastiques regroupés en trois plans dédoublés (S1, S2 et S3). Déclenchant rapidement l'enregistrement de données, il mesure le TOF et l'énergie déposée (dE/dx) des particules qui traversent le détecteur. La résolution du TOF de 300 ps permet de distinguer e^- (respectivement e^+) de $\bar{p}(p)$ jusqu'à 1 GeV c⁻¹.

Le coeur de PAMELA est formé par un spectromètre magnétique, composé d'un aimant permanent de 0,43 Tesla et d'un système responsable de détecter les particules (tracking system). Ce dernier est constitué de 6 plans équidistants, chacun composé de deux faces


FIGURE 4.1 – Représentation schématique de PAMELA [25]. Le détecteur a une hauteur d'environ 1,3 m, sa masse est de 470 kg et il cosomme en moyenne 350 W. Les lignes magnétiques à l'intérieur du spectromètre sont dirigées selon la direction y. La valeur moyenne du champ électrique est 0,43 T.

de détecteurs en silicium de surface frontale de $5, 3 \times 7, 0 \text{ cm}^2$ et d'une épaisseur de 100 μ m. Chacun des 6 détecteurs fournit donc indépendemment deux coordonnées d'impact. Le facteur géométrique de PAMELA est de 21,5 cm²sr. Le spectromètre mesure la rigidité (l'impulsion divisée par la charge) des particules chargées et le signe de leur charge électrique par le sens de leur déviation dans le champ magnétique. En vol, la résolution spatiale est égale à 3 μ m ce qui revient à une rigidité maximale au-dessus de 1 TV.

Les pertes d'ionisations sont répertoriées dans les détecteurs à scintillation du système TOF, dans les détecteurs en silicium du système de traçage (tracking system) et dans la première couche en silicium du calorimètre. Ainsi, il est possible de déterminer la charge des particules détectées jusqu'à un nombre atomique Z=8.

Afin d'éviter de faux événements déclencheurs et des événements multiparticules engendrés par des particules secondaires à l'intérieur de PAMELA, le spectromètre est entouré d'un scintillateur protecteur en plastique. Un système anticoïncidence installé autour des couches de détection du TOF et du spectromètre contribue en plus à identifier et à écarter ces événements multiparticules.

Le calorimètre est composé de 44 plaques en silicium monofaces (chacune comprend 9 détecteurs de 8×8 cm² de surface et d'une épaisseur de 380 μ m) intercalées entre 22 plaques absorbeur en tungstène. La tâche principale du calorimètre repose dans la sélection des e⁺ et \bar{p} du signal de fond des e⁻ et p respectivement. Couplé à la mesure de la perte d'énergie des particules dans chaque plaque en silicium, le calorimètre, grâce à sa subdivision longitudinale et transversale, est un instrument puissant afin de distinguer les gerbes électromagnétiques des hadrons qui interagissent ou non.

Un système scintillateur en plastique suit le calorimètre et contribue à identifier les électrons à haute énergie. La dernière composante de PAMELA est un détecteur de neutrons. Celui-ci est formé de 36 compteurs proportionnels ³He, entouré par du polyéthylène enduit lui-même d'une fine couche de cadmium. En détectant un surplus de neutrons produit lors des gerbes hadroniques comparé aux gerbes électromagnétiques dans le calorimètre, le détecteur de neutrons est complémentaire à ce dernier dans sa capacité de distinction entre électrons et protons. D'ailleurs le calorimètre combiné au détecteur à neutrons peut opérer dans un mode auto-déclenchant et mesurer la composante leptonique jusqu'à 1 TeV.

L'appareillage a été installé à l'intérieur d'une capsule à pression constante qui a été monté sur un satellite du type Russian Resurs DK1. Ce satellite fut envoyé le 15 juin 2006 sur une orbite semi-polaire (70°) elliptique (350-610 km). Il est prévu que l'expérience dure jusqu'à la fin de 2011. La moyenne avec laquelle l'expérience est déclenchée est de 25 Hz, allant d'environ 20 Hz dans les régions équatoriales jusqu'à 30 Hz aux pôles. Via plusieures connections par jour, les données quotidiennes sont transférées à une station située au Research Center for Earth Operative Monitoring à Moscou en Russie qui les transmet aux différentes institutions associées à PAMELA pour l'analyse scientifique.

4.3 Analyse de données

L'identification des particules par PAMELA se fait via la détermination de leur rigidité dans le spectromètre et de leurs propriétés de perte d'énergie ainsi que de la topologie des interactions dans le calorimètre. Un logiciel de simulation créé à partir de données d'accélérateurs de particules a confirmé la méthodologie des analyses de données de PAMELA. Sur la figure 4.2 est représentée une particule de ≈ 29 GeV et de charge négative avec une interaction hadronique dans le calorimètre, qu'on associe à un antiproton. La figure 4.3 montre le signal d'une particule de ≈ 92 GeV et de charge positive avec, dans le calorimètre, une gerbe électromagnétique typique pour un positon. La différence des deux signaux dans le calorimètre électromagnétique et le détecteur de neutrons sont bien visible dans les deux cas.



FIGURE 4.2 – L'événement montre un antiproton de 29 GeV qui interagit dans le calorimètre [25]. À gauche, on a retracé la trajectoire de la particule à partir des données de PAMELA. À droite est representé la même trajectoire mais d'une autre perspectitve (pivotée de 90°). Une vue plane sur PAMELA se trouve au centre.

Une source responsable du bruit de fond est la contamination par des particules (angl : Spillover), c'est-à-dire si on ajoute des protons à l'échantillon des antiprotons et des électrons aux positrons. Ceci provient d'une erreur dans la détermination de la charge de la particule, due à une marge d'erreur intrinsèque à la mesure de la déflection



FIGURE 4.3 – L'événement montre un positron de 92 GeV qui interagit dans le calorimètre [25]. À gauche, on a retracé la trajectoire de la particule à partir des données de PAMELA. À droite est representé la même trajectoire mais d'une autre perspectitve (pivotée de 90°). Une vue plane sur PAMELA se trouve au centre.

dans le calorimètre. Une conséquence est la limitation de la rigidité maximale mesurable. Un bruit de fond supplémentaire naît quand on se trompe dans la nature des particules de même charge, c'est-à-dire quand on confond des électrons avec des antiprotons ou bien des protons avec des positons.

4.4 Fraction pp

Afin d'obtenir une mesure exacte des antiprotons, il a fallu limiter le spillover au maximum. Plusieurs critères ont été élaborés pour garantir une mesure de qualité. En contemplant la figure 4.4 qui représente la distribution de la déflections (1/rigidité) des particules de charge positive et négative qui ne produisaient pas de douche électromagnétique dans le calorimètre, il paraît évident de pouvoir distinguer entre des particules de charges négatives et des protons. Les électrons dans l'échantillon des antiprotons



FIGURE 4.4 – Distribution de déflection reconstruite par une procédure d'ajustement pour des particules de charge négative et positive qui ne produit pas de gerbe électromagnétique dans le calorimètre [25]. L'histogramme ombré correspond aux antiprotons sélectionnés.

peuvent être enlevés en considérant la topologie des interactions dans le calorimètre. Les gerbes électromagnétiques sont facilement repérables à cause de la distinction faite par le calorimètre entre trajectoire longitudinale et transversale et des mesures de dE/dx dans les plaques silicium. Ainsi, on considère que la contamination en électrons dans l'échantillon est négligeable sur toute la gamme d'énergie. Les différentes sections efficaces des protons et antiprotons ainsi qu'une contamination éventuelle par des pions

provenant des interactions entre rayonnements cosmiques et l'appareillage de PAMELA ont été étudiées en se basant sur des simulations et des données recueillies en vol. Une analyse plus détaillée se trouve en [26].



FIGURE 4.5 – Le flux \bar{p}/p mesuré par PAMELA [27] comparé aux résultats d'autres expériences et aux prédictions théoriques pour une production d'antiprotons purement secondaire par des rayons cosmiques. La courbe en tirets et la courbe pointillée donnent des limites théoriques pour la production secondaire (références en [28] et [29]). La courbe continue en noir donne la prédiction pour un modèle de diffusion simple [30].

Le rapport \bar{p}/p mesuré est donnée sur la figure 4.5. Les résultats y sont comparés avec les prédictions théoriques qui ne tiennent compte que des productions secondaires d'antiprotons par des rayons cosmiques. La valeur du rapport augmente de 10^{-5} pour une énergie d'approximativement 1 GeV et redescend finalement après avoir atteint 10^{-4} pour une énergie de 10 GeV. Les résultats de PAMELA sont d'ailleurs en excellent accord avec les données d'autres expériences.

4.5 Fraction eē

La composante des électrons et positons peut facilement être filtrée du reste des rayons cosmiques en combinant les informations des différents détecteurs de PAMELA. Pour mesurer le taux de positons, la plus grande source de bruit de fond provient d'une mauvaise identification des électrons et des protons. La contamination par des électrons a été évitée en imposant des règles très strictes au niveau de la sélection des signaux qui entrent dans l'échantillon, comme il a été fait pour la fraction \bar{p}/p . La limite du spillover des positons était estimée à partir de données receuillies en vol et de simulations numériques et fut testée par des accélérateurs de particules, de manière que l'approximation

de 300 GeV est justifié.

Le signal des protons est beaucoup plus puissant que celui des positons. Le rapport e^+/p augmente de 10³ à 1 GeV jusqu'à environ 10⁴ à 100 GeV. Il faut donc un système performant afin de mesurer les positons et d'estimer le bruit de fond de protons de manière précise.

Le calorimètre a une profondeur de 16,3 longueurs de radiation ; le maximum des gerbes électromagnétiques des électrons et des positons est donc contenu dans la gamme d'énergie intéressante. Par contre, la majorité des protons va traverser le calorimètre en agissant comme des particules légèrement ionisantes ou en interagissant plus profondément dans le calorimètre.



FIGURE 4.6 – La fraction d'énergie du calorimètre déposée à l'intérieur d'un cylindre de diamètre de 0,6 rayon Molière en fonction de la déflection. Les couleurs indiquent le nombre d'événements dans chaque canal, le bleu correspondant à peu et le rouge à quelques dizaines.

Un premier pas dans l'analyse de données consiste en la sélection d'événements de charge absolue égale à 1 et d'événements qui produisent des gerbes électromagnétiques dans la première couche de tungstène du calorimètre. Ensuite, il est nécessaire que les mesures de l'impulsion prises par le système de traçage et par le calorimètre soient cohérentes. Sur la figure 4.6, l'énergie déposée dans le calorimètre endéans un cylindre d'environ 0,6 rayons de Molière² est représentée en fonction de la déflection. L'identification des particules fut calibrée à rejeter 99,9 % des protons et à sélectionner 95 % des électrons ou positons. Les électrons de déflection négative sont facilement repérables sur le graphique. Leur fraction d'énergie est distribuée entre 0,4 et 0,7. Sur la partie de

^{2.} Un rayon de Molière est le rayon qui contient 90% de l'énergie de la gerbe.

déflection positive, on observe deux régions : Une région similaire à celle des électrons qui correspond aux positons et une région plus largement distribuée qui correspond aux protons résiduels.

Cette méthode pour caractériser les particules fut confirmée par les pertes d'énergies mesurées dans le spectromètre et les informations qui proviennent du détecteur de neutrons : le nombre de neutrons produit lors des interactions hadroniques dans le calorimètre est plus grand par rapport aux douches électromagnétiques, surtout pour des énergies supérieures à 10 GeV. La figure 4.7 montre la distribution de la fraction d'énergie des événements sélectionnés dans la gamme d'énergie 20-28 GeV causés par des particules de charge négative (à gauche, en haut) et positive (à gauche, en bas). Définissant e^-, e^+ et p comme sur le graphique, on peut faire correspondre les signaux des neutrons, ce qui est donné à droite de 4.7. La distribution des neutrons correspondante aux positrons est semblable à celle des électrons, mais elle diffère de celle correspondante aux protons. Une différence légère entre positons et électrons peut provenir de la contamination en protons résiduels. De manière similaire, les différentes densités et plusieurs effets logarithmiques des pertes d'énergies dans les détecteurs en silicium du spectromètre donnent des distribuions dE/dx différentes pour les électrons et les protons d'énergies 15-20 GeV. Ces distributions pour des particules de charge positive et négative (en haut) ainsi que pour des électrons et des positons (en bas) sont illustrées par la figure 4.8.



FIGURE 4.7 – Côté gauche : Les 2 graphiques montrent la distribution de la fraction d'énergie des particules de charge positive et négative, sélectionnés comme pour la figure 4.6 pour une rigidité de 20-28 GeV. À droite : les deux graphiques donnent la distribution des neutrons créés par des particules de charge positive ou négative qui ont été produites par les gerbes induites dans le calorimètre par les particules montrées à gauche. Les neutrons sont mesurés par le détecteur à neutrons. Électrons/positons sont représentés par des histogrammes bleus; les histogrammes en rouge sont associés aux protons.

Ceci est un test très important, puisque les données du spectromètres sont indépendantes du calorimètre et peuvent servir à confirmer que les protons n'interagissent pas,



FIGURE 4.8 – En haut : Distribution dE/dx du spectromètre normalisé pour des particules de charge négative (bleu) et positive (rouge). En bas : Le même type de diagramme pour des positons (bleu) et des protons (rouge) sélectionnés entre 15 et 20 GeV comme sur la figure 4.7 à gauche en bas.

c'est-à-dire qu'il n'y a pas de production de π^0 dans les couches supérieures du calorimètre. Les pions π^0 se décomposeraient afin de donner deux photons qui pourraient engendrer des gerbes électromagnétiques dans le calorimètre. La méthodologie pour sélectionner des événements a en plus été mise à l'épreuve par des tests de faisceaux de particules menés avant le lancement.

Il faut préciser que d'autres critères portant sur les gerbes électromagnétiques peuvent servir à réduire davantage la contamination en protons. La figure 4.9 montre comment des considérations sur le profil longitudinal pour des événements entre 20 et 28 GeV pour des particules chargées négativement (en haut) ou positivement (en bas) aident à distinguer entre ces particules. Afin de discerner le bruit de fond, on a utilisé uniquement les



FIGURE 4.9 – Distribution de la fraction d'énergie obtenu en se servant du profil longitudinal des douches électromagnétiques pour des événements entre 20 et 28 GeV sélectionnés, les particules chargées négativement/positivement en haut/bas.

données reçues par PAMELA, sans avoir recours à des simulations. Le calorimètre formé par 22 plaques détecteurs en tungstène est divisé en deux parties, qui se recouvrent mutuellement, de la façon suivante : une partie supérieure qui comprend les détecteurs 1-20, et une partie inférieure regroupant les détecteurs 3-22. Un échantillon pratiquement pur fut obtenu dans la partie inférieure en sélectionnant des particules qui n'interagissent pas dans les deux premiers détecteurs (Seulement 2% des positrons de rigidité > 1, 5 GeV remplissent cette condition). Ensuite, la même méthode de sélection présentée plus tôt (à l'exception du profil longitudinal) fut appliqueé aux électrons, à l'échantillon de protons et à toutes les particules Z=1 chargées négativement en n'utilisant que la partie supérieure (détecteurs 1-20) du calorimètre. La procédure fut confirmée par des simulations numériques.

Comme exemple, la fraction d'énergie dans des configurations différentes et pour des énergies 6,1-7,4 GeV et 28-42 GeV est donnée sur les figures 4.10 et 4.11. Les diagrammes



FIGURE 4.10 – Le diagramme a donne la distribution d'énergie pour des particules chargées négativement et de rigidité 6,1-7,4 GeV, sélectionnées comme protons dans la partie supérieure du calorimètre. Le diagramme b donne la même distribution pour des particules de charge positive identifiées comme protons dans la partie inférieure du calorimètre. Le diagramme c représente des particules de charge positive sélectionnées dans la partie supérieure du calorimètre, c'est-à-dire des protons et des positrons.

a, b et c donnent respectivement les distributions pour des électrons, des protons et des positons plus protons. Les distributions a et b sont clairement différentes alors que le diagramme c montre des traits caractéristiques de a et b, ce qui renforce l'hypothèse que les positrons se comportent comme des électrons dans l'échantillon des événements à charge positive.

La fraction en positons est donnée sur la figure 4.12 et elle est contrastée par la courbe



FIGURE 4.11 – Même figure que 4.10, mais pour une rigidité de 28-42 GeV.

qui ne tient compte que de la production de positons secondaires calculée en [20]. On y a encore ajouté les résultats d'autres expériences récentes. En-dessous de 5 GeV, PA-MELA est en accord avec les résultats de l'expérience AESOP, une expérience du type « ballon atmosphérique ». À des énergies plus élevées, les données sont compatibles avec les résultats d'autres expériences, mais, grâce à une statistique améliorée, ils confirment l'excès de positons pour des énergies croissantes.



FIGURE 4.12 – La fraction en positon mesurée par PAMELA. Elle est comparée à la courbe résultant de la production purement secondaire [20] et aux données trouvées par d'autres expériences récentes.

4.6 Explications théoriques

Les résulats de PAMELA sont d'une importance capitale pour la physique des astroparticules. En particulier, ils pointent vers deux constatations : la fraction \bar{p}/p serait en accord avec les prédictions basées sur la production d'antiprotons qui résulte purement des rayons cosmiques, alors que la fraction e^+/e^- requiert une source supplémentaire afin d'expliquer le spectre trouvé. Une explication adéquate peut être envisagée en développant un modèle qui implique la présence de la matière noire, ce qui constituerait une preuve directe de l'existence de celle-ci. Le signal de PAMELA pourrait s'expliquer par l'annihilation ou bien par la désintégration des WIMPs au sein de notre galaxie. Évidemment, l'absence d'un excès d'antiprotons et la présence d'un surplus de positons au-dessus de 10 GeV par rapport à une production purement secondaire contraignent considérablement les paramètres du modèle en question. Il s'agit maintenant de dévoiler l'identité des WIMPs, la quête de particules-candidates est entamée. Dans la section III, on jettera un coup d'oeil au-delà de la physique du Modèle Standart et on verra comment la supersymétrie impliquerait des particules (dans ce mémoire, on intensifie notre intérêt pour un candidat concret dénommé « neutralino ») qui pourraient jouer le rôle de WIMP. Avant de se consacrer à la supersymétrie, il est approprié de considérer d'autres sources possibles du signal leptonique.

Les pulsars Les positons qui apparaissent dans le signal de PAMELA peuvent provenir de la production de paires dans la magnétosphère de pulsars [31]. En effet, bien que ces processus ne soient pas bien connus, on s'attend à ce que les électrons primaires soient accélérés dans ces magnétosphères en suivant les lignes de champ magnétiques et qu'ils émettent ainsi du rayonnement synchrotron de haute énergie, c'est-à-dire du rayonnement gamma. À condition que ce champ magnétique soit très fort, ces rayons gamma produisent des paires d'électrons et de positons. Ces paires sont encore accélérées et retenues dans la nébuleuse du pulsar pendant encore 100000 années avant d'être libérées dans le milieu interstellaire où ils s'ajoutent aux rayons cosmiques. On suppose que les positons ainsi produits font partie de la partie plus énergétique du spectre des rayons cosmiques. Cependant, pendant leur propagation à travers l'univers, ils perdent de l'énergie et on peut estimer que des pulsars éloignés de plus de 1 kpc ne contribuent plus au spectre de positons [32]. La figure 4.13 en montre un exemple. En explorant le



FIGURE 4.13 – Les contributions d'électrons et de positons par le pulsar Geminga. Veuillez consulter [33] pour les détails.

spectre des leptons à très haute énergie, l'expérience FERMI contribuera dans un avenir

proche à confirmer ou bien à écarter l'hypothèse d'une origine du signal dans les pulsars.

La matière noire de Kaluza-Klein Une autre possibilité intriguante apparaît dans le cadre de la théorie de Kaluza-Klein [34]. Il s'agit d'une théorie qui prévoit 5 dimensions spatio-temporelles : aux 4 dimensions habituelles définies par la Relativité Générale s'ajoute une 5^e de très petite taille qui s'enroule sur elle-même. La particule la plus légère qui est stable serait un boson qui peut s'annihiler directement sans facteur de suppression de l'hélicité pour donner des paires e^+e^- . Cependant, la section efficace de l'annihilation est trop basse par rapport aux données suggérées par PAMELA et il faut ajouter un facteur pour l'augmenter ³.

Les neutrinos stériles S'il existe des neutrinos stériles d'une masse de quelques keV qui se mélangent légèrement avec les neutrinos ordinaires, il serait possible d'expliquer plusieurs phénomènes astrophysiques comme les vitesses observées des pulsars [35]. Ces neutrinos stériles auraient été produits dans l'Univers jeune et leur nombre serait tel qu'ils atteindraient aujourd'hui la densité requise par la matière noire.

Ceci conclut la liste des théories alternatives à la supersymétrie présentées dans ce mémoire. Tournons notre attention maintenant vers ce que la supersymétrie peut tirer des données fournies par PAMELA.

^{3.} En anglais, on parle de « Boost factor ». On y reviendra quand on parlera de la section efficace du neutralino dans la section 5.4

Troisième partie Supersymétrie

Chapitre 5

La Supersymétrie

5.1 Introduction à la Supersymétrie

Une transformation de supersymétrie (SUSY) change un état bosonique en un état fermionique, et vice versa. L'opérateur Q qui donne naissance à de telles transformations doit être un spineur qui anticommute, satisfaisant les relations du genre

$$Q |\text{Boson}\rangle = |\text{Fermion}\rangle, \quad Q |\text{Fermion}\rangle = |\text{Boson}\rangle.$$
 (5.1)

Des spineurs sont des objets complexes, et il s'ensuit que Q^{\dagger} (l'hermitien conjugué de Q) est lui aussi générateur de symétrie. Puisque Q et Q^{\dagger} sont des opérateurs fermioniques, ils possèdent un moment angulaire de spin de 1/2. La supersymétrie est donc une symétrie de l'espace-temps. D'après le théorème de Haag-Lopuszanski-Sohnius [36], il est nécessaire pour des théories qui contiennent des fermions chiraux (c'est-à-dire des fermions qui se transforment différemment sous le groupe de jauge selon leur chiralité) que les générateurs Q et Q^{\dagger} satisfont à une algèbre d'anticommutation et de commutation de la forme

$$\left\{Q, Q^{\dagger}\right\} = P^{\mu},\tag{5.2}$$

$$\{Q,Q\} = \left\{Q^{\dagger},Q^{\dagger}\right\} = 0, \tag{5.3}$$

$$[P^{\mu}, Q] = \left[P^{\mu}, Q^{\dagger}\right] = 0.$$
 (5.4)

où P^{μ} est le générateur des translations espace-temps¹.

La théorie supersymétrique peut être construite à partir de représentations non-réductibles, appelées *supermultiplets*. Chaque supermultiplet contient à la fois un fermion et le boson correspondant (ou vice versa), où l'un est le partenaire supersymétrique de l'autre. Vu

^{1.} Dans les relations (5.4), on a négligé un indice supplémentaire qu'on attribue à Q en SUSY. Afin d'éviter de surcharger le mémoire, l'auteur restreint cependant le formalisme supersymétrique à un minimum. Son intention est de fournir le principe et les éléments nécessaires pour la suite. Si le lecteur veut approfondir sa connaissance sur les détails techniques de la supersymétrie, on lui recommande d'utiliser la référence [37]

que $-P^2$ commute avec Q et Q^{\dagger} ainsi qu'avec tous les opérateurs de translation et de rotation de l'espace-temps, il s'ensuit que toutes les particules contenues dans un supermultiplet ont les mêmes valeurs propres de $-P^2$ et donc les mêmes masses².

Les générateurs de SUSY Q et Q^{\dagger} commutent également avec les générateurs des transformations de jauge. Voilà pourquoi les particules du même supermultiplet doivent appartenir à la même représentation du groupe de jauge; elles ont donc la même charge électrique, le même isospin faible et les mêmes degrés de liberté pour la couleur.

Chaque supermultiplet contient le même nombre de degrés de liberté fermioniques que bosoniques : $n_F = n_B$. Une possibilité pour satisfaire à ce critère est de regrouper un fermion de Weyl (qui possède deux états d'hélicité possibles, donc $n_F = 2$) avec deux champs scalaires réels (pour chacun $n_B = 1$). Cette combinaison est appelée supermultiplet chiral ou scalaire. Une autre possibilité imaginable serait un supermultiplet qui contienne un boson vecteur de spin 1. La condition de renormalisabilité exige que ce soit un boson de jauge sans masse, au moins avant la brisure de supersymétrie. Ce boson sans masse de spin 1 a deux hélicités possibles, ce qui fixe le degré de liberté $n_B = 2$. Son partenaire supersymétrique est alors un fermion de Weyl de spin 1/2, de nouveau avec deux hélicités possibles, c'est-à-dire $n_F = 2$. Les bosons de jauge se transforment de la même manière que leur représentation adjointe du groupe de jauge, ce qui est également nécessaire pour leurs partenaires fermioniques, dénommés gauginos. Puisque la représentation adjointe d'un groupe de jauge est toujours son propre conjugué, les fermions gauginos doivent avoir les mêmes propriétés de transformations de jauge pour les composantes d'hélicité gauche ou droite. Cette combinaison d'un gaugino de spin 1/2et d'un boson de jauge de spin 1 est appelé supermultiplet vecteur ou de jauge. Si on inclut la gravité, alors le graviton de spin 2 qui a 2 états d'hélicités possibles $(n_B = 2)$ a un partenaire spin 3/2 appelé gravitino.

Dans le modèle MSSM, chaque particule du modèle standart doit se retrouver dans un supermultiplet chiral ou de jauge, associé à son partenaire supersymétrique correspondant qui a un spin qui diffère de 1/2. Les fermions sont contenus dans des supermultiplets chiraux. Leurs composantes de chiralité gauche se transforment de manière différente que leurs composantes de chiralité droite. Voilà pourquoi celles-ci ont des partenaires SUSY différents. D'un point de vue nomenclature, on ajoute un "s" aux noms des quarks et des leptons : squarks, sleptons...On utilise les mêmes symboles auxquels on ajoute le signe « tilde »au-dessus. Afin d'assurer la cohérence de la brisure électrofaible et l'existence des masses des quarks u et d, la théorie introduit deux supermultiplets de chiralité du Higgs, notés H_u et H_d . Une liste qui résume les supermultiplets du MSSM se trouve dans la table 5.1. Ils sont classifiés selon leurs propriétés de transformation sous les groupes de jauge du Modèle Standart $SU(3)_C$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$. De manière similaire, les bosons de jauge du Modèle Standart doivent résider dans des supermultiplets de jauge. La particule médiateur de la couleur en QCD est le gluon; son partenaire SUSY de spin 1/2 est le gluino. La symétrie de jauge électrofaible $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ est associée aux bosons de spin 1 W^+, W^0, W^- et B^0 , avec les superpartenaires de spin 1/2 $\tilde{W}^+, \tilde{W}^0, \tilde{W}^-$ et \tilde{B}^0 ,

^{2.} À des échelles d'énergies conventionnelles, il faut tenir compte de la brisure de symétrie qui fait que les partenaires SUSY acquièrent des masses différentes.

Noms		Spin 0	Spin $1/2$	$\mathrm{SU}(3)_C,\mathrm{SU}(2)_L,\mathrm{U}(1)_Y$
squarks, quarks	Q	$(\tilde{u}_L \ \tilde{d}_L)$	$(u_L \ d_L)$	$(3,2,\frac{1}{6})$
$(3 \times \text{familles})$	$ \bar{u} $	$ ilde{u}_R^*$	u_R^\dagger	$(\bar{3}, 1, -\frac{2}{3})$
	\bar{d}	$ ilde{d}_R^*$	d_R^\dagger	$(\bar{3}, 1, \frac{1}{3})$
sleptons, leptons	L	$(\tilde{\nu} \ \tilde{e}_L)$	$(\nu \ e_L$	$(1,2,-\frac{1}{2})$
$(3 \times \text{ familles})$	\bar{e}	$ ilde{e}_R^*$	e_R^\dagger	(1,1,1)
Higgs, higgsinos	H_u	$(H_u^+ \ H_u^0)$	$(\tilde{H}_u^+ \ \tilde{H}_u^0$	$(1,2,\frac{1}{2})$
	H_d	$(H_d^0 \ H_d^-)$	$(\tilde{H}^0_d \ \tilde{H}^d)$	$(1,2,-\frac{1}{2})$

TABLE 5.1 – Les supermultiplets de chiralité du MSSM

appelés winos et binos. Après la brisure de symétrie électrofaible, les vecteurs propres de W^0 et de B^0 se mélangent pour donner les vecteurs propres de masse Z^0 et γ . Les mélanges correspondantes de \tilde{W}^0 et \tilde{B}^0 sont appelés zino (\tilde{Z}^0) et photino $(\tilde{\gamma})$. Le tableau 5.2 résume les supermultiplets de jauge qu'on vient d'introduire.

Ceci conclut la phénoménologie introduite par la supersymétrie. Alors qu'encore au-

Noms	Spin $1/2$	Spin 1	$\mathrm{SU}(3)_C,\mathrm{SU}(2)_L,\mathrm{U}(1)_Y$
gluino, gluon	${ ilde g}$	g	(8, 1, 0)
winos, W bosons	$\tilde{W}^{\pm} \tilde{W}^0$	$W^{\pm} W^0$	(1, 3, 0)
bino, B boson	$ ilde{B}^0$	B^0	(1, 1, 0)

TABLE 5.2 – Les supermultiplets de jauge du MSSM

cun des superpartenaires n'a été découvert, la question de la stabilité des sparticules se pose. La section suivante présentera une hypothèse possible, ayant des répercussions importantes pour le lien avec la matière noire.

5.2 La parité R

En supersymétrie, on pourrait imaginer des termes supplémentaires dans le Lagrangien qui sont invariants de jauge et renormalisables [37]. Ces termes violeraient cependant la conservation des nombres baryoniques B et leptoniques L. Si ces interactions existaient réellement, le proton par exemple pourrait se désintégrer pour donner $e^+\pi^0$ ou $\mu^+\pi^0$...Puisque ceci n'est pas observé, il y deux possibilités : l'une consiste à dire que ces termes (légitimes après tout!) sont interdits et d'imposer la conservation de B et L. Plus élégante, la seconde possibilité est de ne plus considérer B et L comme des symétries fondamentales et d'introduire alternativement une nouvelle symétrie qui tient compte de toutes les interactions de MSSM, mais qui interdit de tels processus. Cette symétrie est appelé *parité* R et elle est définie comme suit

$$R = (-)^{3B+L+2s} \tag{5.5}$$

où s est le spin de la particule. Il se trouve que R = +1 pour toutes les particules conventionnelles (à cause du facteur $(-)^{2s}$) et R = -1 pour leurs partenaires supersymétriques. En effet, chaque vertex d'interaction du Lagrangien supersymétrique contient alors un nombre pair de particules R = -1. Ceci a plusieures conséquences importantes :

- Dans des expériences d'accélérateurs de particules, seulement des paires de sparticules peuvent être créées.
- La sparticule la plus légère (LSP : Lightest Supersymmetric Particle) doit être absolument stable.
- La désintégration des autres sparticules doit libérer un nombre impair de LSPs.

Si le LSP est électriquement neutre, il serait un candidat excellent pour la matière noire, pourvu qu'il respecte la condition suivante : il doit être insensible à la force électromagnétique et aux interactions fortes, sinon les LSPs qui avaient survécu au Big Bang se seraient agglomérés pour former des noyaux où la fraction charge/masse serait très exotique.

5.3 Le neutralino et sa section efficace d'annihilation

Comme il a déjà été annoncé, on va développer nos idées dans le cadre de l'extension minimale du Modèle Standart (MSSM : Minimal Supersymetric Standart Model). Les modèles de ce groupe sont tels que seulement le minimum de nouvelles particules est ajouté et que le Lagrangien contient tous les termes qui brisent de manière "soft" la supersymétrie, en conservant CP. Dans ces modèles, il existe quatre neutralinos qui sont des combinaisons linéaires des partenaires supersymétriques du W neutre, de B, et des 2 composantes neutres du boson de Higgs, c'est-à-dire le Z-ino, le photino et deux Higgsinos neutres. On suppose que la parité R est conservée et que le neutralino le plus léger $\tilde{\chi}$ est le LSP, qui serait donc stable. On peut écrire que

$$\tilde{\chi} = Z_{11}\tilde{B} + Z_{12}\tilde{W}^3 + Z_{13}\tilde{H}_1 + Z_{14}\tilde{H}_2 \tag{5.6}$$

où les Z_{ij} sont les éléments de la matrice réelle orthogonale qui diagonalise la matrice de masse du neutralino.

Si $Z_{11} = Z_{22} = 0$, alors $\tilde{\chi}$ est un Higgsino pur; si $Z_{11} = \cos(\theta_w)$, $Z_{12} = \sin(\theta_w)$, alors $\tilde{\chi}$ est un photino pur; si $Z_{11} = -\sin(\theta_w)$, $Z_{12} = \cos(\theta_w)$, alors $\tilde{\chi}$ est un Z-ino pur, θ_w étant l'angle électrofaible. L'hypothèse de la conservation de CP garantit que les Z_{ij} son réels.

Les masses des neutralinos et les Z_{ij} sont complètement déterminés par quatre paramètre : $\tan(\beta)$, μ , M, et M' où $\tan(\beta) = v_2/v_1$ est le quotient des valeurs des champs de Higgs du vide, M et M' sont des paramètres de la brisure « soft »de SUSY et μ est un terme de masse du boson de Higgs supersymétrique. Si on fait l'hypothèse que la théorie est incluse dans une théorie supérieure unifiante, il faut que $M' = \frac{5}{3}M \tan^2(\theta_w)$ et il ne reste plus que 3 paramètres indéterminés.

Pour une masse du neutralino $m_{\tilde{\chi}}$ plus petite que la masse du Z⁰ m_Z , le calcul de l'annihilation du neutralino se fait via les diagrammes de Feynman des figure 5.1. Il y a quatre diagrammes où un slepton est échangé et un diagramme où l'échange se fait via un Z⁰. La règle de Feynman pour le vertex $\tilde{\chi}q\tilde{q}_L$ est $-ig\sqrt{2}(a\epsilon P_R + bP_L)$; la règle de Feynman pour le vertex $\tilde{\chi}q\tilde{q}_R$ est $-ig\sqrt{2}(aP_L - \epsilon cP_R)$; g étant la constante de couplage électrofaible, $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5), P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ et

$$a = m_q d_q / (2m_w)$$

$$b = T_{3L} Z_{j2} - \tan \theta_w (T_{3L} - e_q) Z_{j1}$$

$$c = \tan \theta_w e_q Z_{j1}$$
(5.7)

Ici $d_q = Z_{j3}/\cos\beta$ vaut pour des quarks ou leptons du type « down », $d_q = Z_{j4}/\sin\beta$ pour ceux du type « up », m_q est la masse du quark ou lepton, T_{3L} est l'isospin faible, e_q la charge, $\sin^2\theta_w = 0, 23$, et ϵ est le signe de la valeur propre de la masse du neutralino. Le facteur *a* correspond à un couplage du type Higgsino alors que *b* et *c* correspondent aux couplages photino et Z-ino. La règle de Feynman pour le vertex $Z^0 \tilde{\chi} \tilde{\chi}$ est $(ig/2\cos\theta_w) (Z_{13}^2 - Z_{14}^2) \gamma^{\mu} \gamma_5$ et la règle de Feynman pour le vertex $Z^0 q\bar{q}$ est $(-ig/2\cos\theta_w) \gamma^{\mu} (c_L P_L + c_R P_R)$. Ici, $c_L = T_{3L} - e_q \sin^2 \theta_w$ et $c_R = -e_q \sin^2 \theta_w$.



FIGURE 5.1 – Diagrammes de Feynmann notés M_a , M_b , M_c , M_d et M_Z .

Afin de simplifier les calculs, on va négliger les différences de masses des squarks de chiralité gauche et droite et on égalise $M_{q_L} = M_{q_R} = M_q$. Les règles de calcul des traces sont données dans l'appendice A. Commençons le calcul des différents carrés des éléments de matrices. En sommant ces termes, on obtient $|\mathcal{M}|^2$.

Le premier diagramme de Feynman au carré calculé est représenté sur la figure 5.2. Veuillez le consulter pour les notations des impulsions des différentes particules. Remar-



FIGURE 5.2 – Le diagramme au carré noté $|\mathcal{M}_Z|^2$

quons encore que le propagateur du Z^0 est égal à $\frac{-g_{\alpha\beta} + \frac{k_{\alpha}k_{\beta}}{M_Z^2}}{k^2 - M_Z^2}$. On peut cependant ignorer le terme en $k_{\alpha}k_{\beta}$ à cause du théorème de Ward qui stipule que le courant est conservé et que les termes résultants s'autodétruiront [38]. On a alors :

$$|\mathcal{M}_{Z}|^{2} = \frac{g_{\alpha\beta}g_{\sigma\tau}}{\left((p_{1}+p_{2})^{2}-M_{Z}^{2}\right)^{2}}\mathcal{T}_{1}\mathcal{T}_{2}$$
(5.8)

Calculons séparément \mathcal{T}_1 et \mathcal{T}_2 :

$$\mathcal{T}_{1} = \operatorname{Tr}\left[\frac{ig}{2\cos\theta_{w}}\left(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2}\right)\gamma^{\alpha}\gamma_{5}\left(\gamma \cdot p_{1} + m_{\chi}\right)\right.\\\left.\frac{ig}{2\cos\theta_{w}}\left(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2}\right)\gamma^{\tau}\gamma_{5}\left(\gamma \cdot (-p_{1}) + m_{\chi}\right)\right]\\\left.=\frac{-g^{2}}{4\cos^{2}\theta_{w}}\left(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2}\right)^{2}4\left[p_{1}^{\alpha}p_{2}^{\tau} + p_{1}^{\tau}p_{2}^{\alpha} - p_{1} \cdot p_{2}g^{\alpha\tau} + m_{\chi}^{2}g^{\alpha\tau}\right]$$

 et

$$\begin{split} \mathcal{T}_{2} &= \mathrm{Tr} \Big[\frac{-ig}{\cos\theta_{w}} \gamma^{\beta} (c_{L}P_{L} + c_{R}P_{R}) (\gamma \cdot (-k_{2}) + m_{q}) \frac{-ig}{\cos\theta_{w}} \gamma^{\sigma} (c_{L}P_{L} + c_{R}P_{R}) (\gamma \cdot k_{1} + m_{q}) \Big] \\ &= \frac{-g^{2}}{\cos^{2}\theta_{w}} \mathrm{Tr} \Big[\gamma^{\beta} (c_{L} \frac{1 - \gamma_{5}}{2} + c_{R} \frac{1 + \gamma_{5}}{2}) (\gamma \cdot (-k_{2}) + m_{q}) \gamma^{\sigma} \\ &\quad (c_{L} \frac{1 - \gamma_{5}}{2} + c_{R} \frac{1 + \gamma_{5}}{2}) (\gamma \cdot k_{1} + m_{q}) \Big] \\ &= \frac{-g^{2}}{\cos^{2}\theta_{w}} \frac{1}{4} \mathrm{Tr} \Big[\gamma^{\beta} (c_{L} + c_{R} + \gamma_{5}(c_{R} - c_{L})) (\gamma \cdot (-k_{2}) + m_{q}) \gamma^{\sigma} \\ &\quad (c_{L} + c_{R} + \gamma_{5}(c_{R} - c_{L})) (\gamma \cdot (-k_{2}) + m_{q}) \Big] \\ &= \frac{-g^{2}}{\cos^{2}\theta_{w}} \frac{1}{4} \mathrm{Tr} \Big[\gamma^{\beta} (c_{L} + c_{R} + \gamma_{5}(c_{R} - c_{L})) (\gamma \cdot (-k_{2}) + m_{q}) \\ &\quad (c_{L} + c_{R} + \gamma_{5}(c_{L} - c_{R})) \gamma^{\sigma} (\gamma \cdot k_{1} + m_{q}) \Big] \\ &= \frac{-g^{2}}{\cos^{2}\theta_{w}} \frac{1}{4} \mathrm{Tr} \Big[\gamma^{\beta} (c_{L} + c_{R} + \gamma_{5}(c_{R} - c_{L})) (\gamma \cdot (-k_{2}) + m_{q}) \\ &\quad (c_{L} + c_{R} + \gamma_{5}(c_{R} - c_{L})) (\gamma \cdot (-k_{2}) + m_{q}) \Big] \\ &+ \mathrm{Tr} \Big[\gamma^{\beta} (c_{L} + c_{R} + \gamma_{5}(c_{R} - c_{L})) (c_{L} + c_{R} - \gamma_{5}(c_{L} - c_{R})) m_{q} \gamma^{\sigma} (\gamma \cdot k_{1} + m_{q}) \Big] \Big\} \\ &= \frac{-g^{2}}{\cos^{2}\theta_{w}} \frac{1}{4} \cdot \Big\{ \mathrm{Tr} \Big[\gamma^{\beta} (c_{L} + c_{R})^{2} + (c_{R} - c_{L}^{2}) (\gamma \cdot (-k_{2})) \gamma^{\sigma} (\gamma \cdot k_{1}) \Big] \\ &+ \mathrm{Tr} \Big[\gamma^{\beta} ((c_{L} + c_{R})^{2} + (c_{R} - c_{L}^{2})) (\gamma \cdot (-k_{2})) \gamma^{\sigma} (\gamma \cdot k_{1}) \Big] \\ &+ \mathrm{Tr} \Big[\gamma^{\beta} ((c_{L} + c_{R})^{2} - (c_{R} - c_{L}^{2})) m_{q} \gamma^{\sigma} m_{q} \Big] \Big\} \\ &= \frac{-g^{2}}{\cos^{2}\theta_{w}} \frac{1}{4} \Big\{ \mathrm{Tr} \Big[\gamma^{\beta} 2 \left(c_{L}^{2} + c_{R}^{2} \right) \left[4k_{2}^{\beta}k_{1}^{\sigma} + 4k_{2}^{\beta}k_{1}^{\beta} - 4g^{\beta\sigma}k_{2}k_{1} \Big] + (4c_{L}c_{R}) m_{q}^{2}q^{\beta\sigma}} \Big\} \\ &= \frac{-g^{2}}{\cos^{2}\theta_{w}} \Big\{ \frac{1}{2} \left(c_{L}^{2} + c_{R}^{2} \right) \Big[4k_{2}^{\beta}k_{1}^{\sigma} + 4g^{\beta\sigma}k_{2}k_{1} \Big] - (4c_{L}c_{R}) m_{q}^{2}q^{\beta\sigma}} \Big\} \\ &= \frac{g^{2}}{\cos^{2}\theta_{w}} \Big\{ \frac{1}{2} \left(c_{L}^{2} + c_{R}^{2} \right) \Big[4k_{2}^{\beta}k_{1}^{\sigma} + 4g^{\beta\sigma}k_{2}k_{1} \Big] - (4c_{L}c_{R}) m_{q}^{2}q^{\beta\sigma}} \Big\} \\ \end{aligned}$$

Il faut remarquer qu'on a utiliser le fait que $\epsilon^{\beta\zeta\sigma\rho}k_{\sigma}k_{\rho} = 0$ ou bien $\epsilon^{\beta\zeta\sigma\rho}g_{\sigma\rho} = 0$ (voir appendice A). Ainsi, il est légitime de supprimer les traces qui contiennent 4 matrices γ

et une matrice γ_5 puisque ces traces engendrent des termes en $\epsilon^{\beta\zeta\sigma\rho}$. Revenons à 5.8 :

$$\begin{split} |\mathcal{M}_{Z}|^{2} &= \frac{g^{4} \left(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2}\right)^{2}}{\left(\left(p_{1} + p_{2}\right)^{2} - M_{Z}^{2}\right)^{2} \cos^{4} \theta_{W}} g_{\alpha\beta} g_{\sigma\tau} \left[p_{1}^{\alpha} p_{2}^{\tau} + p_{1}^{\tau} p_{2}^{\alpha} - p_{1} \cdot p_{2} g^{\alpha\tau} + m_{\chi}^{2} g^{\alpha\tau}\right] \\ &= \frac{1}{2} \left(c_{L}^{2} + c_{R}^{2}\right) \left[4k_{2}^{\beta} k_{1}^{\sigma} + 4k_{2}^{\sigma} k_{1}^{\beta} - 4g^{\beta\sigma} k_{2} k_{1}\right] - (4c_{L}c_{R}) m_{q}^{2} g^{\beta\sigma}\right] \\ &= \frac{g^{4} \left(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2}\right)^{2}}{\left(\left(p_{1} + p_{2}\right)^{2} - M_{Z}^{2}\right)^{2} \cos^{4} \theta_{W}} \left[p_{1,\beta} p_{2,\sigma} + p_{1,\sigma} p_{2,\beta} - p_{1} \cdot p_{2} g_{\beta\sigma} + m_{\chi}^{2} g_{\beta\sigma}\right] \\ &= \frac{g^{4} \left(Z_{14}^{2} - Z_{14}^{2}\right)^{2}}{\left(\left(p_{1} + p_{2}\right)^{2} - M_{Z}^{2}\right)^{2} \cos^{4} \theta_{W}} \left\{2\left(c_{L}^{2} + c_{R}^{2}\right)\left(2(p_{1} \cdot k_{2})(p_{1} \cdot k_{2}) + 2(p_{1} \cdot k_{1})(p_{2} \cdot k_{2}) - 2m_{\chi}^{2}(k_{1} \cdot k_{2})\right) + 8c_{L}c_{R} m_{q}^{2}(p_{1} p_{2} - 2m_{\chi})\right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{16g^{4} \left(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2}\right)^{2}}{\left((p_{1} + p_{2})^{2} - M_{Z}^{2}\right)^{2} \cos^{4} \theta_{W}} \left\{\frac{1}{4} \left(c_{L}^{2} + c_{R}^{2}\right)\left((p_{1} \cdot k_{2})(p_{1} \cdot k_{2}) + (p_{1} \cdot k_{1})(p_{2} \cdot k_{2}) - m_{\chi}^{2}(k_{1} \cdot k_{2})\right) + \frac{1}{2}c_{L}c_{R} m_{q}^{2}(p_{1} p_{2} - 2m_{\chi})\right\}$$

Les étappes de ce calcul sont données de manière très détaillée. En effet, le calcul des autres traces se fait de manière similaire. Par soin d'exactitude, l'auteur donne l'expression de départ des différentes traces dans l'appendice B. Les calculs donnent au final :

$$|\mathcal{M}_{a}|^{2} = \frac{16g^{4}}{(M_{\tilde{q}L}^{2} - t)^{2}} \Big\{ (a^{2} + b^{2})^{2} (k_{1}p_{1})(k_{2}p_{2}) + 4a^{2}b^{2}m_{q}^{2}m_{\chi}^{2} \\ + 2m_{q}m_{\chi}ab(a^{2} + b^{2})\epsilon \left[(k_{1}p_{1}) + (k_{2}p_{2}) \right] \Big\}$$
(5.10)

$$|\mathcal{M}_b|^2 = \frac{16g^4}{(M_{\tilde{q}R}^2 - t)^2} \Big\{ (a^2 + c^2)^2 (k_1 p_1) (k_2 p_2) + 4a^2 c^2 m_q^2 m_\chi^2 \\ - 2m_q m_\chi ac(a^2 + c^2) \epsilon \left[(k_1 p_1) + (k_2 p_2) \right] \Big\}$$
(5.11)

$$|\mathcal{M}_{c}|^{2} = \frac{16g^{4}}{(M_{\tilde{q}R}^{2} - u)^{2}} \Big\{ (a^{2} + b^{2})^{2} (k_{1}p_{2})(k_{2}p_{1}) + 4a^{2}b^{2}m_{\chi}^{2}m_{q}^{2} \\ + 2m_{q}m_{\chi}ab(a^{2} + b^{2})\epsilon \left[(k_{1}p_{2}) + (k_{2}p_{1}) \right] \Big\}$$
(5.12)

$$|\mathcal{M}_d|^2 = \frac{16g^4}{(M_{\tilde{q}R}^2 - u)^2} \Big\{ (a^2 + c^2)^2 (k_1 p_2) (k_2 p_1) + 4a^2 c^2 m_q^2 m_\chi^2 \\ - 2m_q m_\chi a c (a^2 + c^2) \epsilon \left[(k_1 p_2) + (k_2 p_1) \right] \Big\}$$
(5.13)

$$|\mathcal{M}_{z}|^{2} = \frac{16g^{4}(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2})^{2}}{\cos^{4}\theta_{w}(m_{Z}^{2} - s)^{2}} \Big\{ \frac{1}{4} (c_{L}^{2} + c_{R}^{2}) \Big[(k_{1}p_{2})(k_{2}p_{1}) + (k_{1}p_{1})(k_{2}p_{2}) - m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2}) \Big] + \frac{1}{2} c_{L} c_{R} m_{q}^{2} \Big[(p_{1}p_{2}) - 2m_{\chi}^{2} \Big] \Big\}$$

$$(5.14)$$

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{a}\mathcal{M}_{b}^{*} = \frac{32g^{4}}{(M_{\tilde{q}L}^{2} - t)(M_{\tilde{q}L}^{2} - t)} \left[a(c-b)(k_{1}p_{1}) + m_{q}m_{\chi}\epsilon(bc-a^{2})\right]$$

$$\left[a(c-b)(k_{2}p_{2}) + m_{q}m_{\chi}\epsilon(bc-a^{2})\right]$$
(5.15)

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{a}\mathcal{M}_{c}^{*} = \frac{16g^{4}}{(M_{\tilde{q}L} - t)(M_{\tilde{q}L} - u)} \left\{ 2a^{2}b^{2} \left[(p_{1}k_{2})(p_{2}k_{1}) + (k_{1}p_{1})(k_{2}p_{2}) - (k_{1}k_{2})(p_{1}p_{2}) + m_{q}^{2}m_{\chi}^{2} + m_{q}^{2}(p_{1}p_{2}) \right] + (a^{4} + b^{4})m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2})$$

$$+ m_{q}m_{\chi}ab\epsilon(a^{2} + b^{2}) \left[(p_{2}k_{1}) + (p_{1}k_{2}) + (p_{1}k_{1}) + (p_{2}k_{2}) \right] \right\}$$
(5.16)

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{a}\mathcal{M}_{d}^{*} = \frac{16g^{4}}{(M_{\tilde{q}L} - t)(M_{\tilde{q}R} - u)} \left(-2a^{2}bc \Big[(p_{1}k_{2})(p_{2}k_{1}) + (k_{1}p_{1})(k_{2}p_{2}) - (k_{1}k_{2})(p_{1}p_{2}) + m_{q}^{2}m_{\chi}^{2} \Big] + a^{2}(b^{2} + c^{2})m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2}) + m_{q}^{2}(a^{4} + b^{2}c^{2})(p_{1}p_{2}) + m_{q}m_{\chi}a\epsilon \Big\{ b(a^{2} + c^{2}) \Big[(p_{2}k_{1}) + (p_{1}k_{2}) \Big] - c(a^{2} + b^{2}) \Big[(p_{1}k_{1}) + (p_{2}k_{2}) \Big] \Big\} \right)$$

$$(5.17)$$

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{b}\mathcal{M}_{c}^{*} = \frac{16g^{4}}{(M_{\tilde{q}R} - t)(M_{\tilde{q}L} - u)} \left(-2a^{2}bc\Big[(p_{1}k_{2})(p_{2}k_{1}) + (k_{1}p_{1})(k_{2}p_{2}) - (k_{1}k_{2})(p_{1}p_{2}) + m_{q}^{2}m_{\chi}^{2} \Big] + a^{2}(b^{2} + c^{2})m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2}) + m_{q}^{2}(a^{4} + b^{2}c^{2})(p_{1}p_{2}) + m_{q}m_{\chi}a\epsilon \left\{ -c(a^{2} + b^{2})\Big[(p_{2}k_{1}) + (p_{1}k_{2})\Big] + b(a^{2} + c^{2})\Big[(p_{1}k_{1}) + (p_{2}k_{2})\Big] \Big\} \right)$$

$$(5.18)$$

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{b}\mathcal{M}_{d}^{*} = \frac{16g^{4}}{(M_{\tilde{q}R} - t)(M_{\tilde{q}R} - u)} \left\{ 2a^{2}c^{2} \Big[(p_{1}k_{2})(p_{2}k_{1}) + (k_{1}p_{1})(k_{2}p_{2}) - (k_{1}k_{2})(p_{1}p_{2}) + m_{q}^{2}m_{\chi}^{2} + m_{q}^{2}(p_{1}p_{2}) \Big] + (a^{4} + c^{4})m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2}) - m_{q}m_{\chi}ac\epsilon(a^{2} + c^{2}) \Big[(p_{2}k_{1}) + (p_{1}k_{2}) + (p_{1}k_{1}) + (p_{2}k_{2}) \Big] \Big\}$$

$$(5.19)$$

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{c}\mathcal{M}_{d}^{*} = \frac{32g^{4}}{(M_{\tilde{q}L}^{2} - u)(M_{\tilde{q}L}^{2} - u)} \left[a(c-b)(k_{1}p_{1}) + m_{q}m_{\chi}\epsilon(bc-a^{2})\right]$$

$$\left[a(c-b)(k_{2}p_{1}) + m_{q}m_{\chi}\epsilon(bc-a^{2})\right]$$
(5.20)

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{a}\mathcal{M}_{z}^{*} = \frac{8g^{4}(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2})}{\cos^{2}\theta_{w}(m_{Z}^{2} - s)(M_{\tilde{q}L}^{2} - t)} \left\{ 2(b^{2}c_{L} - a^{2}c_{R})(k_{1}p_{1})(k_{2}p_{2}) + 2(a^{2}c_{L} - b^{2}c_{R})m_{q}^{2}m_{\chi}^{2} - (a^{2}c_{L} - b^{2}c_{R})m_{q}^{2}(p_{1}p_{2}) - (b^{2}c_{L} - a^{2}c_{R})m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2}) + ab\epsilon m_{q}m_{\chi}(c_{R} - c_{L}) \Big[(p_{1}k_{2}) + (p_{2}k_{1}) - 2(k_{1}p_{1}) - 2(k_{2}p_{2}) \Big] \right\}$$

$$(5.21)$$

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{b}\mathcal{M}_{z}^{*} = \frac{8g^{4}(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2})}{\cos^{2}\theta_{w}(m_{Z}^{2} - s)(M_{\bar{q}R}^{2} - t)} \left\{ 2(a^{2}c_{L} - c^{2}c_{R})(k_{1}p_{1})(k_{2}p_{2}) + 2(c^{2}c_{L} - a^{2}c_{R})m_{q}^{2}m_{\chi}^{2} - (c^{2}c_{L} - a^{2}c_{R})m_{q}^{2}(p_{1}p_{2}) - (a^{2}c_{L} - c^{2}c_{R})m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2}) + ab\epsilon m_{q}m_{\chi}(c_{R} - c_{L}) \Big[-(p_{1}k_{2}) - (p_{2}k_{1}) + 2(k_{1}p_{1}) + 2(k_{2}p_{2}) \Big] \right\}$$

$$(5.22)$$

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{c}\mathcal{M}_{z}^{*} = \frac{8g^{4}(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2})}{\cos^{2}\theta_{w}(m_{Z}^{2} - s)(M_{\tilde{q}L}^{2} - u)} \left\{ 2(a^{2}c_{R} - b^{2}c_{L})(k_{1}p_{2})(k_{2}p_{1}) + 2(b^{2}c_{R} - a^{2}c_{L})m_{q}^{2}m_{\chi}^{2} - (b^{2}c_{R} - a^{2}c_{L})m_{q}^{2}(p_{1}p_{2}) - (a^{2}c_{R} - b^{2}c_{L})m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2}) + ab\epsilon m_{q}m_{\chi}(c_{R} - c_{L}) \left[2(p_{1}k_{2}) + (p_{2}k_{1}) - (k_{1}p_{1}) - (k_{2}p_{2}) \right] \right\}$$

$$(5.23)$$

$$2\operatorname{Re}\mathcal{M}_{d}\mathcal{M}_{z}^{*} = \frac{8g^{2}(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2})}{\cos^{2}\theta_{w}(m_{Z}^{2} - s)(M_{\tilde{q}R}^{2} - u)} \left\{ 2(c^{2}c_{R} - a^{2}c_{L})(k_{1}p_{2})(k_{2}p_{1}) + 2(a^{2}c_{R} - c^{2}c_{L})m_{q}^{2}m_{\chi}^{2} - (a^{2}c_{R} - c^{2}c_{L})m_{q}^{2}(p_{1}p_{2}) - (c^{2}c_{R} - a^{2}c_{L})m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2}) + ac\epsilon m_{q}m_{\chi}(c_{R} - c_{L}) \Big[-2(p_{1}k_{2}) - 2(p_{2}k_{1}) + (k_{1}p_{1}) + (k_{2}p_{2}) \Big] \right\}$$

$$(5.24)$$

En joignant les différents morceaux [39], on trouve que

$$\begin{split} |\mathcal{M}|^{2} &= 16g^{4} \Biggl\{ (u'^{2} + v'^{2}) \Bigl[\frac{(k_{1}p_{1})^{2}}{(M_{q}^{2} - t)^{2}} + \frac{(k_{1}p_{2})^{2}}{(M_{q}^{2} - u)^{2}} - \frac{m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2})}{(M_{q}^{2} - t)(M_{q}^{2} - u)} \Bigr] \\ &+ 2w'^{2} \Bigl[\frac{(k_{1}p_{1})^{2} + m_{q}^{2}m_{\chi}^{2}}{(M_{q}^{2} - t)^{2}} \\ &- \frac{(p_{1}k_{1})^{2} + (p_{1}k_{2})^{2} - (k_{1}k_{2})(p_{1}p_{2}) + m_{q}^{2}m_{\chi}^{2}}{(M_{q}^{2} - u)(M_{q}^{2} - u)} \\ &+ \frac{(k_{1}p_{2})^{2} + m_{q}^{2}m_{\chi}^{2}}{(M_{q}^{2} - t)(M_{q}^{2} - u)} \\ &+ 2u'v' \Bigl[\frac{m_{q}^{2}m_{\chi}^{2}}{(M_{q}^{2} - t)^{2}} + \frac{m_{q}^{2}m_{\chi}^{2}}{(M_{q}^{2} - t)(M_{q}^{2} - u)} - \frac{m_{q}^{2}(p_{1}p_{2})}{(M_{q}^{2} - t)(M_{q}^{2} - u)} \Bigr] \\ &+ 4w'(u' + v')m_{q}m\chi \Bigl[\frac{(k_{1}p_{1})}{(M_{q}^{2} - t)^{2}} + \frac{(k_{1}p_{2})}{(M_{q}^{2} - u)^{2}} \\ &- \frac{(k_{1}p_{1}) + (k_{1}p_{2})}{2(M_{q}^{2} - t)(M_{q}^{2} - u)} \Bigr] \\ &+ \frac{(Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2})^{2}}{(\cos^{4}\theta_{w}(m_{Z}^{2} - s)^{2}} \Biggl\{ \frac{1}{4}(c_{L}^{2} + c_{R}^{2})[(k_{1}p_{1})^{2} + (k_{1}p_{2})^{2} - m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2})] \\ &+ \frac{1}{2}c_{L}c_{R}m_{q}^{2}[(p_{1}p_{2}) - 2m_{\chi}^{2}] \Biggr\} \\ &+ \frac{Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2}}{(m_{Z}^{2} - s)^{2}} \Biggl\{ \Bigl[\frac{(k_{1}p_{1})^{2}}{(M_{q}^{2} - t)} + \frac{(k_{1}p_{2})^{2}}{(M_{q}^{2} - u)} \Bigr] (2v'c_{R} - 2u'c_{L}) \\ &+ \Bigl[\frac{1}{M_{q}^{2} - t} + \frac{1}{M_{q}^{2} - u} \Bigr] \Biggl\{ (u'c_{L} - v'c_{R})m_{\chi}^{2}(k_{1}k_{2}) \\ &+ m_{q}^{2}(u'c_{R} - v'c_{L})[2m_{\chi}^{2} - (p_{1}p_{2})] \Biggr\} \\ &+ 2m_{q}m_{\chi}w'(c_{R} - c_{L}) \Bigl[\frac{2(k_{1}p_{2}) - (k_{1}p_{1})}{M_{q}^{2} - u} + \frac{2(k_{1}p_{1}) - (k_{1}p_{2})}{M_{q}^{2} - t} \Biggr] \Biggr\}$$

où s, t et u sont les variables de Mandelstam, $u' = a^2 + b^2$, $v' = a^2 + c^2$, et $w' = \epsilon a(b-c)$.

Si on intègre (5.25) sur l'angle diffusé [39], on trouve la section efficace d'annihilation :

$$\begin{aligned} \sigma &= \sum_{q} \frac{4}{\pi} G_{F}^{2} c_{q} m_{\chi}^{2} \beta' \Biggl(y'^{4} \Biggl\{ (u'^{2} + v'^{2}) [z^{2} + (a_{1} + r_{1})v^{2}] + 4w'^{2} [1 + (a_{2} + r_{2})v^{2}] \\ &+ 4w'(u' + v')z [1 + (\frac{1}{4}x^{2} + r_{3})v^{2}] + 2u'v'z^{2} [1 + (a_{4} + r_{4})v^{2}] \Biggr\} \\ &+ (Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2})^{2} x'^{4} [\frac{1}{4} (c_{L}^{2} + c_{R}^{2})(z^{2} + a_{1}v^{2}) + \frac{1}{2} c_{L} c_{R} z^{2} (-1 - a_{4}v^{2})] \\ &+ (Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2})x'^{2} y'^{2} \Biggl\{ (v'c_{R} - u'c_{L}) [z^{2} + (a_{1} + z^{2}r_{5})v^{2}] \\ &+ (u'c_{R} - v'c_{L})z^{2} [1 + (a_{4} + r_{5})v^{2}] \\ &- 2w'(c_{L} - c_{R})z [1 + (\frac{1}{4}x^{2} + r_{5})v^{2}] \\ &+ v^{2}\beta'^{2}r [-\frac{2}{3}(u'c_{L} + v'c_{R}) + w'(c_{L} - c_{R})z] \Biggr\} \Biggr), \end{aligned}$$

où

$$a_{1} = \frac{2}{3} - \frac{5}{12}z^{2} + \frac{1}{4}z^{2}x^{2}, \quad a_{2} = \frac{1}{4}(2 - z^{2} + x^{2}), \quad a_{4} = \frac{1}{4}(-3 + x^{2}),$$

$$r_{1} = \frac{r}{3}(-4 + z^{2} + 4r - 3rz^{2} - rz^{4}), \quad r_{2} = \frac{r}{3}(-5 + 2z^{2} + 3r\beta'^{2} + 2rz^{2}\beta'^{2}),$$

$$r_{3} = \frac{r}{3}(-3 + 5r\beta'^{2} - 2\beta'^{2}), \quad r_{4} = \frac{r}{3}(-3 + 5r\beta'^{2}),$$

$$r_{5} = \frac{r}{3}(-\frac{3}{2} + r\beta'^{2}),$$
(5.27)

où G_F la constante de Fermi, c_q est le facteur de couleur : 3 pour quarks, 1 pour leptons. $x'^2 = m_Z^2 / [(m_Z^2 - s)^2 + \Gamma_Z^2 m_Z^2]^{1/2}$ est le facteur de pôle Z^0 , Γ_Z est la largeur de Z^0 , avec $z = m_q/m_x$, $\beta' = (1 - z^2)^{1/2}$, et $y'^2 = m_w^2/(M_{\tilde{q}}^2 + \beta'^2 m_\chi^2)$. On a que $r = m_\chi^2/(M_{\tilde{q}}^2 + \beta'^2)$ est normalement petit, de même que $x^2 = \frac{1}{2}z^2/(1 - z^2)$ [39].

Ce résultat peut alors servir à calculer la densité fossile de neutralinos présents aujourd'hui dans l'Univers. En effet, le neutralino fournit la bonne densité en accord avec les données requises par la cosmologie pour un large éventail des paramètres (à considérer par exemple le travail de Drees et Gerbier sur la matière noire en [40]). Le calcul est semblable à celui de la section (3.3) : à partir de l'équation de Boltzmann $\dot{n} = -3Hn - \langle \sigma v \rangle (n^2 - n_0^2)$, on peut trouver la densité *n* des particules tout au long du refroidissement de l'Univers, *H* étant le paramètre de Hubble, n_0 la densité de particules à l'équilibre et $\langle \sigma v \rangle$ la section efficace qu'on vient de calculer. De nouveau, l'idée consiste à trouver la densité de neutralinos quand le taux d'expansion de l'Univers devient supérieur au taux d'annihilation des neutralinos : à cet instant, la densité de neutralinos est gelée et n'évolue pratiquement plus. En fixant les 3 paramètres de SUSY M, μ et tan β et en connaissant maintenant la section efficace d'annihilation des neutralinos, il est possible de calculer cette densité fossile et ainsi, de déterminer le paramètre de fermeture Ω_{χ} . Les 3 graphiques de la figure 5.3 montrent $\Omega_{\chi}h^2$ en fonction de la masse du neutralino m_{χ} , où $h = H/(100 \text{ km sec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1})$. Trois valeurs différentes de tan β et de la masse du squark ont été sélectionnées et on a fait varier les paramètres M et μ . Chaque point représente un modèle de SUSY différent, et l'ensemble des points montre la gamme possible des densités fossiles. La ligne horizontale désigne $\Omega_{\chi} = 1$ pour h = 1/2. Plusieures constatations en découlent.

D'abord, on remarque que pratiquement aucun des modèles rend $\Omega_{\chi}h^2 < 0,01$, à l'exception de $m_{\chi} \approx \frac{Z_0}{2}$ où l'annihilation est amplifiée à cause du pôle du Z_0 . Sur le premier graphique, il faut négliger la partie où $m_{\chi} > M_{sq}$, car alors le neutralino n'est plus le LSP. D'ailleurs, les masses des squarks $M_{sq} < 50$ GeV sont incompatibles avec l'expérience [41]. Il est donc évident pourquoi il est plus intéressent d'examiner des modèles où la masse du squark est plus élevée. Au côté gauche des graphiques, les modèles contiennent un neutralino qui est principalement défini par la composante des Higgsinos et ils montent en $\Omega_{\chi}h^2$ quand tan β s'éloigne de 1 [39]. Les modèles qui se situent dans les « lignes » près du pôle de Z_0 génèrent un neutralino proche du photino et montent également en $\Omega_{\gamma}h^2$, mais cette fois-ci, quand on fait augmenter la masse du squark [39]. Concluons que, si la supersymétrie à basse énergie existe et que le neutralino est le LSP, alors ce dernier est un constituant significatif de l'Univers. Dans de nombreux modèles, ils fournissent la bonne densité même si on regarde $\Omega_{\chi}h^2$ avec la valeur de h = 0,7qui est favorisée de nos jours (au lieu de h = 0, 5). Ceci est d'ailleurs vrai s'ils sont le constituant principal de la matière noire ou non. En tout cas, leur masse est de l'ordre de grandeur de quelques GeV à plusieurs dizaines de GeV et, par ce, ils seraient de la matière noire froide. Il est alors très probable qu'ils s'accumuleraient dans les halos des galaxies et que celles-ci contiennent plus de masse sous forme de neutralinos que sous forme de baryons.



FIGURE 5.3 – Les densités fossiles de neutralinos en fonction de leur masse. Chaque point représente un modèle de SUSY différent. La ligne horizontale désigne $\Omega_{\chi} = 1$ pour h = 1/2. Pour trois valeurs différentes de tan β et la masse du squark M_{sq} , on a fait varier les paramètres de SUSY : $0 \le M \le 1$ TeV et $0 \le \mu \le 1$ TeV.

5.4 Les contraintes de PAMELA

Un des problèmes les plus délicats qui émergent des résultats de PAMELA est l'asymétrie entre les données leptoniques (taux de positons) et hadronique (fraction antiproton/proton). Ceci est très difficile à expliquer dans un modèle où le neutralino est la composante dominante de la matière noire. Un modèle qui reproduit les résultats requiérait un neutralino de masse supérieure à 10 TeV [42], ce qui n'est pas favorisé par l'espace de phase de la supersymétrie. Par contre, des modèles qui considèrent plutôt l'annihilation des WIMPs pour donner exclusivement des leptons rendent de meilleurs résultats pour une grande gamme des masses des WIMPs [42]. Cependant, dans ce cas, le neutralino serait exclu puisque, comme étant une particule de Majorana, il ne peut s'annihiler directement pour donner deux fermions légers à cause de la suppression de l'hélicité. Pour contourner ce problème, différents mécanismes ont été inventés comme par exemple les corrections radiatives [43] : le spectre des positons est amplifié significativement alors que l'impact sur le spectre des antiprotons serait négligeable (c.f. figure 5.4).



FIGURE 5.4 – La courbe en noir représente la prévision théorique de [20]. Les points en couleur donnent les résultats de PAMELA et de HEAT. Le taux de positons résultant de l'annihilation de neutralinos est calculé sans (courbe pointillée) et avec des corrections radiatives (courbe en tirets).

Une autre contradiction est la section efficace d'annihilation qu'on obtient en tenant

compte des données de PAMELA[42]. On trouve que $\langle \sigma v \rangle \approx 10^{-23} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ ce qui diffère de la valeur de $10^{-26} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ qu'on a trouvé en 3.3 pour des WIMPs. Dans toutes les explications, il faut donc multiplier la section efficace avec un facteur dit « de boost » qui varie de 10-1000 selon le modèle considéré. Un facteur modéré pourraient provenir par exemple de l'agglomération local des WIMPs. D'autres scénarios comme une production non-thermique de matière noire [44] ou encore l'effet d'amplification de Sommerfeld [45] (voir appendice C) sont aussi envisageables.
Quatrième partie Conclusion

Chapitre 6 Conclusion

Dans ce mémoire, nous nous sommes proposés d'engager des investigations sur le domaine de la matière noire. Sujet de grande actualité, elle est l'une des cibles principales de recherche contemporaine en physique des particules. L'enthousiasme des physiciens trouve sa source dans les résultats encourageants des expériences menées récemment. La décision d'y consacrer ce mémoire fut donc bien fondée.

Le premier chapitre répète les bases en cosmologie. Il s'agit d'un résumé concis qui introduit les différentes notions dont nous nous servons dans la suite. À la fin du chapitre, nous présentons les répartitions des énergies dans un univers Λ CDM et nous montrons qu'à peu près 25 % revient à la matière noire.

Le deuxième chapitre propose au lecteur une sélection d'arguments astrophysiques qui expliquent pourquoi il est justifié d'introduire le concept de la matière noire. Le modèle des WIMPs représente le scénario le plus problable : des particules, interagissant faiblement avec le Modèle Standart, furent créées lors du Big Bang et, après leur découplage du reste de la matière, elles ont survécu jusqu'à notre époque. Leur densité fossile n'a diminué et ne continue de diminuer qu'en fonction des taux d'annihilation ou de désintégration.

L'expérience de PAMELA présentée de manière très détaillée dans la 2^e partie a détecté un signal dans les rayons cosmiques dont l'origine pourrait s'expliquer au moyen de la matière noire. Le taux excédentaire de positons par rapport aux prévisions théoriques et la fraction \bar{p}/p imposent de fortes contraintes aux modèles. Par son esthétique mathématique, la supersymétrie a su passionner beaucoup de physiciens et il est naturel de considérer sa gamme de nouvelles particules pour trouver des candidats qui pourraient assumer le rôle de la matière noire. Ce mémoire a donné l'exemple du neutralino, qui était favorisé pendant longtemps. On a calculé sa section efficace et montré qu'il aurait la bonne densité fossile requise par les modèles cosmologiques. Malheureusement, les résultats de PAMELA ne parlent pas en faveur du neutralino, à moins qu'on accepte qu'il (en étant le LSP) ait une masse au-dessus de 10 TeV.

Annexe A Calcul des traces [1]

Relation d'anticommutation :

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu} + \gamma^{\nu}\gamma^{\mu} = 2g^{\mu\nu} \tag{A.1}$$

Définitions :

$$\gamma \cdot k = \gamma^{\mu} k_{\mu} \tag{A.2}$$
$$\gamma_{\tau} = i \gamma^{0} \gamma^{1} \gamma^{2} \gamma^{3} \tag{A.3}$$

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \tag{A.3}$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} \left(\gamma^{\mu} \gamma^{\nu} - \gamma^{\nu} \gamma^{\mu} \right) \tag{A.4}$$

Relations :

$$\gamma^{\mu}\gamma_{\mu} = 4 \tag{A.5}$$

$$\gamma^{\mu}k\gamma_{\mu} = -2k \tag{A.6}$$

$$\gamma^{\mu}(\gamma \cdot k_1)(\gamma \cdot k_2)\gamma_{\mu} = 4(k_1 \cdot k_2)$$
(A.0)
$$(A.7)$$

$$\gamma^{\mu}(\gamma \cdot k_1)(\gamma \cdot k_2)(\gamma \cdot k_3)\gamma_{\mu} = -2(\gamma \cdot k_3)(\gamma \cdot k_2)(\gamma \cdot k_1)$$
(A.8)

$$\gamma^{\mu}\gamma_5 + \gamma_5\gamma^{\mu} = 0$$
(A.9)

$$\gamma_5 + \gamma_5 \gamma^\mu = 0 \tag{A.9}$$

$$\gamma_5 \gamma_5 = 1 \tag{A.10}$$

De A.1, il suit pour la trace que

$$Tr(\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}) = 4g^{\mu\nu} \tag{A.11}$$

La trace d'un nombre impair d'une matrice γ est nulle :

$$Tr((\gamma \cdot k_1)(\gamma \cdot k_2)\dots(\gamma \cdot k_{2n+1})) = 0$$
(A.12)

Relations qui concernent γ_5 :

$$\gamma_{\mu}\gamma_{5} = \frac{i}{6}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma} \tag{A.13}$$

$$\operatorname{Tr}\gamma_5 = \operatorname{Tr}(\gamma^{\mu}\gamma_5) = \operatorname{Tr}(\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma_5) = \operatorname{Tr}(\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma_5) = 0$$
(A.14)

$$Tr(\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma}\gamma_{5}) = 4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$$
(A.15)

Résultat pour la trace de 4 matrices γ :

$$\operatorname{Tr}(\gamma^{\lambda}\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}) = 4\left\{g^{\lambda\mu}g^{\nu\rho} + g^{\lambda\rho}g^{\mu\nu} - g^{\lambda\nu}g^{\mu\rho}\right\}$$
(A.16)

Les relations suivantes portent sur les solutions de l'équation de Dirac, où $r, s = \pm \frac{1}{2}$ sont les indices de spin :

$$(\gamma \cdot p - m)u_s(p) = 0 \tag{A.17}$$

$$(\gamma \cdot p + m)v_s(p) = 0 \tag{A.18}$$

$$\sum_{s=\pm\frac{1}{2}} u_s(p)\bar{u}_s(p) = \gamma \cdot p + m \tag{A.19}$$

$$\sum_{s=\pm\frac{1}{2}} v_s(p)\bar{v}_s(p) = \gamma \cdot p - m \tag{A.20}$$

$$\bar{u}_r(p)u_s(p) = 2m\delta_{rs}$$
(A.21)
$$\bar{v}_r(p)v_s(p) = -2m\delta_{rs}$$
(A.22)

$$\bar{v}_r(p)v_s(p) = -2m\delta_{rs} \tag{A.22}$$
$$\bar{v}_r(p)e^{\mu}u_r(p) = 2p^{\mu}\delta \tag{A.23}$$

$$\bar{u}_r(p)\gamma^\mu u_s(p) = 2p^\mu \delta_{rs} \tag{A.23}$$

$$\bar{v}_r(p)\gamma^\mu v_s(p) = 2p^\mu \delta_{rs} \tag{A.24}$$

Annexe B Détails des calculs

Cet appendice donne l'inventaire des traces de départ qui ont servi à calculer la section efficace d'annihilation des neutralinos. En effet, plusieures traces se calculent de manière similaire. C'est la raison pourquoi une seule trace représentative du calcul qui en découle est détaillée. Pour obtenir l'expression des autres traces, il suffit de changer les règles de Feynman. On utilise la même notation que précédemment.

$$|\mathcal{M}_{a}|^{2} = \left(\frac{1}{M_{q}^{2}-t}\right)^{2} \operatorname{Tr}\left[\left(-ig\sqrt{2}\right)\left(a\epsilon_{i}P_{L}+bP_{R}\right)\left(\gamma\cdot k_{1}+mq\right)\right.$$

$$\left.\left(-ig\sqrt{2}\right)\left(a\epsilon_{i}P_{R}+bP_{L}\right)\left(\gamma\cdot p_{1}+m_{\chi}\right)\right]$$

$$\left.\cdot\operatorname{Tr}\left[\left(-ig\sqrt{2}\right)\left(a\epsilon_{i}P_{R}+bP_{L}\right)\left(\gamma\cdot p_{2}+m_{\chi}\right)\right.$$

$$\left.\left(-ig\sqrt{2}\right)\left(a\epsilon_{i}P_{L}+bP_{R}\right)\left(\gamma\cdot k_{2}+m\tilde{q}\right)\right]$$
(B.1)

On trouve les autres traces en remplaçant : $- |\mathcal{M}_{h}|^{2} = |\mathcal{M}_{c}|^{2} (a \leftrightarrow b \text{ et } b \leftrightarrow (-c))$

$$- |\mathcal{M}_{b}|^{2} = |\mathcal{M}_{a}|^{2} (a \leftrightarrow b \text{ et } b \leftrightarrow (-c))$$

$$- |\mathcal{M}_{c}|^{2} = |\mathcal{M}_{a}|^{2} (t \leftrightarrow u \text{ et } p_{1} \leftrightarrow p_{2})$$

$$- |\mathcal{M}_{d}|^{2} = |\mathcal{M}_{b}|^{2} (t \leftrightarrow u \text{ et } p_{1} \leftrightarrow p_{2})$$

$$\operatorname{Re} |\mathcal{M}_{a}\mathcal{M}_{b}^{*}| = \frac{1}{(M_{\tilde{q}_{L}}^{2} - t)(M_{\tilde{q}_{R}} - t)}$$

$$\cdot \operatorname{Tr} \left[(\gamma \cdot p_{1} + m_{\chi})(-ig\sqrt{2})(aP_{R} - \epsilon cP_{L}) \right]$$

$$(\gamma \cdot k_{1} + mq)(-ig\sqrt{2})(a\epsilon P_{R} + bP_{L}) \right]$$

$$\cdot \operatorname{Tr} \left[(\gamma \cdot p_{2} + m_{\chi})(-ig\sqrt{2})(a\epsilon P_{R} - \epsilon cP_{L}) \right]$$

$$(\gamma \cdot k_{2} + mq)(-ig\sqrt{2})(a\epsilon P_{R} + bP_{L}) \right]$$
(B.2)

Il s'ensuit que

$$-\operatorname{Re} \left|\mathcal{M}_{c}\mathcal{M}_{d}^{*}\right| = \operatorname{Re} \left|\mathcal{M}_{a}\mathcal{M}_{b}^{*}\right| \left(p_{1} \leftrightarrow p_{2} \text{ et } u \leftrightarrow t\right)$$

$$\operatorname{Re} \left|\mathcal{M}_{b}\mathcal{M}_{c}^{*}\right| = \left(\frac{1}{(M_{q_{R}}^{2}-t)(M_{q_{L}}^{2}-u)}\right)$$

$$\operatorname{Tr} \left[(\gamma \cdot p_{2} + m_{\chi})(-ig\sqrt{2})(a\epsilon P_{L} + bP_{R})(\gamma \cdot k_{1} + mq)(-ig\sqrt{2})(aP_{L} - \epsilon cP_{R})\right]$$

$$(\gamma \cdot p_{1} + m_{\chi})(-ig\sqrt{2})(a\epsilon P_{R} + bP_{L})(\gamma \cdot k_{2} + mq)(-ig\sqrt{2})(aP_{R} - \epsilon cP_{L})\right]$$
(B.3)

On déduit que

 $-\operatorname{Re}|\dot{\mathcal{M}}_{a}\mathcal{M}_{c}^{*}|=\operatorname{Re}|\mathcal{M}_{b}\mathcal{M}_{c}^{*}|(b\leftrightarrow(-c))$

$$\operatorname{Re} \left| \mathcal{M}_{Z} \mathcal{M}_{a}^{*} \right| = \frac{1}{(m_{Z}^{2} - s)} \frac{1}{(M_{qL}^{2} - t)} \cdot \operatorname{Tr} \left[\frac{ig}{2 \cos \theta_{n}} (Z_{13}^{2} - Z_{14}^{2}) \gamma^{\mu} \gamma_{5} (\gamma \cdot p_{1} + m_{\chi}) (-ig\sqrt{2}) (a\epsilon P_{R} + bP_{L}) \right]$$

$$(\gamma \cdot k_{1} + mq) \frac{-ig}{\cos \theta_{w}} \gamma^{\nu} (c_{L} P_{L} + c_{R} P_{R}) (\gamma \cdot (-k_{2}) + mq)$$

$$(-ig\sqrt{2}) (a\epsilon P_{L} + bP_{R}) (\gamma \cdot (-p_{2}) + m_{\chi}) \right]$$
(B.4)

On trouve que

$$-\operatorname{Re} |\mathcal{M}_Z \mathcal{M}_b^*| = \operatorname{Re} |\mathcal{M}_Z \mathcal{M}_a^*| (a \to (-\epsilon c) \text{ et } b \to (a))$$

 $-\operatorname{Re} |\mathcal{M}_Z \mathcal{M}_c^*| = \operatorname{Re} |\mathcal{M}_Z \mathcal{M}_a^*| (p_1 \leftrightarrow p_2 \text{ et } t \to u)$

 $-\operatorname{Re} |\mathcal{M}_Z \mathcal{M}_d^*| = \operatorname{Re} |\mathcal{M}_Z \mathcal{M}_c^*| (p_1 \leftrightarrow p_2 \text{ et } t \to u)$

$$\operatorname{Re} \left| \mathcal{M}_{a} \mathcal{M}_{c}^{*} \right| = \frac{1}{(M_{q_{L}}^{2} - t)(M_{q_{L}}^{2} - u)} \\ \cdot \operatorname{Tr} \left[(\gamma \cdot p_{2} + m_{\chi})(-ig\sqrt{2})(a\epsilon P_{L} + bP_{R}) \\ (\gamma \cdot k_{1} + mq)(-ig\sqrt{2})(a\epsilon P_{R} + bP_{L}) \\ (\gamma \cdot p_{1} + m_{\chi})(-ig\sqrt{2})(a\epsilon P_{L} + bP_{R}) \\ (\gamma \cdot k_{2} + mq)(-ig\sqrt{2})(a\epsilon P_{R} + bP_{L}) \right]$$
(B.5)

Il s'ensuit que

 $-\operatorname{Re} |\dot{\mathcal{M}}_{b}\mathcal{M}_{d}^{*}| = \operatorname{Re} |\mathcal{M}_{a}\mathcal{M}_{c}^{*}| (b \leftrightarrow a \text{ et } a \leftrightarrow (-c))$

Équippé de ces traces, on peut calculer tous les termes de l'équation (5.25). Remarquons qu'on a tenu compte du fait que, lors du croisement des diagrammes de Feynman, il faut changer les règles de Feynman car

$$\begin{aligned} |\bar{u}(k_{1})(aP_{L})u(p_{1})|^{2} \\ &= (\bar{u}(k_{1})aP_{L}u(p_{1}))\left(u^{\dagger}(k_{1})\gamma_{0}aP_{L}u(p_{1})\right)^{\dagger} \\ &= (\bar{u}(k_{1})aP_{L}u(p_{1}))\left(u^{\dagger}(p_{1})P_{L}^{\dagger}a\gamma_{0}^{\dagger}u(k_{1})\right) \\ &= (\bar{u}(k_{1})aP_{L}u(p_{1}))\left(u^{\dagger}(p_{1})P_{L}a\gamma_{0}^{\dagger}u(k_{1})\right) \\ &= (\bar{u}(k_{1})aP_{L}u(p_{1}))(\bar{u}(p_{1})P_{R}au(k_{1})) \\ &= \operatorname{Tr}[aP_{L}(\gamma \cdot p_{1})aP_{R}(\gamma \cdot k_{1})] \end{aligned}$$
(B.6)

où la dernière ligne a été obtenue en faisant la somme sur les spins.

Annexe C

L'effet d'amplification de Sommerfeld

Dans le régime de vitesses non-relativistes, la section efficace d'annihilation de la matière noire peut être amplifiée par l'effet dit « de Sommerfeld ». C'est un effet quantique qui s'installe quand la fonction d'onde de particules, qui interagissent par une certaine force, est déformée par un potentiel, pourvu que leur énergie cinétique soit assez basse. Dans le language de QFT, ceci correspond à la contribution des diagrammes de Feynman en forme d'« échelle »comme celui de la figure C.1. En effet, le médiateur de la force est échangé de nombreuses fois avant que l'annihilation ne se produise véritablement. Ceci engendre une correction (non perturbative) de la section efficace : la section efficace réelle multipliée par la vitesse sera alors

$$\sigma v = S \left< \sigma v \right>_0$$

où $\langle \sigma v \rangle_0$ est la section efficace calculée à partir des diagrammes de Feynman classiques, S est le facteur de « boost de Sommerfeld ». Ainsi, cet effet pourrait fournir une explication aux données de PAMELA qui requièrent un scénario où la section efficace des WIMPs soit amplifiée.



FIGURE C.1 – Diagramme du type « échelle »qui donne naissance à l'effet Sommerfeld pour $\chi\chi \to X\bar{X}$ [46], via l'échange de bosons de jauge.

Bibliographie

- [1] Otto Nachtmann. Elementary Particle Physics. Springer Verlag, Berlin, 1990.
- [2] D. Larson et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Power Spectra and WMAP-Derived Parameters. Astrophys. J. Suppl., 192 :16, 2011.
- [3] Joel R. Primack. Dark Matter and Galaxy Formation. AIP Conf. Proc., 1192:101– 137, 2009.
- [4] J. H. Oort. The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems. 1932. Bull. Astron. Inst. Netherlands, 6, 249.
- [5] http://www.astro.cornell.edu/academics/courses/astro201/vt.htm. 8.2.2011.
- [6] Ewa L. Lokas and Gary A. Mamon. Dark matter distribution in the Coma cluster from galaxy kinematics : breaking the mass-anisotropy degeneracy. Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 343 :401, 2003.
- [7] Paolo Salucci. 10 pages, review for IAU Symposium 244, Dark Galaxies & Lost Baryons. 2007.
- [8] Steven Weinberg. Cosmology. Oxford University Press, 2008.
- [9] G. Golse, J. P. Kneib, and G. Soucail. Constraining the Cosmological Parameters using Strong Lensing. 2001.
- [10] Xiang-Ping Wu. Gravitational microlensing by the MACHOs of the LMC. Astrophys. J., 435 :66, 1994.
- [11] D. H. Perkins. Particle Astrophysics. Oxford University Press, USA.
- [12] John E. Ruhl et al. Improved measurement of the angular power spectrum of temperature anisotropy in the CMB from two new analyses of BOOMERANG observations. Astrophys. J., 599 :786–805, 2003.
- [13] Douglas Clowe et al. A direct empirical proof of the existence of dark matter. Astrophys. J., 648 :L109–L113, 2006.
- [14] Joseph Cugnon. Cours « introduction aux astroparticules ». Premier quadrimestre de l'année académique 2010-2011.
- [15] V. Barger, Y. Gao, Wai Yee Keung, D. Marfatia, and G. Shaughnessy. Dark matter and pulsar signals for Fermi LAT, PAMELA, ATIC, HESS and WMAP data. *Phys. Lett.*, B678 :283–292, 2009.

- [16] R. W. Schnee. Introduction to dark matter experiments. 2011.
- [17] A. V. Lubashevskiy and E. A. Yakushev. EDELWEISS experiment : Direct search for dark matter. *Phys. Atom. Nucl.*, 71 :1298–1301, 2008.
- [18] G. J. Alner et al. Nuclear recoil limits from the ZEPLIN I liquid xenon WIMP dark matter detector. New Astron. Rev., 49 :245–249, 2005.
- [19] E. Aprile et al. Implications on Inelastic Dark Matter from 100 Live Days of XE-NON100 Data. 2011.
- [20] I. V. Moskalenko and A. W. Strong. Production and propagation of cosmic-ray positrons and electrons. Astrophys. J., 493 :694–707, 1998.
- [21] M. A. DuVernois et al. Cosmic ray electrons and positrons from 1-GeV to 100-GeV : Measurements with HEAT and their interpretation. Astrophys. J., 559 :296–303, 2001.
- [22] T. Sanuki et al. Precise measurement of cosmic-ray proton and helium spectra with the BESS spectrometer. Astrophys. J., 545 :1135, 2000.
- [23] M. Aguilar et al. Cosmic-ray positron fraction measurement from 1-GeV to 30- GeV with AMS-01. Phys. Lett., B646 :145–154, 2007.
- [24] P. Picozza et al. PAMELA A Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics. Astropart. Phys., 27 :296–315, 2007.
- [25] M. Boezio et al. PAMELA and indirect dark matter searches. New J. Phys., 11 :105023, 2009.
- [26] O. Adriani et al. A new measurement of the antiproton-to-proton flux ratio up to 100 GeV in the cosmic radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :051101, 2009.
- [27] O. Adriani et al. PAMELA results on the cosmic-ray antiproton flux from 60 MeV to 180 GeV in kinetic energy. *Phys. Rev. Lett.*, 105 :121101, 2010.
- [28] A. Molnar M. Simon and S. Roesler. A New Calculation of the Interstellar Secondary Cosmic-Ray Antiprotons. 499, 1998.
- [29] F. Donato, D. Maurin, P. Brun, T. Delahaye, and P. Salati. Constraints on WIMP Dark Matter from the High Energy PAMELA \bar{p}/p data. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :071301, 2009.
- [30] V. S. Ptuskin, Igor V. Moskalenko, F. C. Jones, A. W. Strong, and V. N. Zirakashvili. Dissipation of Magnetohydrodynamic Waves on Energetic Particles : Impact on Interstellar Turbulence and Cosmic Ray Transport. *Astrophys. J.*, 642 :902–916, 2006.
- [31] A. M. Atoian, F. A. Aharonian, and H. J. Volk. Electrons and positrons in the galactic cosmic rays. *Phys. Rev.*, D52 :3265–3275, 1995.
- [32] Dan Hooper, Pasquale Blasi, and Pasquale Dario Serpico. Pulsars as the Sources of High Energy Cosmic Ray Positrons. JCAP, 0901 :025, 2009.
- [33] Hasan Yuksel, Matthew D. Kistler, and Todor Stanev. TeV Gamma Rays from Geminga and the Origin of the GeV Positron Excess. *Phys. Rev. Lett.*, 103 :051101, 2009.

- [34] Dan Hooper and Kathryn M. Zurek. The PAMELA and ATIC Signals From Kaluza-Klein Dark Matter. Phys. Rev., D79 :103529, 2009.
- [35] Peter L. Biermann and Alexander Kusenko. Relic keV sterile neutrinos and reionization. Phys. Rev. Lett., 96 :091301, 2006.
- [36] Rudolf Haag, Jan T. Lopuszanski, and Martin Sohnius. All Possible Generators of Supersymmetries of the s Matrix. Nucl. Phys., B88 :257, 1975.
- [37] Ian Aitchison. *Supersymmetry in Particle Physics*. Cambridge University Press, 2007.
- [38] Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. An Introduction to Quantum Field Theory. Westview Press, 1995.
- [39] Kim Griest. Cross sections, relic abundance, and detection rates for neutralino dark matter. *Phys. Rev.*, D38 :2357, 1988.
- [40] W. M. Yao et al. Review of particle physics. J. Phys., G33 :1–1232, 2006.
- [41] C. Albajar et al. Events with Large Missing Transverse Energy at the CERN Collider. 3. Mass Limits on Supersymmetric Particles. *Phys. Lett.*, B198 :261–270, 1987.
- [42] Marco Cirelli, Mario Kadastik, Martti Raidal, and Alessandro Strumia. Modelindependent implications of the e+, e-, anti-proton cosmic ray spectra on properties of Dark Matter. *Nucl. Phys.*, B813 :1–21, 2009.
- [43] Lars Bergstrom, Torsten Bringmann, and Joakim Edsjo. New Positron Spectral Features from Supersymmetric Dark Matter - a Way to Explain the PAMELA Data? *Phys. Rev.*, D78 :103520, 2008.
- [44] Gordon Kane, Ran Lu, and Scott Watson. PAMELA Satellite Data as a Signal of Non-Thermal Wino LSP Dark Matter. Phys. Lett., B681 :151–160, 2009.
- [45] Nima Arkani-Hamed, Douglas P. Finkbeiner, Tracy R. Slatyer, and Neal Weiner. A Theory of Dark Matter. *Phys. Rev.*, D79 :015014, 2009.
- [46] Massimiliano Lattanzi and Joseph I. Silk. Can the WIMP annihilation boost factor be boosted by the Sommerfeld enhancement? *Phys. Rev.*, D79 :083523, 2009.