

UNIVERSITÉ DE LIÈGE
FACULTÉ DES SCIENCES



ANNÉE ACADÉMIQUE 2006-2007

Axions et polarisation des quasars

Alexandre Payez

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE
DE L'OBTENTION DU GRADE
DE LICENCIÉ EN SCIENCES PHYSIQUES

Remerciements

Il semble que le moment soit venu de remercier les personnes dont je suis redevable d'une manière ou d'une autre pour être arrivé jusqu'ici.

À ce propos, ma pensée va évidemment à mes parents et à ma famille mais je pense, en réalité, tout particulièrement à Audeline, sans laquelle je n'aurais sans doute pas passé le cap de la première candidature. Je profite donc de cette occasion pour vous dire à tous un grand merci pour votre soutien durant ces quatre années d'études.

Pour cette dernière année, qui fut l'année du mémoire, je me dois de remercier mes deux promoteurs ; je remercie M. Jean-René Cudell — que j'ai tout particulièrement harcelé — pour les nombreuses discussions que nous avons eues, pour ses conseils et également pour m'avoir « forcé la main » concernant le sujet de mémoire, qui s'est, en effet, avéré être très intéressant, ainsi que M. Damien Hutsemékers, qui a notamment toujours su me consacrer du temps malgré mes venues à l'improviste. Ils se sont, tous deux, toujours montrés très sympathiques et je les remercie pour leur patience à mon égard.

Je finirai en ajoutant que bien que difficile par moments, « m'exiler » à Liège pour étudier la physique fut une expérience très enrichissante qui m'a permis, notamment, de rencontrer des personnes avec lesquelles je me suis finalement lié d'amitié ; je remercie ainsi tous mes amis, d'ici ou d'ailleurs, et je ne raterai pas l'occasion de citer Ray qui, ainsi que d'autres, a su, sans y croire, m'aider pour la physique.

Système d'unités et notations

Dans ce mémoire, nous ferons généralement usage du *système d'unités naturelles* où

$$\begin{cases} \text{la vitesse de la lumière, } c = 1 \\ \text{la constante de Planck divisée par } 2\pi, \hbar = 1 \end{cases} \quad (1)$$

ce qui aura pour conséquence que nous ne travaillerons plus qu'avec un seul type d'unité, que nous pourrions choisir :

$$[\text{longueur}] = [\text{temps}] = [\text{énergie}]^{-1} = [\text{masse}]^{-1}. \quad (2)$$

À titre d'exemple, considérons la conversion d'un Tesla en GeV^2 :

$$1 \text{ GeV}^2 e^{-1} (\hbar c^2)^{-1} \approx \frac{(10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-2})^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1})^2} = 1,77 \cdot 10^{16} \text{ T}$$
$$\text{si } \alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi} \Rightarrow 1 \text{ T} \approx \frac{1}{1,77 \cdot 10^{16} \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{137}}} \text{ GeV}^2; \quad (3)$$

ainsi que le suggère notre définition de la constante de structure fine α , notre convention sera celle d'Heaviside-Lorentz.

Par la suite, nous serons également amenés à travailler avec des unités de distance typiquement utilisées en astrophysique, comme le mégaparsec :

$$1 \text{ Mpc} = 3,0856 \cdot 10^{22} \text{ m} = 1,5637 \cdot 10^{38} \text{ GeV}^{-1}. \quad (4)$$

Le cadre théorique de ce mémoire étant la théorie des champs, nous utiliserons la plupart du temps des *notations relativistes*. Ainsi, dans la suite, sauf mention explicite du contraire, les indices grecs prendront les valeurs 0, 1, 2, 3 et les indices latins, les valeurs 1, 2, 3 (c'est à dire qu'ils désigneront uniquement les composantes spatiales). Dans ces conditions, un quadrivecteur quelconque s'écrira

$$A^\alpha = (A^0, A^1, A^2, A^3) = (A^0, A^i) = (A^0, \vec{A}), \quad (5)$$

A^1, A^2, A^3 étant les composantes d'un vecteur tridimensionnel \vec{A} . Nous ferons également usage de la convention de sommation sur les indices grecs répétés¹.

Comme matrice des composantes du tenseur métrique \mathbf{g} , dans l'espace de Minkowski, espace de la relativité restreinte, nous prendrons

$$(g_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

ainsi qu'il est coutume de la choisir en théorie des champs. Le tenseur métrique permettant, de façon générale, de « faire monter ou descendre les indices »,

$$x_\nu = g_{\mu\nu}x^\mu, \quad (7)$$

nous définissons assez naturellement le produit scalaire

$$x \cdot y = x_\mu y^\mu = x^\mu y_\mu = g_{\mu\nu}x^\mu y^\nu. \quad (8)$$

Étant donné les opérateurs

$$\partial_\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial x^\alpha} = \left(\frac{\partial}{\partial x^0}, \vec{\nabla} \right) \quad \text{et} \quad \partial^\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial x_\alpha} = \left(\frac{\partial}{\partial x^0}, -\vec{\nabla} \right), \quad (9)$$

il est également utile de définir l'invariant quadridivergence d'un quadrivecteur A^α ,

$$\partial_\alpha A^\alpha = \partial^\alpha A_\alpha = \frac{\partial A^0}{\partial x^0} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A}, \quad (10)$$

ainsi que l'opérateur d'Alembertien :

$$\square \equiv \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (11)$$

Enfin, dernier rappel, faisant un peu d'électromagnétisme dans le formalisme relativiste², nous pouvons regrouper les potentiels scalaire ϕ et vecteur \vec{A} en un potentiel quadrivecteur

$$A^\alpha = (\phi, \vec{A}). \quad (12)$$

Dès lors, les champs électrique et magnétique peuvent être réunis comme étant les éléments d'un même tenseur antisymétrique de rang deux, le tenseur électromagnétique, dit de Faraday (ou de Maxwell) :

$$F^{\alpha\beta} = \partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha; \quad (13)$$

le tenseur électromagnétique dual étant défini comme :

$$\tilde{F}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} F_{\rho\sigma}, \quad (14)$$

où $\epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma}$ est le tenseur complètement antisymétrique de Levi-Civita.

¹Une façon de bien marquer la sommation est d'utiliser les indices dits covariants et contravariants : les indices placés en position supérieure sont appelés indices *contravariants* tandis que les indices inférieurs, *covariants*. Dans une égalité, les indices covariants (resp. contravariants) dans le premier membre restent covariants (resp. contravariants) dans le second membre.

²Pour le détail des développements relatifs à la transposition des équations de Maxwell en relativité restreinte, se référer, par exemple, au chapitre 11 du livre de John D. Jackson [1].

Introduction

Des disciplines considérées comme faisant partie des sciences physiques, nous pouvons sans doute citer, sans trop de risques, la physique des particules et l'astrophysique — en tout cas, au moins l'astrophysique extragalactique — comme étant *a priori* largement éloignées l'une de l'autre, s'appliquant à des phénomènes complètement différents.

En effet, alors que l'objet d'étude de la première est basée sur l'infiniment petit — si petit que personne ne pourrait se représenter clairement ces échelles —, la seconde considère, quant à elle, des distances véritablement gigantesques, donnant de notre Terre l'image d'un vulgaire caillou perdu dans un Univers immense et en expansion, de surcroît.

Afin d'appuyer cette différence, nous pourrions également parler des mécanismes régissant typiquement les événements tombant sous la coupe de l'une ou de l'autre : alors que les phénomènes propres à l'astrophysique font, la plupart du temps, intervenir la force de gravitation — les autres forces n'ayant généralement pas lieu d'être considérées (mis à part l'électromagnétisme, dans une certaine mesure) —, celle-ci s'avère négligeable aux échelles de la physique des particules, les seules forces intervenant dans ce cas étant la force électromagnétique, la force faible et la force forte.

Enfin, pour étayer notre discussion, nous pourrions encore ajouter qu'alors que le mouvement des planètes peut être raisonnablement bien décrit par la physique, dite classique, et que la relativité générale est de rigueur pour décrire les effets de la gravitation à plus grande échelle, l'usage systématique de la mécanique quantique est un passage obligatoire pour décrire les interactions entre particules ; la gravitation ne semblant pas vouloir « passer le cap quantique » et résistant, par ailleurs, (en tout cas, pour l'instant) à toute tentative d'unification avec les autres forces.

Ces deux disciplines, bien qu'étant forcément connectées d'une certaine manière, faisant partie d'une même réalité physique, sembleraient donc, somme toute, bien éloignées l'une de l'autre.

En dépit de ce petit paragraphe introductif, nous allons maintenant voir que, dans ce mémoire, cependant, ce que nous allons considérer seront des phénomènes reliant d'une certaine manière ces deux grands domaines de la physique.

Plus précisément, le point de départ de l'étude que nous allons présenter résulte d'un fait assez surprenant : suite à l'observation de la polarisation de la lumière provenant de

quasars, une tendance à l'alignement des vecteurs de polarisation de ces lointains objets fut détectée dans certaines régions du ciel, celle-ci restant inexplicable par des effets locaux et semblant mettre en évidence l'existence de corrélations à très grande échelle, sur des distances cosmologiques.

L'objet de ce travail, qui s'inscrit à l'interface entre la physique des particules et l'astrophysique, sera de se pencher sur ce problème et de déterminer dans quelle mesure l'existence d'un certain type de particules encore hypothétiques, nommées axions, pourrait permettre de rendre compte de ce phénomène ; les propriétés prédites pour celles-ci incluant un couplage (faible, mais les distances entrant en jeu étant très grandes, les effets de ce couplage pourraient malgré tout être observables) avec la lumière.

Ainsi, dans la suite, nous commencerons tout d'abord par nous pencher sur l'effet d'alignement — détecté par des astrophysiciens de l'Université de Liège —, en présentant certaines des caractéristiques qui ont pu être mises en évidence ainsi que les considérations ayant mené à ces résultats. Le chapitre suivant, sera, quant à lui, consacré aux axions et, notamment, à l'origine de ces derniers dans leur cadre théorique, à savoir la théorie quantique des champs.

Enfin, ce n'est qu'après avoir discuté ces différents points que nous nous tournerons vers une tentative d'explication du phénomène via l'implication de ces particules : nous ferons alors les développements nécessaires afin de tout avoir en main pour discuter les effets que l'existence d'axions pourrait induire sur le comportement de la lumière, et, plus particulièrement, sur sa polarisation.

Polarisation des quasars et effet d'alignement

Nous allons, dans ce chapitre, présenter l'effet observé par Damien Hutsemékers, Hervé Lamy, Dominique Sluse et Rémi Cabanac quant à l'orientation des vecteurs de polarisation des quasars dans l'Univers ainsi que la procédure, aussi bien observationnelle que statistique, ayant permis de mettre en évidence cet effet [2–5]. Une fois ces différents points détaillés, nous essaierons de comprendre par quel(s) mécanisme(s) nous pourrions tenter d'expliquer ce phénomène.

Auparavant, néanmoins, nous donnerons un bref tour d'horizon, sans pour autant entrer dans la théorie, des propriétés des quasars, objets de ces observations ; le lecteur davantage intéressé par le sujet pourra, par exemple, consulter le livre de Peter Schneider [6] et celui de Françoise Combes [7], auxquels nous nous sommes référés.

1.1 Quasi-stellar radio sources (Quasars)

Contrastant fortement avec les galaxies habituelles dont le spectre électromagnétique est principalement dominé par l'émission stellaire, il existe des objets aux propriétés exotiques dont la répartition de l'énergie rayonnée est pratiquement indépendante de la fréquence et dont la luminosité intrinsèque peut surpasser d'un facteur 100, voire plus, celle d'une galaxie normale. Cette extraordinaire « activité » se trouve être principalement localisée dans la zone centrale (< 100 pc) de ces galaxies qui portent, dès lors, le nom de noyau actif de galaxie, *AGN*.¹

Typiquement, les AGN présentent de larges raies en émission caractéristiques (certaines étant dues à des atomes fortement ionisés) et un décalage vers le rouge très marqué² qui,

¹Il est à noter que les galaxies hôtes des AGN, observées pour des quasars proches, présentent des caractéristiques assez normales et n'apportent qu'une contribution négligeable en luminosité vis-à-vis du noyau actif.

²À un point tel qu'il fallut attendre Maarten Schmidt, en 1963, pour pouvoir interpréter ces raies, bien que les premières observations de tels objets eurent lieu vers 1910 (c.f. Schneider, *ibid.*).

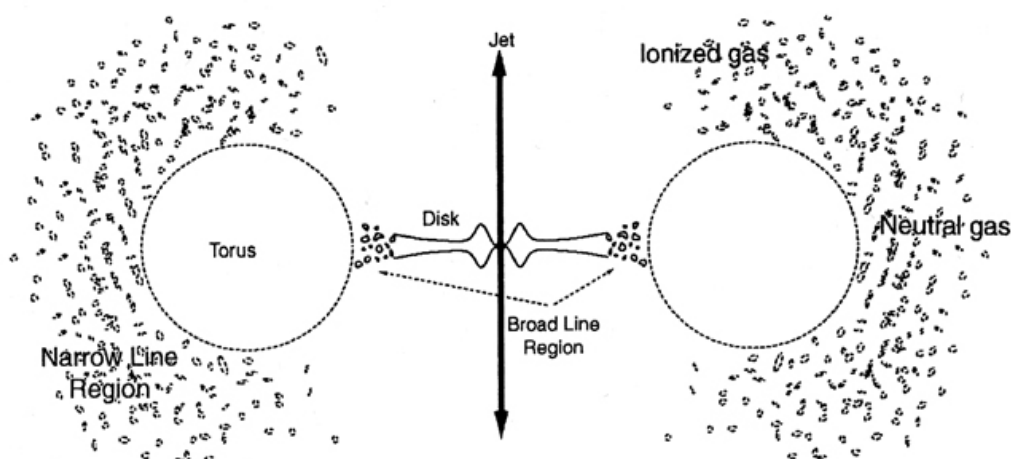


FIG. 1.1 – Schéma représentant la morphologie d'un AGN telle qu'elle est modélisée aujourd'hui en théorie (vue en coupe). Nous voyons tout d'abord apparaître le tore opaque entourant le disque d'accrétion — d'où provient l'émission continue, par ailleurs responsable des raies en émission —, du centre duquel des jets de particules relativistes sont émis. Remarquons que les raies en émission les plus larges ne proviennent pas des mêmes endroits que les plus étroites et, qu'en particulier, la région correspondant aux premières serait plus proche du SMBH (élargissement interprété comme élargissement Doppler dans un fort champ gravitationnel) et potentiellement inaccessible pour un observateur qui regarderait l'objet selon le plan du disque. Image adaptée de [6].

interprété comme résultant de l'expansion de l'Univers, les caractérise comme faisant partie des objets les plus éloignés qui aient été observés jusqu'à présent.

Les noyaux actifs n'ont pas tous les mêmes propriétés et furent ainsi historiquement séparés en différentes classes. Ainsi, alors que certains, comme les quasars, sont notamment de puissants émetteurs radio, d'autres — parmi lesquels sont recensés les très lumineux QSOs (*quasi-stellar objects*) — restent particulièrement silencieux dans cette gamme de longueur d'onde ; d'autres encore, par exemple, voient leur émission dans le visible varier en quelques jours, de sorte que nous parlons alors d'OVVs (*optical violent variables*).³

En ce qui concerne leur morphologie, reportons-nous à la figure 1.1 qui représente schématiquement le modèle actuel, construit sur base d'observations indirectes — les quasars n'étant que rarement et partiellement résolus angulairement. De manière succincte, un quasar serait constitué d'un trou noir super massif (SMBH), de masse 10^7 à 10^9 masses solaires, situé au centre et qui serait entouré par un disque d'accrétion, ce dernier étant enfin entouré d'un épais tore de poussières.

Ajoutons que l'idée selon laquelle l'existence de différents types d'AGN pourrait se résumer⁴ à une question d'orientation du disque d'accrétion et du tore opaque vis-à-vis de

³Dans le cadre de ce mémoire, nous utiliserons la plupart du temps indifféremment les termes quasar, QSO et AGN sauf mention du contraire.

⁴Bien que ces modèles d'unification semblent assez prometteurs dans le cas d'AGN proches et peu lumineux, il est cependant moins clair qu'ils puissent s'appliquer lorsque des quasars plus distants, tels les

l’observateur peut facilement se comprendre en observant cette figure : en effet, il est évident, par exemple, qu’un observateur ayant sa ligne de visée dans une direction proche de l’axe de symétrie de l’AGN ne verra pas les mêmes propriétés spectroscopiques qu’un observateur regardant cet objet par la tranche, étant donné la présence du tore opaque.

Clôtureons enfin notre description en indiquant [7] que la plupart des quasars sont intrinsèquement caractérisés par un degré de polarisation supérieur à 1% dans le visible — pouvant aller jusqu’à 20% dans le cas d’OVVs et autres blazars (classe de quasars très variables) — ainsi que dans le domaine radio où il est de l’ordre de 10 à 15% en général et pouvant atteindre un maximum d’environ 30%. Le mécanisme de polarisation dans le domaine visible pourrait être dû à de la diffusion par de la poussière ou des électrons tandis qu’il serait plutôt interprété comme une radiation synchrotron d’électrons relativistes dans le domaine radio.

Quel qu’en soit le mécanisme, l’émission de lumière polarisée est en tout cas une *indication d’écart à la symétrie sphérique* pour le quasar et semble compatible avec le modèle théorique actuel.

1.2 Description de l’effet Hutsemékers

Pour la première fois, dans un article publié en 1998 [2], Hutsemékers, qui étudiait alors les propriétés de polarisation des quasars de type BAL, rapporta l’observation d’une certaine cohérence directionnelle, d’une *tendance à l’alignement*, des vecteurs de polarisation des quasars dans certaines régions du ciel — plus précisément, il s’agit ici de la polarisation linéaire des quasars dans le domaine visible (filtre V)⁵. Mieux encore, il était possible de délimiter approximativement une région, repérée en déclinaison, ascension droite et redshift, dans laquelle tous les objets de l’échantillon possédaient un vecteur de polarisation compris dans un intervalle de 80° (au lieu d’être uniformément distribués sur 180° comme nous pourrions nous y attendre).

Un échantillon de 170 quasars, sévèrement sélectionnés — nous en discuterons ci-après —, fut donc rassemblé dans la littérature afin de vérifier statistiquement l’existence d’un effet d’alignement dans cette région et de tenter de mettre en évidence d’autres régions semblables.

Depuis lors, considérant un échantillon de plus en plus important [3, 5], les tests statistiques confirment de manière toujours plus significative, comme nous le verrons, que les vecteurs de polarisation ne sont *pas distribués aléatoirement* : au contraire, il semble qu’à certains redshifts, ceux-ci soient corrélés sur des distances allant jusqu’à $\sim 1000h^{-1}\text{Mpc}$ dans quelques régions du ciel — le h intervenant ici étant le paramètre de Hubble en unités de $100 \text{ Mpc}^{-1}\text{km s}^{-1}$.

De plus, un alignement n’ayant pas lieu ou étant différent pour des objets situés dans

quasars BAL (*broad absorption line*), présentant des raies en absorption, sont considérés [8].

⁵Notons, au passage, que l’effet d’alignement ne semble pas avoir lieu dans le domaine radio [2, 5].

la même ligne de visée et à différents redshifts, l'effet se trouve être *non-explicable par un mécanisme local* et semble donc réclamer un mécanisme agissant sur de très grandes distances. Ainsi, par exemple, un tel effet ne serait pas explicable par un biais expérimental, qui affecterait toutes les données de la même manière — indépendamment de la distance de l'objet.⁶ De même, il ne semble pas possible de pouvoir relier le phénomène à une contamination (par extinction préférentielle d'une composante polarisée de la lumière) due aux grains de poussière interstellaire alignés par le champ magnétique dans notre Galaxie — cette extinction provoque l'apparition d'une polarisation linéaire parasite et un alignement des vecteurs de polarisation — car les quasars à différents redshifts devraient alors tous subir le même effet.

Dans l'optique de réduire la contamination par notre Galaxie, tout en gardant un échantillon assez conséquent et de qualité, les critères de sélection (voir [2]) furent de ne choisir que des quasars dont le degré de polarisation linéaire p soit tel que $p \geq 0,6\%$ — valeur au-delà de laquelle la polarisation peut être considérée comme étant intrinsèque à l'objet — et dont σ_θ , l'incertitude sur l'angle de polarisation θ , soit $\leq 14^\circ$. Enfin, seuls furent pris en compte les objets situés à de hautes latitudes galactiques, supérieures à 30° , afin d'éviter au maximum l'influence de la Galaxie.

Dans tous les cas, lorsque plusieurs mesures du même objet étaient disponibles dans la littérature, la meilleure valeur, à savoir celle présentant la plus petite incertitude σ_p sur le degré de polarisation (σ_θ dépendant de p), était gardée.

Par la suite, disposant d'un échantillon plus important (recensant 355 objets dans le dernier article) et toujours soumis aux mêmes critères de sélection, d'autres caractéristiques de l'effet purent encore être mises en évidence [3, 5] :

1. les corrélations connues entre les différents types de quasars et leur polarisation, présentées à la fin de la section précédente, ne sont pas détruites par l'effet d'alignement dans les zones où celui-ci a lieu, ce qui suggère que les propriétés de polarisation observées restent principalement intrinsèques à l'objet.
2. l'effet d'alignement, lorsqu'il se manifeste dans une région du ciel, affecte les quasars indépendamment de la catégorie à laquelle ils appartiennent.
3. en fonction du redshift, interprété en tant que mesure de distance, il semble y avoir une alternance de « quasi-période » $1,5 h^{-1}\text{Gpc}$ de régions d'alignement et de distribution aléatoire ainsi qu'une rotation de l'angle de polarisation moyen d'environ 45° sur la même distance caractéristique.
4. l'alignement semble être plus particulièrement marqué dans deux régions à peu près opposées du ciel.⁷

⁶Un biais expérimental systématique serait, en plus, peu probable étant donné que l'échantillon fut composé d'observations faites par différentes équipes (les mesures redondantes étant, par ailleurs, en excellent accord).

⁷Une emphase particulière ayant été donnée à ces régions lors de la construction de l'échantillon, il serait

1.3 Obtention et traitement des données

1.3.1 Paramètres de Stokes

Considérant les phénomènes de manière classique, une manière bien connue de caractériser la lumière est de considérer la direction selon laquelle son champ électrique oscille au cours de la propagation, à savoir, observer sa polarisation. Afin de décrire univoquement l'état de polarisation d'une onde électromagnétique, George G. Stokes introduisit 4 paramètres : Q et U permettant de caractériser la polarisation linéaire de l'onde, V rendant compte de l'état de polarisation circulaire, et I représentant l'intensité du rayonnement.

Supposons que l'onde que nous souhaitons caractériser soit une onde plane se dirigeant dans la direction z et s'écrivant sous la forme

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{\epsilon}_x E_x + \vec{\epsilon}_y E_y \\ &= \vec{\epsilon}_x E_x(0) e^{i(kz - \omega t)} + \vec{\epsilon}_y E_y(0) e^{i(kz - \omega t)}, \quad E_x(0), E_y(0) \in \mathbb{C}.\end{aligned}\quad (1.1)$$

Le résultat d'une mesure d'un champ électrique étant toujours une quantité réelle, seule la partie réelle ou imaginaire de l'expression (1.1) a bien évidemment un sens. L'écriture complexe est cependant commode que cela soit lors de développements mathématiques ou pour décrire l'état de polarisation de l'onde. Rappelons qu'une onde est dite *linéairement polarisée* lorsque les amplitudes E_x et E_y vibrent en phase et *circulairement polarisée* dans le cas où elles sont égales en module et déphasées de $\pi/2$.⁸

Plusieurs façons équivalentes d'exprimer les paramètres de Stokes existent et celle que nous utiliserons dans ce mémoire sera

$$\begin{cases} I = E_x E_x^* + E_y E_y^* &= |E_x|^2 + |E_y|^2 \\ Q = E_x E_x^* - E_y E_y^* &= |E_x|^2 - |E_y|^2 \\ U = E_x E_y^* + E_x^* E_y &= 2 \operatorname{Re}\{E_x E_y^*\} \\ V = i(-E_x E_y^* + E_x^* E_y) &= 2 \operatorname{Im}\{E_x E_y^*\}.\end{cases}\quad (1.2)$$

Avant de continuer notre discussion, donnons quelques exemples pour nous aider à mieux appréhender ces paramètres.

Notons tout d'abord $E_x = a e^{i\alpha}$ et $E_y = b e^{i\beta}$, avec $a, b \in \mathbb{R}$, de telle sorte que notre champ électrique (1.1) se récrive :

$$\vec{E} = (a e^{i\alpha} e^{i(kz - \omega t)}, b e^{i\beta} e^{i(kz - \omega t)}, 0).\quad (1.3)$$

trop hâtif de tirer des conclusions de ce constat. Il peut être intéressant malgré tout de noter que celles-ci définissent un axe pointant dans la direction du centre de notre super amas local et qui est également assez proche d'une direction particulière du rayonnement de fond cosmologique (CMB).

⁸Une onde sera dite « elliptiquement polarisée » dans les autres cas.

Les paramètres de Stokes (1.2) s'expriment alors explicitement par les relations

$$\begin{cases} I &= a^2 + b^2 \\ Q &= a^2 - b^2 \\ U &= a e^{i\alpha} e^{i(kz-\omega t)} b e^{-i\beta} e^{-i(kz-\omega t)} + a e^{-i\alpha} e^{-i(kz-\omega t)} b e^{i\beta} e^{i(kz-\omega t)} \\ &= ab [e^{i(\beta-\alpha)} + e^{-i(\beta-\alpha)}] = 2ab \cos(\beta - \alpha) \\ V &= i[-a e^{i\alpha} e^{i(kz-\omega t)} b e^{-i\beta} e^{-i(kz-\omega t)} + a e^{-i\alpha} e^{-i(kz-\omega t)} b e^{i\beta} e^{i(kz-\omega t)}] \\ &= ab [e^{i(\beta-\alpha)} - e^{-i(\beta-\alpha)}] = 2ab \sin(\beta - \alpha). \end{cases} \quad (1.4)$$

Comme il s'agit du cas qui va nous occuper le plus souvent dans ce mémoire, considérons une onde linéairement polarisée ($\alpha = \beta$).

Tout d'abord, remarquons que, dans ce cas, le paramètre V , décrivant la polarisation circulaire, s'annule bien comme escompté — il est, en fait, maximal lorsque le déphasage est de $\pi/2$, comme dans le cas d'une onde circulairement polarisée.

Cela étant, nous voyons explicitement que deux paramètres Q et U sont bel et bien requis pour pouvoir décrire tous les états de polarisation linéaire :

- autant les états pour lesquels les amplitudes selon les directions $\vec{\epsilon}_x$ et $\vec{\epsilon}_y$ sont égales, $a = b$; auquel cas $Q = 0$ et $U = 2a^2$;
- que ceux dont le champ électrique ne vibre que selon l'une de ces deux directions perpendiculaires, $b = 0$ (ou $a = 0$); c'est à dire $Q = a^2$ (ou $-b^2$) et $U = 0$.

Donnons enfin un exemple, partant des paramètres de Stokes, et demandons-nous quelle serait l'onde décrite, par exemple, par les paramètres $I = 2$, $Q = 1$ et $V = 0$. Très facilement, de $V = 0$, nous déduisons $\alpha = \beta$ et, des valeurs de I et de Q , nous obtenons $a = \sqrt{\frac{3}{2}}$ et $b = \sqrt{\frac{1}{2}}$, ce qui implique $U = \sqrt{3}$. Ainsi, cette onde est en fait linéairement polarisée, d'amplitudes maximales selon les deux directions $\vec{\epsilon}_x$ et $\vec{\epsilon}_y$ données respectivement par a et b , et vibrant selon une direction formant un angle $\theta = \arctg(\frac{b}{a}) = 30^\circ$ avec l'axe défini par le vecteur $\vec{\epsilon}_x$.

Dans notre dernier exemple, nous avons vu que seuls trois des paramètres sont indépendants — les paramètres de Stokes sont en fait reliés par la relation $I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$ — mais ceci n'est vrai que le cas d'onde monochromatique : rappelons [1] que, dans le cas plus réaliste d'une superposition de trains d'ondes, cette relation devient $I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2$. Dans ce dernier cas, les paramètres de Stokes observés deviennent en fait des moyennes temporelles (sur un temps long par rapport à la fréquence ω) et nous écrirons, par exemple,

$$Q = \langle |E_x(z)|^2 \rangle - \langle |E_y(z)|^2 \rangle. \quad (1.5)$$

En astrophysique [9], à partir de I , Q , U et V , deux autres quantités fréquemment utilisées sont introduites : le *degré de polarisation* p_{tot} , correspondant à la fraction de lumière qui est polarisée et l'*angle de polarisation* θ , correspondant à l'angle entre la direction définie par le maximum du champ électrique et une direction arbitraire (souvent choisie

comme étant l'axe Nord-Sud du système de coordonnées équatoriales). Faisant appel aux paramètres de Stokes normalisés

$$q = \frac{Q}{I}, \quad u = \frac{U}{I} \quad \text{et} \quad v = \frac{V}{I}, \quad (1.6)$$

ces dernières quantités sont définies par les relations

$$p_{tot} = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} = \sqrt{q^2 + u^2 + v^2} \quad (1.7)$$

et

$$\theta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{u}{q}\right). \quad (1.8)$$

Nous pouvons maintenant décrire la démarche suite à laquelle de nouvelles polarisations de quasars furent obtenues pour le plus récent échantillon [4]. Comme la plupart des observations eurent lieu à l'observatoire de La Silla (ESO) au Chili en utilisant un télescope de 3,6 m équipé de l'instrument EFOSC2 (ESO Faint Object Spectrograph and Camera), nous nous restreindrons à exposer le mode opératoire dans ce cas particulier, les informations complémentaires ou relatives aux autres équipements pouvant être obtenues dans l'article de Sluse [4] et dans la thèse de Lamy [9].

Notons que, dès à présent, lorsque nous parlerons de degré de polarisation, nous ne considérerons très souvent que la polarisation *linéaire*, étant donné que seuls les paramètres u et q sont obtenus lors des observations que nous discuterons par la suite :

$$p = p_{lin} = \sqrt{q^2 + u^2}. \quad (1.9)$$

1.3.2 Mesures de polarisation

L'EFOSC, représenté schématiquement sur la figure 1.2, est un instrument susceptible d'accueillir divers éléments optiques selon son utilisation ; lorsqu'il s'agit d'obtenir des mesures polarimétriques, l'élément clé du montage est un *prisme de Wollaston*⁹, un prisme biréfringent. Une propriété particulièrement intéressante de ces prismes est que leur indice de réfraction présente une valeur différente selon que la polarisation de la lumière incidente est orthogonale ou parallèle à leur axe optique : ils permettent donc de diviser la lumière incidente en sortant deux faisceaux de polarisations linéaires orthogonales, dénotés ordinaire et extraordinaire, chacun donnant lieu à une image de l'objet — dans notre cas, sur un capteur CCD.

Afin d'éviter les recouvrements entre les images obtenues à la sortie du Wollaston, un *masque* spécial doit être disposé au niveau du plan focal du télescope pour occulter une partie du ciel. Comme nous pouvons le voir sur la partie inférieure gauche de la figure 1.2, ce masque consiste, en réalité, en une alternance de bandes transparentes et opaques —

⁹Un prisme de Wollaston est constitué de deux prismes accolés provenant d'un même cristal — en général de calcite ou du quartz — et taillés de sorte à présenter des axes optiques perpendiculaires.

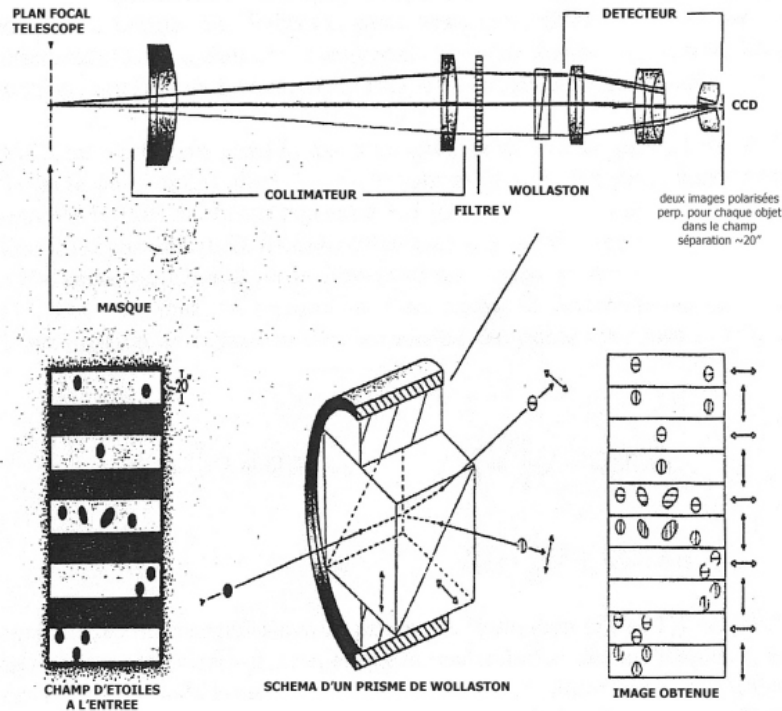


FIG. 1.2 – Schéma représentant les différents éléments optiques composant EFOSC pour les mesures de polarisation ainsi que l'obtention d'une image. (Image adaptée de [10]).

la largeur de ces dernières se trouvant être égale à la séparation angulaire entre les deux faisceaux à la sortie du prisme ($20''$). Ayant recours à celui-ci, de chacune des zones non-obscuries, nous obtenons alors deux images de polarisations orthogonales sur le CCD, comme schématisé sur la partie inférieure droite de cette figure.

La marche à suivre pour mesurer la polarisation d'un objet sera alors de le centrer sur une bande transparente correspondant à une partie sans défaut du capteur CCD pour obtenir simultanément des informations relatives à son intensité selon deux directions de polarisation.¹⁰

Si nous voulons maintenant obtenir les paramètres de Stokes q et u pour une certaine source, il sera nécessaire de procéder à ces mesures avec au moins deux orientations différentes du Wollaston. Alors qu'auparavant cela nécessitait de faire tourner tout l'appareil (EFOSC1) — le masque devant être pivoté de la même manière que le Wollaston —, une méthode plus pratique revient à insérer dans le montage que nous avons vu (figure 1.2) une *lame demi-onde*¹¹ qui sera, elle, tournée, le reste de l'appareil restant fixe (EFOSC2).

¹⁰Remarquons que l'obtention simultanée des images rend les résultats des mesures indépendants des variations des conditions atmosphériques, les deux images de l'objet étant affectées de la même manière.

¹¹Pour rappel, une onde électromagnétique dont le champ électrique définirait initialement un angle θ avec l'axe optique d'une lame demi-onde verrait ce dernier tourné d'un angle 2θ à la sortie de la lame. Ajoutons que tout comme les prismes Wollaston, ces lames sont généralement taillées dans des cristaux de calcite ou de quartz, aux propriétés biréfringentes [11].

Dans les faits, pour l'échantillon de quasars, bien que deux positions différentes auraient théoriquement suffi, ce sont quatre mesures — la lame étant positionnée à 0° , $22,5^\circ$, 45° et $67,5^\circ$ — qui ont été prises pour chaque objet afin de corriger la plupart des effets instrumentaux¹² — parmi lesquels certains auraient d'ailleurs été induits par la présence de la lame elle-même, telle une légère déformation de l'image [9].

Intégrant enfin, pour les différentes positions de la lame, les intensités de chaque objet dans les images supérieures et inférieures et combinant alors les mesures redondantes [4, 9], les paramètres de Stokes q et u de chacun purent être obtenus.

En pratique, les intensités dont nous venons de parler et qui permettent à l'observateur de remonter vers les paramètres de Stokes de la source étudiée sont obtenues via une procédure semi-automatique sous MIDAS, un logiciel de traitement d'images et de données.

1. Partant du cliché déjà corrigé d'un éventuel faux zéro (*bias*) et de la différence de sensibilité des pixels composant le détecteur CCD (*flatfield*), de petites zones entourant l'objet de l'observation sont tout d'abord sélectionnées manuellement. Notons que cette procédure doit être répétée pour chacune des deux bandes contenant l'objet, le signal du ciel sous-jacent étant lui-même souvent polarisé.
2. Les intensités de chacune des petites régions sont alors lissées et ajustées (*fit*) par un plan (de manière automatique), qui est ensuite soustrait de l'image correspondante (procédure de « soustraction du ciel »).
3. Le flux de l'objet est alors intégré dans chacune des deux images¹³, la position précise de celui-ci ayant été déterminée par une méthode d'ajustement de gaussienne à deux dimensions, et les paramètres de Stokes normalisés, le degré et l'angle de polarisation sont calculés avec leurs incertitudes respectives.
4. Enfin, des étoiles standards dont la polarimétrie est bien connue permettent¹⁴ de déterminer le zéro de l'angle de polarisation θ . Corrigeant alors systématiquement le zéro de l'angle de polarisation, il est possible d'obtenir les valeurs des paramètres des différents objets dans le référentiel équatorial standard.

Le mode opératoire que nous avons présenté fut celui utilisé par Hutsemékers et ses collaborateurs mais rappelons que l'autre moitié de l'échantillon fut, en fait, obtenue en rassemblant dans la littérature des mesures faites par d'autres équipes (qui n'avaient donc pas spécialement utilisé le même appareil ni suivit la même démarche que ce que nous avons décrit dans cette section).¹⁵

¹²Agir de la sorte permet, par exemple, de compenser une éventuelle différence des coefficients de transmission du Wollaston vis-à-vis des rayons ordinaires et extraordinaires

¹³La prise d'images redondantes (0° – 45° et $22,5^\circ$ – $67,5^\circ$) donne également une certaine confiance en ces résultats, la présence d'un rayon cosmique parasite, par exemple, pouvant être facilement détectée par la présence d'un pic d'intensité dans l'une et non dans l'autre.

¹⁴Il est nécessaire d'observer au moins une telle étoile par nuit d'observation, les résultats obtenus étant alors comparés avec des valeurs tabulées.

¹⁵À titre informatif [5], les objets sélectionnés furent principalement choisis dans le catalogue Véron [12]

1.4 Statistiques appliquées à l'échantillon

Une fois les données obtenues, des tests statistiques, locaux ou globaux, ont été appliqués afin de vérifier l'existence de l'effet d'alignement de façon plus quantitative et d'observer s'il se confirmait lorsqu'un plus grand échantillon était considéré [3, 5].

– Statistique locale

Considérant une *région choisie a priori*, nous pouvons tester l'hypothèse que les angles de polarisation des quasars soient contenus dans un certain intervalle $[\theta_1, \theta_2]$, préalablement déterminé à l'aide des résultats obtenus dans [2], au lieu d'être uniformément distribués sur 180° . De fait, si l'effet d'alignement existe, la majorité des quasars nouvellement adjoints à l'échantillon et se trouvant dans cette région devraient suivre la même tendance; nous devrions pouvoir faire une prédiction.

Pour ce faire, un *test binomial* peut être utilisé : si P_A désigne la probabilité, dans le cas de l'hypothèse H_0 d'une distribution uniforme, qu'un certain angle θ soit compris dans l'intervalle $[\theta_1, \theta_2]$ et N , le nombre de quasars parmi N_0 ayant un tel angle de polarisation, alors N est une variable aléatoire suivant une distribution binomiale sous H_0 et la probabilité d'avoir N_* angles ou plus dans l'intervalle est donnée par la relation¹⁶

$$P_{bin}(N \geq N_*) = \sum_{l=N_*}^{N_0} \binom{N_0}{l} P_A^l (1 - P_A)^{N_0-l}, \quad (1.10)$$

où la probabilité P_A est telle que $P_A = \Delta\theta/180^\circ$, $\Delta\theta = (\theta_2 - \theta_1)$ modulo 180° .

Ce test a été utilisé dans [3] et [5], l'hypothèse H_0 pouvant être rejetée de manière de plus en plus significative tandis que l'échantillon considéré est plus important.

Dans l'article [3], c'est pour la région du ciel où l'effet d'alignement avait été mis en évidence en premier lieu (région A_1 , voir la figure 1.3) que le test statistique fut effectué. Dans ce cas, l'intervalle des angles de polarisation choisi *a priori* était celui suggéré par les premières observations de l'article [2], à savoir $[146^\circ, 46^\circ]$ — ce qui implique $P_A = 80/180$. L'échantillon de l'époque contenant $N_0 = 13$ nouveaux quasars situés dans cette zone dont 10 caractérisés par un angle de polarisation inclus dans l'intervalle, il est aisé de calculer, et nous l'avons vérifié explicitement, en utilisant la relation précédente, que la probabilité qu'une telle répartition d'angles soit due au hasard vaut $P_{bin}(N \geq N_*) = 0,01842$, en accord avec l'article.

Dans le cas du nouvel échantillon, nous n'avons pas refait les calculs et nous nous contenterons de discuter le tableau des résultats obtenus, la méthode restant identique.

Observant les résultats de la figure 1.5 pour les régions¹⁷ libellées A_1 , A_1+ et A_3 , nous voyons que l'hypothèse de distribution uniforme des angles de polarisation peut, cette fois,

et le « Sloan Digital Sky Survey Early and First Data Releases » (dont une liste des publications récentes se trouve à l'adresse <http://www.sdss.org/publications/index.html>).

¹⁶Le terme $\binom{N_0}{l}$, noté aussi $C_{N_0}^l$, est le coefficient binomial de l'analyse combinatoire : $\binom{N_0}{l} = \frac{N_0!}{l!(N_0-l)!}$.

¹⁷ A_1 et A_3 sont les deux régions dont nous avons dit qu'elles définissaient approximativement un axe où

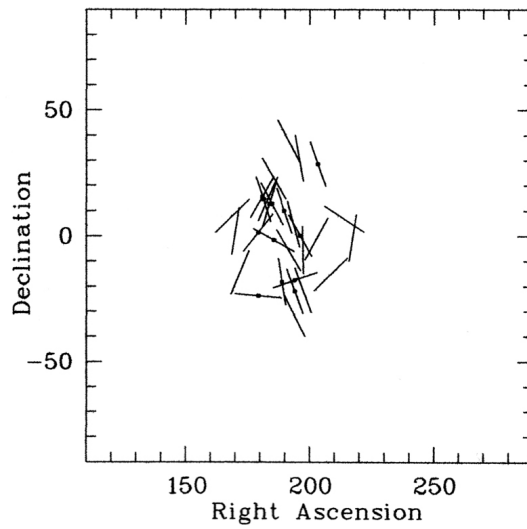


FIG. 1.3 – Carte des vecteurs de polarisation des quasars se trouvant dans la région A_1 considérés dans l'article [3]. Les différents objets sont situés à des redshifts allant de 1 à 2,3. Source : [3].

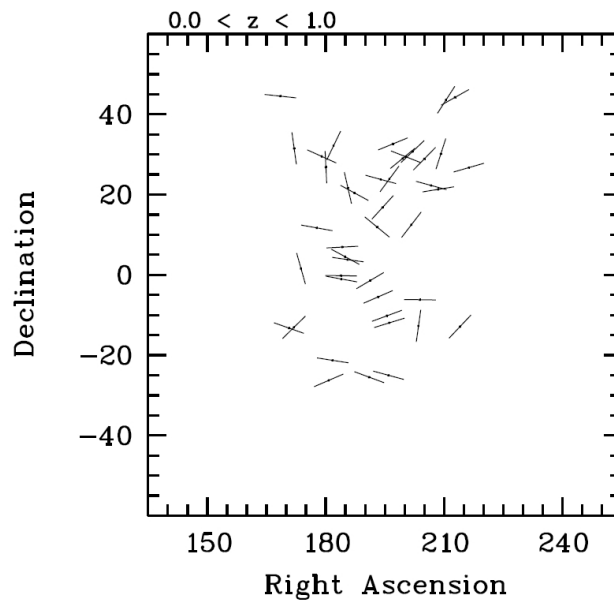


FIG. 1.4 – Carte des vecteurs de polarisation de quasars se trouvant dans la même région délimitée en déclinaison et ascension droite mais cette fois pour des objets situés à des redshifts inférieurs à 1. Nous observons que la direction dominante des angles est bien différente de celle observée sur la figure 1.3. Source : [5].

Table 1. Binomial statistics.

Region		New sample		Full sample	
		N_\star / N_0	P_{bin}	N_\star / N_0	P_{bin}
A1	$p \geq 0.6\%$	27/40	2.8×10^{-3}	42/56	3.3×10^{-6}
	$p \geq 1.0\%$	15/22	2.1×10^{-2}	27/34	3.4×10^{-5}
	$p \geq 2.0\%$	5/6	6.6×10^{-2}	7/8	1.7×10^{-2}
	$p \geq 3.0\%$	5/5	1.7×10^{-2}	6/6	7.7×10^{-3}
A1+	$p \geq 0.6\%$	13/14	2.2×10^{-4}	17/18	1.1×10^{-5}
	$p \geq 1.0\%$	8/8	1.5×10^{-3}	12/12	5.9×10^{-5}
A3	$p \geq 0.6\%$	14/18	4.3×10^{-3}	24/29	2.6×10^{-5}
	$p \geq 1.0\%$	9/11	1.3×10^{-2}	17/20	2.3×10^{-4}
	$p \geq 2.0\%$	6/7	3.3×10^{-2}	12/13	4.6×10^{-4}
	$p \geq 3.0\%$	6/7	3.3×10^{-2}	9/10	4.1×10^{-3}

FIG. 1.5 – Résultats du test binomial, considérant le dernier échantillon de 355 quasars. La région A_{1+} est une région plus petite située à l'intérieur de A_1 où la tendance à l'alignement semble davantage marquée et A_3 est approximativement opposée à A_1 sur le ciel. Source : [5].

être rejetée en faveur d'une tendance à l'alignement avec un risque de première espèce¹⁸ de 0,28%, c'est à dire un ordre de grandeur inférieur au cas du deuxième article, que venons de discuter : l'agrandissement de l'échantillon semble pour l'instant donner des résultats encourageants en faveur de l'existence de l'effet, en rendant celui-ci plus significatif dans ces régions.

– Statistique globale

Considérant l'entièreté de l'échantillon, nous pourrions notamment chercher à mettre en évidence, à l'aide de certains tests, des zones où une direction préférentielle serait présente. Deux principaux tests ont ainsi été appliqués aux échantillons de quasars, S et Z , tenant tous deux compte de la nature circulaire des données (angles de polarisation). Le principe de ceux-ci était de calculer la dispersion des angles de polarisation pour n_v plus proches voisins (dans l'espace à trois dimensions).

Leur description complète ainsi que leur discussion se trouvant dans les articles [2] et [5], nous n'en rapporterons pas ici tous les détails et nous n'introduirons que le test Z_c^m à titre d'exemple.

Le point de départ du test d'Andrews et Wasserman modifié, Z_c^m , est de considérer la direction moyenne $\bar{\theta}_j$ des angles de polarisation des n_v voisins de chacune des sources j et de comparer celle-ci à la direction θ_j de l'objet lui-même. Dans le cas où les vecteurs

l'effet semblait plus important. Insistons sur le fait que les alignements dans les deux régions A_1 et A_3 ne se font bien sûr pas *a priori* selon des directions semblables : l'intervalle considéré pour cette dernière, choisi en se basant sur les observations antérieures, fut $[84^\circ, 164^\circ]$.

¹⁸Le risque de première espèce est le risque de rejeter l'hypothèse H_0 quand elle est, en fait, correcte.

polarisations auraient tendance à s'aligner localement, θ_i serait alors en général plus proche de $\bar{\theta}_i$ (la direction moyenne définie par ses voisins) que de $\bar{\theta}_{j \neq i}$ (la direction moyenne des voisins d'un autre objet).

Considérant les vecteurs de polarisation des n_v plus proches voisins de l'objet i , le vecteur de polarisation résultant moyen, pointant selon la direction définie par la moyenne de leurs angles de polarisation, peut s'écrire

$$\vec{Y}_i = \frac{1}{n_v} \left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n_v} \cos 2\theta_k, \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n_v} \sin 2\theta_k \right) = |\vec{Y}_i| (\cos 2\bar{\theta}_i, \sin 2\bar{\theta}_i). \quad (1.11)$$

Ayant alors calculé tous les \vec{Y}_j , un moyen¹⁹ d'observer la corrélation entre θ_i et les différents $\bar{\theta}_j$ est de considérer les produits scalaires de ces vecteurs avec $\vec{y}_i = (\cos 2\theta_i, \sin 2\theta_i)$,

$$D_{i,j} = \vec{y}_i \cdot \vec{Y}_j, \quad (1.12)$$

le résultat du produit scalaire étant d'autant plus grand que l'angle entre les vecteurs est petit. Les $D_{i,j=1,\dots,n}$ sont ensuite triés en ordre croissant et l'on indique par r_i le rang de $D_{i,i}$.

Agissant de la sorte pour chaque objet i , il sera alors possible de caractériser l'existence d'alignements en utilisant une statistique faisant intervenir la moyenne des r_i et qui sera d'autant plus grande que les corrélations entre les angles de polarisation seront fortes [3].

Dans le cas de l'échantillon de quasars, le niveau de signification (*Significance Level*), à savoir la probabilité que la distribution des angles, pour les différentes positions, soit le fruit du hasard, a été estimé par des *simulations Monte-Carlo* où les angles mesurés ont été aléatoirement redistribués²⁰ sur les positions. Pour ce faire, de l'ordre de 10 000 à 100 000 permutations ont été effectuées. Cette probabilité a alors été évaluée en calculant le pourcentage des simulations donnant lieu à un Z (resp. un S) supérieur au Z_* (resp. inférieur au S_*), obtenu avec le véritable échantillon.

Une faiblesse de ces tests est qu'ils dépendent des coordonnées choisies, étant donné qu'ils considèrent les angles de polarisation par rapport à une direction de référence, comme nous l'avons expliqué .

Pour palier à ce problème, Pankaj Jain et coll. dans [13] ont proposé des tests similaires, pS_D et pZ_c^m , qui sont indépendants des coordonnées, recourant au *transport parallèle* des vecteurs de polarisation le long des grands cercles.

Les résultats obtenus par les différents tests dans le cas du dernier échantillon de quasars sont présentés dans la figure 1.6 ; ceux obtenus en faisant appel ou non au transport parallèle sont assez semblables et donnent un niveau de signification de 10^{-3} à 10^{-4} , tendant à confirmer l'existence de l'effet d'alignement.

¹⁹Le test original considérait le produit scalaire du vecteur \vec{y}_i avec le vecteur normalisé \vec{Y}_i . Cependant, conserver la norme de \vec{Y}_j permet de donner naturellement davantage de poids aux objets alignés, la dispersion des angles étant, dans un tel cas, moins étendue [2].

²⁰Agir de la sorte permet de garder la même distribution d'angles tout en supprimant les véritables corrélations entre angles et positions.

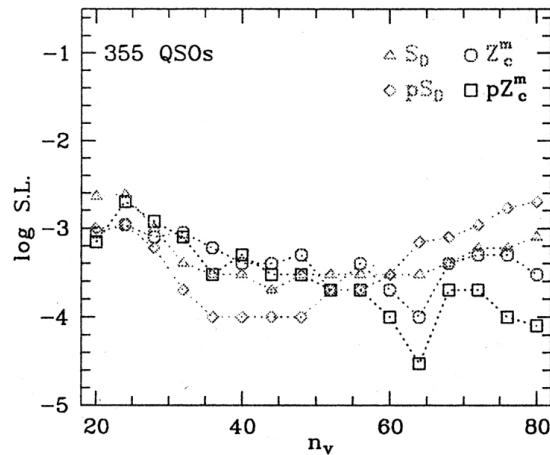


FIG. 1.6 – « *Significance Level* » en logarithme pour les différents tests en fonction du nombre de voisins n_v considérés dans les tests. Source : [5].

Notons également que le niveau de signification α , dans ce cas, encore été diminué d'un ordre de grandeur avec l'agrandissement de l'échantillon [3, 5].

Bien que d'autres tests statistiques aient été appliqués à l'échantillon, en plus de ceux que nous avons présentés, nous ne les discuterons cependant pas, notre mémoire étant principalement consacré à l'interprétation du phénomène d'alignements de vecteurs de polarisation.

1.5 La recherche d'un coupable

Ayant discuté l'effet d'alignement des vecteurs de polarisation des quasars dans le domaine optique, l'obtention des mesures et leur traitement, ainsi que, finalement, les tests statistiques permettant de mettre en évidence ces alignements, nous allons maintenant énumérer un certain nombre de mécanismes qui pourraient potentiellement être responsables du phénomène.

Comme nous l'avons mentionné à plusieurs reprises, l'explication de la tendance à l'alignement par un effet local — comme, par exemple, la contamination par extinction préférentielle d'une composante polarisée de la lumière par les grains interstellaires alignés dans le champ magnétique de la Galaxie — ne pourrait rendre compte de l'observation de tendances différentes pour les vecteurs de polarisation à différents redshifts selon une même ligne de visée (figures 1.3 et 1.4). De ce fait, nous devrions chercher une solution agissant à des échelles cosmologiques, ces alignements ayant lieu sur de très grandes distances ; nous pouvons alors séparer les candidats en deux grandes catégories [5] :

1. ceux qui considèrent que les axes morphologiques des quasars sont *véritablement alignés* à de larges échelles suite à un ou des mécanisme(s) datant de l'époque de la formation de l'Univers et restant à déterminer.

2. les autres, qui supposent que les sources sont aléatoirement orientées et que l'alignement des vecteurs de polarisation est dû à un mécanisme *agissant sur la lumière* entre l'objet et l'observateur.

Par exemple, dans le premier cas, l'effet serait peut-être explicable en faisant appel à une rotation globale de l'Univers [14] — dont l'axe serait approximativement perpendiculaire à l'axe A_1-A_3 —, un transfert de moment cinétique aux galaxies et quasars ayant alors lieu lors de leur formation. Néanmoins, l'alternance de zones d'alignement et de distribution aléatoire en fonction de la distance semble difficile à expliquer par ce type de mécanismes.

En ce qui concerne la deuxième catégorie de solutions, où c'est la lumière qui est affectée durant sa propagation, notons le fait intéressant que *l'ajout d'une petite polarisation systématique* à un ensemble d'objets dont les angles de polarisation étaient originellement distribués de manière aléatoire mènerait à l'apparition d'un effet alignement qui ne détruirait cependant pas les propriétés de polarisation intrinsèques des sources [3].²¹

Alors qu'une polarisation résiduelle parasite d'origine instrumentale ou galactique expliquerait difficilement le phénomène, il est assez remarquable que l'hypothétique existence de particules pseudoscalaires, appelées *axions*, se couplant avec la lumière en présence d'un champ magnétique, pourrait, en fait, permettre de rendre compte de la majorité des effets rencontrés : apparition spontanée d'une polarisation supplémentaire, rotation de l'angle de polarisation et alternance en fonction du redshift.

Dans la suite de ce mémoire, nous nous concentrerons ainsi sur la solution que pourrait représenter l'axion, en présentant tout d'abord les propriétés, l'origine et la détection de ce type de particule et en discutant ensuite en détail les conséquences de leur hypothétique existence sur les propriétés de polarisation de la lumière lors de sa propagation.

²¹Rappelons que la non-destruction des propriétés de polarisation intrinsèques des objets est une des observations qui ont pu être faites suite aux analyses de l'échantillon (voir section 1.2).

Les axions et leur famille

2.1 Présentation de certaines propriétés des axions

Plutôt que de commencer notre discussion en relatant immédiatement le cheminement historique ayant mené aux axions en théorie des champs, nous avons choisi de faire dès maintenant un petit inventaire de quelques propriétés — bien évidemment déduites de la théorie — qui devraient caractériser ces particules hypothétiques. La littérature consacrée aux axions étant assez abondante¹, nous ne ferons sans doute qu’effleurer le sujet mais nous pensions qu’il était nécessaire de commencer ainsi, afin de motiver les considérations théoriques de la section suivante.

Propriétés et couplage avec la lumière

Provenant d’une brisure de symétrie, comme nous le verrons par la suite, les axions sont des particules pseudoscalaires, c’est à dire qu’il s’agit de champs bosoniques de spin nul qui changent de signe suite à une transformation de parité² P .

Bien que leurs interactions avec les autres particules dépendent du modèle théorique considéré [16, 17], ils interagissent notamment avec la lumière. Comme nous sommes à la recherche d’un mécanisme qui pourrait expliquer l’effet Hutsemékers, c’est bien évidemment à ce type d’interaction que nous nous intéresserons plus particulièrement. C’est par ailleurs également en considérant les interactions des axions avec les photons que sont mises en œuvre les tentatives de détection expérimentale de cette particule.

Notons qu’il existe normalement une relation qui relie univoquement la masse de l’axion m_a et ses constantes de couplage avec les différents champs [15]. Il est cependant possible dans une certaine mesure de relâcher ces contraintes [17] : nous parlerons alors plutôt d’une « particule apparentée à l’axion » (PAA).³

¹Voir, par exemple, la bibliographie de l’article [15].

²La transformation discrète de parité revient à prendre l’image dans un miroir de la particule.

³Notons que certains modèles considèrent également parfois des particules scalaires plutôt que pseudoscalaires.

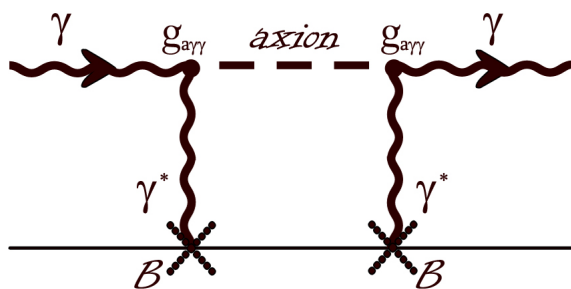


FIG. 2.1 – Diagramme de Feynman montrant la transformation du photon incident en axion et sa régénération via l'effet Primakoff. Les croix désignent le champ magnétique extérieur classique.

L'interaction décrite par le terme du lagrangien correspondant au couplage de l'axion avec les photons autorise, en fait, un processus semblable à un effet déjà connu sous le nom d'effet *Primakoff*⁴ ; cette interaction couple le champ d'axions avec deux photons : $\gamma\gamma^* \rightarrow a$. Plus précisément, de la lumière se propageant dans un champ magnétique et dont la polarisation est parallèle à la direction de ce dernier peut donner lieu à un axion suite à cet effet — l'un des deux photons requis, γ^* , provenant du champ magnétique. Pareillement, l'effet peut avoir lieu en sens inverse et un axion donnera alors un photon de polarisation parallèle à la direction du champ magnétique qu'il traversait (figure 2.1). Cette transformation axions-photons en présence de champs magnétiques est d'une certaine manière analogue à l'oscillation des neutrinos [15].

Résultant de cet effet, deux principales caractéristiques peuvent décrire l'interaction axions-photons.

La première est un *dichroïsme* (voir figure 2.2), c'est à dire une absorption sélective d'une des deux polarisations linéaires de la lumière — celle parallèle au champ \vec{B} pour une PAA pseudoscalaire comme l'axion ou perpendiculaire dans l'autre cas —, pouvant conduire à une rotation⁵ de la direction du vecteur de polarisation pour la lumière.

Si une PPA existe bel et bien, ce dichroïsme permettrait d'expliquer l'effet Hutsemékers : il fournit en effet à la fois une rotation de l'angle de polarisation avec la distance parcourue dans le champ magnétique et une légère apparition de polarisation linéaire, comme nous pouvons facilement nous en convaincre en imaginant le processus pour une lumière initialement non-polarisée. Ajoutons qu'en plus de la rotation, une autre conséquence de cette

⁴L'effet originellement décrit par Henry Primakoff concernait la production de pions π^0 , particules pseudoscalaires, suite à l'interaction entre de la lumière et le champ électrique de noyaux ; dans son article, il faisait également le lien de ce processus avec la désintégration du π^0 en deux photons [18].

⁵Cette rotation de l'angle de polarisation n'est qu'une conséquence du dichroïsme et peut très bien ne pas avoir lieu — par exemple lorsque la lumière est justement linéairement polarisée selon la direction d'absorption. Le sens dans lequel cette rotation aura lieu dépendra bien évidemment du caractère scalaire ou pseudoscalaire de la particule.

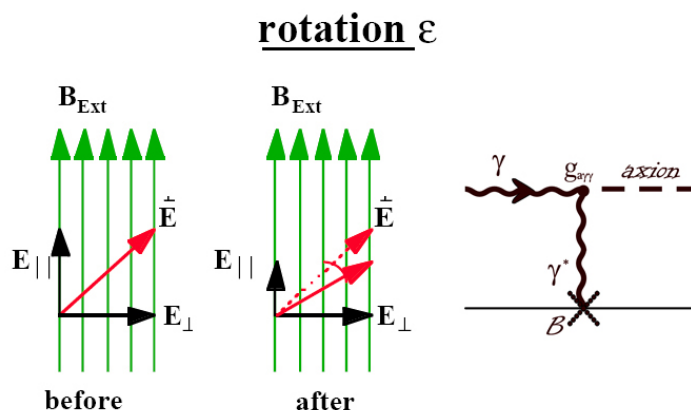


FIG. 2.2 – Dichroïsme (Image adaptée de [22]).

absorption sera, faut-il le dire, une perte d'intensité⁶.

La deuxième caractéristique importante due au processus d'interaction axions-photons est une *biréfringence* qui implique l'apparition d'une certaine ellipticité (figure 2.3). À cause de l'effet Primakoff, l'une des deux composantes de la lumière — à savoir celle qui est parallèle à la direction du champ magnétique, dans le cas de l'axion typique (perpendiculaire, pour une PAA scalaire) — est ralentie par rapport à l'autre⁷. En effet, suite à la transformation photons-axions-photons, la portion de lumière qui interagit acquiert une masse, celle de l'axion, durant un certain temps (le temps que l'effet Primakoff ait à nouveau lieu) et est donc forcément ralentie.

Ceci induit finalement un déphasage entre les composantes parallèles et perpendiculaires qui implique l'apparition de l'ellipticité.

Axions - interactions - détection

Aucune particule caractérisée par les constantes de couplage proposées initialement ne fut cependant observée et, comme cela était autorisé par la théorie, des modèles d'axion en exhibant de plus faibles furent proposés, impliquant alors, étant donné la relation existant entre la masse et les interactions de la particule, des « *axions invisibles* », à savoir interagissant très peu et de masse très faible.

Le qualificatif « invisible », bien que pouvant sembler quelque peu cynique, ne signifie cependant pas qu'il s'agissait là uniquement d'une manière de sauver une particule qui

⁶Notons que le concept d'énergie noire — d'origine inconnue mais qui domine néanmoins la densité d'énergie de notre Univers — a été introduit suite à l'interprétation d'observations de luminosité de supernovas de type I (considérées comme des « chandelles » de référence), qui semblaient indiquer l'accélération de l'Univers. Dans certains articles comme [19], fut plutôt considéré, comme solution alternative, le mécanisme d'atténuation de l'intensité dû à l'existence d'axions. Cette dernière explication ne semble cependant pas pouvoir expliquer à elle seule les observations [20, 21].

⁷La biréfringence est bel et bien l'existence de vitesses différentes selon la polarisation de l'onde incidente dans le milieu (ici, le vide où règne un champ magnétique).

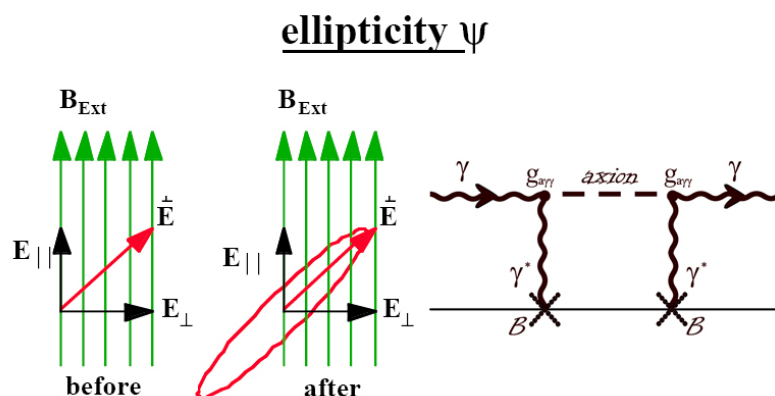


FIG. 2.3 – Biréfringence (Image adaptée de [22]).

n'aurait, de toute façon, aucune incidence et qui ne pourrait jamais être détectée [15].

En effet, si l'axion — qui provient, à la base, de considérations ayant pour contexte l'interaction forte — se trouvait être une particule de faible masse et se couplant peu, il resterait néanmoins intéressant, en ce sens qu'il s'agirait alors, sans doute, d'un bon candidat à la matière noire.

En outre, des contraintes — les plus fortes provenant d'astrophysique — limitent l'espace des paramètres permis pour cet axion invisible. L'une d'entre-elles nous est par exemple fournie par les étoiles elles-mêmes : la compréhension actuelle de l'évolution stellaire limite le processus de création d'axions dans leur plasma car une trop forte émission de ces particules légères impliquerait au final de grandes pertes d'énergie pour les étoiles et modifierait de ce fait leur temps de vie. Autre contrainte, les axions étant potentiellement de la matière noire, ils reçoivent donc, en tant que tels, des limitations provenant de la cosmologie, comme par exemple une limite inférieure sur leur constante de couplage, les forçant à interagir suffisamment que pour ne pas donner lieu à une densité d'énergie qui serait trop importante pour la matière noire [17].

Enfin, il est possible d'imaginer de nombreuses d'expériences [20] qui pourraient permettre d'explorer cet espace de paramètres — mais nous n'en dirons cependant pas plus pour l'instant et en toucherons un mot dans la dernière section de ce chapitre.

2.2 Origine de l'axion en théorie quantique des champs

Ce que nous allons à présent exposer dans cette section ne sera pas une tentative de retranscription exhaustive et rigoureuse de tous les développements ayant mené à l'existence théorique des axions, les détails dépassant parfois nos compétences. Au lieu de cela, nous formulerons plutôt ce que nous pensons avoir compris les concernant et tenterons de dégager les idées maîtresses permettant de saisir leur origine. Dans notre exposé, nous considérerons les notions de théorie des champs typiquement présentées en deuxième licence en sciences physiques comme acquises.

Symétries et courants

Afin de discuter les considérations relatives aux symétries de l'interaction forte, point de départ de notre récit, nous allons commencer par écrire la partie fermionique du lagrangien⁸ de la chromodynamique quantique (QCD) où seuls les quarks légers, u et d , sont considérés [23] :⁹

$$\mathcal{L}_{QCD}^{fermions} = \bar{u}(i\gamma^\mu D_\mu - m_u)u + \bar{d}(i\gamma^\mu D_\mu - m_d)d. \quad (2.1)$$

Ce lagrangien est essentiellement celui de Dirac pour les deux quarks, si ce n'est que la dérivée partielle ∂_μ a été remplacée par la dérivée covariante D_μ qui inclut le champ de jauge.

Cela étant, nous savons qu'il existe différentes représentations des matrices γ^μ , l'une d'entre-elles étant la représentation de Weyl, dans laquelle un quelconque spineur ψ s'écrit

$$\psi = \begin{pmatrix} \xi_L \\ \xi_R \end{pmatrix} = \psi_L + \psi_R, \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \psi = \begin{pmatrix} \xi_L \\ 0 \end{pmatrix} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \xi_R \end{pmatrix} \end{cases}, \quad (2.2)$$

ψ_L et ψ_R étant états propres de l'opérateur chiralité $\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$. Plus précisément, nous avons donc

$$\gamma^5 \begin{pmatrix} \xi_L \\ \xi_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\xi_L \\ \xi_R \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Il est possible de montrer [24] que, lorsque les fermions considérés sont de masse nulle, l'hélicité $h \equiv \hat{p} \cdot \hat{\mathbf{S}}$, qui représente la projection du spin de la particule sur son impulsion, devient, à un facteur près, le même opérateur que l'opérateur chiralité, en nous fournissant néanmoins une intuition commode de leurs états propres : les états ψ_R , d'hélicité positive, décrivent des particules dont l'impulsion et le spin sont parallèles (ils sont dits « dextrogyres »), tandis que les états ψ_L , lévogyres, décrivent des particules dont l'impulsion et le spin sont anti-parallèles.

Nous savons également que, lorsque des fermions de masse nulle sont considérés, le lagrangien de Dirac peut explicitement se décomposer comme une somme de deux lagrangiens découplés et agissant tous deux sur des états d'hélicité différente,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Dirac} &= (\xi_R^*, \xi_L^*) \begin{pmatrix} -m & i\partial_t + i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \\ i\partial_t - i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_L \\ \xi_R \end{pmatrix} \\ &\stackrel{m \rightarrow 0}{=} i\xi_L^* (\partial_t - \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \xi_L + i\xi_R^* (\partial_t + \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \xi_R \\ &= i\bar{\psi}_L (\gamma^\mu \partial_\mu) \psi_L + i\bar{\psi}_R (\gamma^\mu \partial_\mu) \psi_R \\ &= \mathcal{L}_L + \mathcal{L}_R. \end{aligned} \quad (2.4)$$

⁸Ne faisant jamais appel qu'à la densité lagrangienne \mathcal{L} , telle que $L = \int \mathcal{L} d^4x$, nous ferons usage d'un abus de langage courant en théorie des champs, à savoir de s'y référer en utilisant simplement le mot *lagrangien*.

⁹Le quark s est parfois également inclus dans la discussion.

De manière analogue, dans le cas de (2.1), si nous considérons que les masses des quarks u et d étaient nulles — ce qui resterait, somme toute, une approximation raisonnable¹⁰ dans un premier temps, étant donné qu'ils sont respectivement de masse 4 et 7 MeV —, nous obtiendrions

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{QCD}^{fermions} &= i\bar{u}_L(\gamma_\mu D^\mu)u_L + i\bar{d}_L(\gamma_\mu D^\mu)d_L + i\bar{u}_R(\gamma_\mu D^\mu)u_R + i\bar{d}_R(\gamma_\mu D^\mu)d_R \\ &= \mathcal{L}_L + \mathcal{L}_R.\end{aligned}\quad (2.5)$$

le lagrangien exhibant alors une symétrie $SU(2)_V \times SU(2)_A \times U(1)_V \times U(1)_A$, c'est à dire une invariance vis-à-vis des transformations :

- de changement de phase globale $U(1)_V$

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\alpha}\psi, \quad \begin{pmatrix} \xi_L \\ \xi_R \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} e^{i\alpha}\xi_L \\ e^{i\alpha}\xi_R \end{pmatrix}.\quad (2.6)$$

- d'isospin (habituel) $SU(2)_V$

$$Q \rightarrow Q' = e^{i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}Q, \quad \begin{pmatrix} Q_L \\ Q_R \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} e^{i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}Q_L \\ e^{i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}Q_R \end{pmatrix}.\quad (2.7)$$

- de changement de phase chirale $U(1)_A$

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\eta\gamma^5}\psi, \quad \begin{pmatrix} \xi_L \\ \xi_R \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} e^{-i\eta}\xi_L \\ e^{i\eta}\xi_R \end{pmatrix}.\quad (2.8)$$

- d'isospin $SU(2)_A$

$$Q \rightarrow Q' = e^{i\frac{1}{2}\vec{\eta}\cdot\vec{\sigma}\gamma^5}Q, \quad \begin{pmatrix} Q_L \\ Q_R \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} e^{-i\frac{1}{2}\vec{\eta}\cdot\vec{\sigma}}Q_L \\ e^{i\frac{1}{2}\vec{\eta}\cdot\vec{\sigma}}Q_R \end{pmatrix}.\quad (2.9)$$

où les σ^i sont les matrices de Pauli et où nous avons utilisé la notation ψ pour représenter l'un des quarks u , d ou la notation Q lorsque nous considérons le doublet $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$, c'est à dire $Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$, $Q_R = \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix}$.

Dans la présentation de ces symétries, nous avons essayé de montrer de manière explicite que les transformations dénotées V (vectorielles) agissent de la même manière sur les parties dextro- et lévogyres tandis que l'action des transformations A (axiales) dépend de l'état d'hélicité des particules. Soulignons enfin que les symétries $U(1)$ correspondent à une invariance de la physique par rapport à certains changements de phase et que les symétries de type $SU(2)$ reflètent l'existence d'une relation intrinsèque entre les quarks u et d .

Nous allons maintenant le montrer explicitement.¹¹

¹⁰Cela reste en effet bien inférieur à l'énergie mise en œuvre lors de processus hadroniques $\Lambda_{QCD} \approx 300$ MeV. L'approximation est un peu moins bonne si le quark s et ses 150 MeV sont considérés.

¹¹Nous avons à nouveau inclus les masses dans la discussion pour mettre en évidence la raison pour laquelle les transformations $U(1)_A$ et $SU(2)_A$ ne sont, en fait, strictement des symétries du lagrangien que lorsque les masses des quarks sont nulles. Dans ce cas, le lagrangien (2.1) se réduit à (2.5), que nous considérerons par la suite.

— **Symétrie par rapport à $U(1)_V$:**

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\alpha}\psi, \quad \psi^\dagger \rightarrow \psi'^\dagger = \psi^\dagger e^{-i\alpha}; \quad \text{où } \psi = u \text{ ou } d. \quad (2.10)$$

Le lagrangien est invariant vis-à-vis de cette transformation car les termes faisant intervenir ψ restent inchangés. En effet, nous avons

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' &= i\psi^\dagger e^{-i\alpha}\gamma^0\gamma^\mu D_\mu e^{i\alpha}\psi - \psi^\dagger e^{-i\alpha}\gamma^0 m e^{i\alpha}\psi \\ &= i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - \bar{\psi}m\psi \\ &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi = \mathcal{L}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

tout simplement car $e^{\pm i\alpha}$ commute avec tous les facteurs intervenant dans cette expression.

— **Symétrie par rapport à $SU(2)_V$:**

$$Q \rightarrow Q' = e^{i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}Q, \quad Q^\dagger \rightarrow Q'^\dagger = Q^\dagger e^{-i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}. \quad (2.12)$$

Cette transformation n'est vraiment symétrie de \mathcal{L}_{QCD} que si les masses des quarks u et d sont égales ; en effet, pour montrer l'invariance du lagrangien, nous devons pouvoir l'écrire sous la forme

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{Q}(i\gamma^\mu D_\mu - m)Q. \quad (2.13)$$

Cela étant, comme $e^{\pm i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}$ commute avec tous les facteurs, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{QCD} \rightarrow \mathcal{L}'_{QCD} &= Q^\dagger e^{-i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}(i\gamma^0\gamma^\mu D_\mu - m)e^{i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}Q \\ &= Q^\dagger e^{-i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}i\gamma^0\gamma^\mu D_\mu e^{i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}Q - Q^\dagger e^{-i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}\gamma^0 m e^{i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma}}Q \\ &= \bar{Q}(i\gamma^\mu D_\mu - m)Q. \end{aligned} \quad (2.14)$$

— **Symétrie par rapport à $U(1)_A$:**

$$\psi \rightarrow \psi' \stackrel{1^{er} \text{ ordre}}{=} (\mathbb{1} + i\eta\gamma^5)\psi, \quad \psi^\dagger \rightarrow \psi'^\dagger \stackrel{1^{er} \text{ ordre}}{=} \psi^\dagger(\mathbb{1} - i\eta\gamma^5). \quad (2.15)$$

La grande différence avec la symétrie $U(1)_V$ va provenir du fait que γ^5 anticommute avec les matrices γ^μ :

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 \Leftrightarrow \gamma^5\gamma^\mu = -\gamma^\mu\gamma^5. \quad (2.16)$$

Nous avons donc, dans ce cas,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' &= i\psi^\dagger(\mathbb{1} - i\eta\gamma^5)\gamma^0\gamma^\mu D_\mu(\mathbb{1} + i\eta\gamma^5)\psi - \psi^\dagger(\mathbb{1} - i\eta\gamma^5)\gamma^0 m(\mathbb{1} + i\eta\gamma^5)\psi \\ &= i(\psi^\dagger\gamma^0\gamma^\mu D_\mu\psi - i\psi^\dagger\eta\gamma^5\gamma^0\gamma^\mu D_\mu\psi + i\psi^\dagger\eta\gamma^5\gamma^0\gamma^\mu D_\mu\gamma^5\psi + \mathcal{O}(\eta^2)) \\ &\quad - (\psi^\dagger\gamma^0 m\psi + im\psi^\dagger\eta\gamma^5\gamma^0\psi - im\psi^\dagger\eta\gamma^5\gamma^0\psi + \mathcal{O}(\eta^2)) \\ &= i(\psi^\dagger\gamma^0\gamma^\mu D_\mu\psi - i\psi^\dagger\eta\gamma^5\gamma^0\gamma^\mu D_\mu\psi + i\psi^\dagger\eta\gamma^5\gamma^0\gamma^\mu D_\mu\psi) \\ &\quad - (\psi^\dagger\gamma^0 m\psi - im\psi^\dagger\eta\gamma^5\gamma^0\psi - im\psi^\dagger\eta\gamma^5\gamma^0\psi) + \mathcal{O}(\eta^2) \\ &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi + 2im\psi^\dagger\eta\gamma^5\gamma^0\psi + \mathcal{O}(\eta^2). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Nous observons ainsi que la transformation $U(1)_A$ n'est une symétrie du lagrangien à strictement parler que si la masse des quarks est nulle — il s'agit donc bien d'une symétrie de (2.5) — car, dans le cas contraire, nous héritons d'un terme supplémentaire, proportionnel à cette masse, suite à la transformation.

— **Symétrie par rapport à $SU(2)_A$:**

$$Q \rightarrow Q' \stackrel{1^{er} \text{ ordre}}{=} (\mathbb{1} + i\frac{1}{2}\vec{\eta} \cdot \vec{\sigma}\gamma^5)Q, \quad Q^\dagger \rightarrow Q'^\dagger \stackrel{1^{er} \text{ ordre}}{=} Q^\dagger(\mathbb{1} - i\frac{1}{2}\vec{\eta} \cdot \vec{\sigma}\gamma^5). \quad (2.18)$$

Dans ce dernier cas, les développements sont essentiellement les mêmes que pour les symétries précédentes et nous voyons, une fois encore, que la symétrie ne sera exacte que si les termes de masses sont identiquement nuls, tout comme dans le cas $U(1)_A$.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' &= Q^\dagger(\mathbb{1} - i\frac{1}{2}\vec{\eta} \cdot \vec{\sigma}\gamma^5)i\gamma^0\gamma^\mu D_\mu(\mathbb{1} + i\frac{1}{2}\vec{\eta} \cdot \vec{\sigma}\gamma^5)Q \\ &\quad - Q^\dagger(\mathbb{1} - i\frac{1}{2}\vec{\eta} \cdot \vec{\sigma}\gamma^5)\gamma^0 m(\mathbb{1} + i\frac{1}{2}\vec{\eta} \cdot \vec{\sigma}\gamma^5)Q \\ &= \bar{Q}(i\gamma^\mu D_\mu - m)Q + 2imQ^\dagger\vec{\eta} \cdot \vec{\sigma}\gamma^5\gamma^0Q + \mathcal{O}(\eta^2). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Citons maintenant le résultat¹² du fameux *théorème de Noether* qui associe à chaque symétrie continue une loi de conservation.¹³ Plus exactement, ce dernier stipule qu'à chaque transformation continue

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = \psi(x) + \alpha\Delta\psi(x) \quad (2.20)$$

qui laisse invariant le lagrangien (à, éventuellement, une quadridivergence près)¹⁴

$$\mathcal{L}(x) \rightarrow \mathcal{L}'(x) = \mathcal{L}(x) + \alpha\partial_\mu J^\mu(x) \quad (2.21)$$

est associé un *courant conservé*

$$j^\mu(x) = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)}\Delta\psi(x) - J^\mu(x), \quad \partial_\mu j^\mu(x) = 0. \quad (2.22)$$

Indiquons que, lorsque la symétrie considérée est approximative, le courant ne sera alors plus vraiment conservé. Plus précisément, un exemple de symétrie approximative serait la symétrie chirale lorsque l'approximation des quarks de masse nulle est levée, la conservation du courant associé n'étant alors plus strictement assurée mais restant malgré tout d'autant mieux vérifiée que la masse des quarks intervenant dans le lagrangien sera petite.

¹²Pour la démonstration, pas très difficile, de cet important théorème, se référer par exemple au livre de Michael Peskin et de Daniel Schroeder [23], chapitre 2.

¹³Prenons garde en notant que la réciproque ne serait, elle, pas toujours vraie [25].

¹⁴L'important étant bien sûr de laisser invariante l'action, $S = \int \mathcal{L}(\psi, \partial_\mu\psi) d^4x$, comme c'est cette quantité qui nous permettra d'obtenir explicitement les équations de mouvement en recourant à un principe variationnel.

Grâce à ce théorème, nous pouvons donc obtenir les expressions des courants associés aux symétries du lagrangien (2.5), que nous avons présentées ci-avant.

— **Courant associé à $U(1)_V$:**

Nous avons en fait deux courants indépendamment conservés étant donné que cette symétrie est vraie pour u et pour d individuellement :

$$u \rightarrow u' = u + \alpha(iu), \quad d \rightarrow d' = d + \beta(id). \quad (2.23)$$

En utilisant (2.22) dans le cas (2.23) pour le lagrangien (2.5), nous obtenons immédiatement :

$$j_u^\mu(x) = i\bar{u}\gamma^\mu(iu), \quad \partial_\mu j_u^\mu(x) = 0, \quad (2.24)$$

$$j_d^\mu(x) = i\bar{d}\gamma^\mu(id), \quad \partial_\mu j_d^\mu(x) = 0. \quad (2.25)$$

Ceci est également immédiat pour les autres symétries :

— **Courant associé à $SU(2)_V$:**

$$Q \rightarrow Q + \alpha^a \left(\frac{1}{2} i\sigma^a Q\right), \quad (a = 1, 2, 3) \quad (2.26)$$

Strictement, il s'agit de trois transformations indépendantes, auxquelles correspondent donc les trois courants d'isospin,

$$j^{\mu a}(x) = i\bar{Q}\gamma^\mu \left(\frac{1}{2} i\sigma^a Q\right), \quad \partial_\mu j^{\mu a}(x) = 0. \quad (2.27)$$

— **Courant associé à $U(1)_A$:**

$$u \rightarrow u' = u + \eta(i\gamma^5 u), \quad d \rightarrow d' = d + \zeta(i\gamma^5 d). \quad (2.28)$$

Encore une fois, la conservation a lieu séparément pour u et d :

$$j_u^{\mu 5}(x) = i\bar{u}\gamma^\mu(i\gamma^5 u), \quad \partial_\mu j_u^{\mu 5}(x) = 0, \quad (2.29)$$

$$j_d^{\mu 5}(x) = i\bar{d}\gamma^\mu(i\gamma^5 d), \quad \partial_\mu j_d^{\mu 5}(x) = 0. \quad (2.30)$$

— **Courant associé à $SU(2)_V$:**

$$Q \rightarrow Q + \eta^a \left(\frac{1}{2} i\sigma^a \gamma^5 Q\right), \quad (a = 1, 2, 3) \quad (2.31)$$

Pour lesquelles nous obtenons enfin les trois courants axiaux d'isospin,

$$j^{\mu a 5}(x) = i\bar{Q}\gamma^\mu \left(\frac{1}{2} i\sigma^a \gamma^5 Q\right), \quad \partial_\mu j^{\mu a 5}(x) = 0. \quad (2.32)$$

Mentionnons qu'habituellement¹⁵ ces différents courants seront plutôt renotés (ou combinés) pour former les courants

$$j^\mu(x) = \bar{Q}\gamma^\mu Q \quad \text{et} \quad j^{\mu a}(x) = \frac{1}{2}\bar{Q}\gamma^\mu\sigma^a Q, \quad (a = 1, 2, 3); \quad (2.33)$$

$$j^{\mu 5}(x) = \bar{Q}\gamma^\mu\gamma^5 Q \quad \text{et} \quad j^{\mu 5a}(x) = \frac{1}{2}\bar{Q}\gamma^\mu\gamma^5\sigma^a Q, \quad (a = 1, 2, 3). \quad (2.34)$$

En particulier, $j^\mu(x)$ est alors le courant du nombre baryonique et correspond en fait à une symétrie $U(1)'_V$ agissant à la fois sur u et d et non plus séparément. Il est coutume d'agir ainsi car $j^\mu(x)$ est également conservé en interaction faible mais pas $j^\mu_u(x)$ et $j^\mu_d(x)$ individuellement. En interaction forte, dans le cas de notre lagrangien dans lequel les quarks sont de masse nulle, il est bien sûr possible de retrouver la conservation de (2.24) et (2.25) (qui doit toujours avoir lieu) en combinant cette symétrie $U(1)'_V$ avec $SU(2)_V$, simplement en prenant $\vec{\alpha} = (0, 0, \pm 2\varphi)$. Par exemple, pour u :

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \xrightarrow{U(1)'_V} \begin{pmatrix} e^{i\varphi}u \\ e^{i\varphi}d \end{pmatrix} \xrightarrow{SU(2)_V} e^{i\frac{1}{2}\vec{\alpha}\vec{\sigma}} \begin{pmatrix} e^{i\varphi}u \\ e^{i\varphi}d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i2\varphi}u \\ d \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Travaillant toujours au niveau classique — c'est à dire que nous ne tenons pas encore compte des corrections radiatives à inclure suite à la polarisation du vide — nous avons ainsi obtenu l'expression de 8 courants conservés (j^μ , $j^{\mu a}$, $j^{\mu 5}$ et $j^{\mu 5a}$) ; rappelons que la symétrie chirale ne serait, de toute manière, pas fortement affectée même si nous considérons les faibles masses des quarks u et d et qu'elle peut être regardée comme étant une symétrie approximative de \mathcal{L}_{QCD} .

Brisure spontanée de symétrie chirale

C'est alors qu'entre en jeu un mécanisme qui a donné lieu à de grands succès en théorie des champs, comme dans le cas de l'unification électro-faible, un mécanisme via lequel une symétrie est cachée : une *brisure spontanée de symétrie*.

Nous disons qu'une symétrie est « brisée spontanément » lorsque, bien qu'étant une symétrie du lagrangien de la théorie considérée, elle ne se retrouve pas comme symétrie de son état fondamental. Soulignons, afin d'éviter des confusions, que comme le lagrangien reste néanmoins toujours invariant sous cette symétrie, le théorème de Noether nous assure toujours bien la conservation du courant associé.

Plus précisément, dans le cas qui nous occupe pour l'instant, suite à la formation [23] dans le vide — c'est à dire dans l'état fondamental de la théorie — de condensats¹⁶ de quarks

$$\langle 0|\bar{Q}Q|0\rangle = \langle 0|\bar{Q}_L Q_R + \bar{Q}_R Q_L|0\rangle \neq 0 \quad (2.36)$$

¹⁵Voir, par exemple, [23].

¹⁶De manière générale, il est en fait possible de former des condensats de fermions, analogues aux condensats de Bose-Einstein, les fermions s'arrangeant alors par paires pour former des entités bosoniques (spin entier), de manière semblable aux paires d'électrons se formant en supraconductivité. La première observation expérimentale d'un tel condensat eut lieu en 2003 par une équipe américaine (<http://jilawww.colorado.edu/~jin/>).

qui détruisent clairement le découplage entre états L et R que présentait le lagrangien, il se fait que *la symétrie chirale est spontanément brisée*¹⁷. Nous parlerons, dans ce cas, de brisure dynamique.

Or, il existe un théorème, le *théorème de Goldstone*¹⁸, qui montre de manière générale qu'à chaque symétrie continue brisée spontanément est associée l'apparition d'un champ scalaire non massif, un boson de Nambu-Goldstone (BNG).

Notons que si la symétrie brisée n'était, en fait, qu'approximative, au sens où nous l'avons exprimé auparavant, le boson correspondant exhibera alors une masse non-nulle, d'autant plus petite que la symétrie est valable, et sera alors plutôt appelé pseudo-BNG.

C'est ainsi que l'iso-triplet de *pions* fut identifié comme étant le vestige résultant de la brisure de symétrie $SU(2)_A$, qui résulte de l'existence de ces condensats de quarks dans le vide.

Les pions possèdent en effet tous les trois des masses semblables et très largement inférieures à celle des autres mésons, cet écart semblant bien indiquer qu'ils acquièrent leur masse par un mécanisme différent des hadrons en général. Le théorème de Goldstone nous indique en fait qu'ils obtiennent leur masse en tant que pseudo-BNG suite à la présence de masses non-nulles pour les quarks dans le lagrangien. Si, dans la nature, les quarks n'étaient pas massifs, les hadrons resteraient massifs mais les pions seraient alors des bosons de Goldstone de masse nulle.

Cependant, alors que les deux symétries chirales $SU(2)_A$ et $U(1)_A$ semblaient *a priori* analogues, aucun méson de masse semblable à celle des pions n'a été observé suite à la brisure de symétrie de cette dernière, comme si celle-ci n'avait pas été brisée. C'est ce que Steven Weinberg a dénommé *le problème $U(1)_A$* .

Problème $U(1)_A$ et anomalie axiale

Nous n'avons, jusqu'à présent, discuté les symétries du lagrangien et les lois de conservation des courants associés que d'un point de vue classique. Cependant, en tenant compte des corrections d'origine purement quantique impliquant la considération de diagrammes de Feynman présentant la formation de boucles (polarisation du vide), Stephen L. Adler, John S. Bell et Roman W. Jackiw ont montré que les courants axiaux n'obéissent plus à une loi de conservation : en effet, la quadridivergence des quadrivecteurs courant n'est alors plus nulle comme c'était le cas classiquement.¹⁹

Observons alors les conséquences de ces modifications des lois de conservation des cou-

¹⁷Notons au passage qu'il est possible de générer de la masse pour les particules via des brisures de symétrie. Ce sujet pouvant constituer un mémoire en soi [24], nous ne ferons qu'indiquer que c'est via ce mécanisme que l'on explique la génération de masse pour les hadrons — à savoir les particules auxquelles nous devons notre masse, en tant qu'entités macroscopiques (les électrons ayant une masse typiquement 2000 fois plus faible que les protons).

¹⁸Voir, par exemple : [24, 26].

¹⁹Mentionnons que toute tentative visant à restaurer la conservation du courant chiral conduirait à la perte de l'invariance de jauge [23].

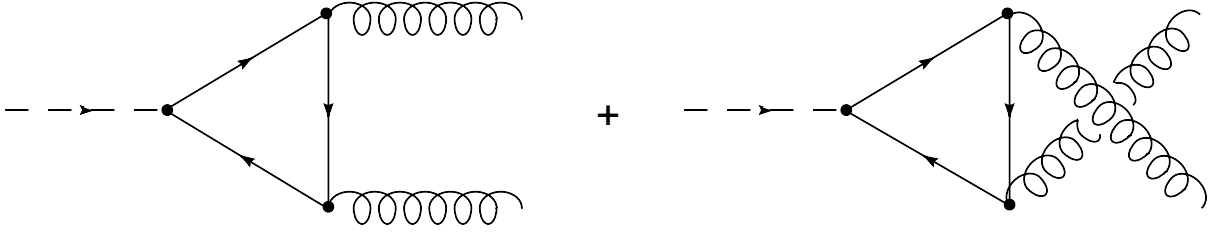


FIG. 2.4 – Diagrammes de Feynman menant à une anomalie chirale.

rants axiaux vis-à-vis des résultats que nous avons obtenus jusqu'à présent. Après tous les calculs, que nous n'avons pas refaits nous-mêmes et dont nous tirons les résultats du livre de Peskin et Schroeder [23], l'*anomalie chirale d'Adler-Bell-Jackiw* fournit finalement les relations :

$$\partial_\mu j^{\mu 5a} = -\frac{g^2}{16\pi^2} \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\alpha\beta}^c F_{\mu\nu}^d \cdot \text{tr}[\frac{1}{2}\sigma^a] \text{tr}[t^c t^d], \quad (2.37)$$

$$\partial_\mu j^{\mu 5} = -\frac{g^2 \mathcal{N}_f}{32\pi^2} \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\alpha\beta}^c F_{\mu\nu}^c, \quad (\mathcal{N}_f = 2), \quad (2.38)$$

où les $F_{\alpha\beta}^c$ sont des champs de couleur (notons également que la somme sera désormais implicite sur les indices de couleur).

Discutons tout d'abord le cas des courants $j^{\mu 5a}$. Étant donné la présence de la trace dans l'expression (2.37) — où les σ^i sont les matrices de Pauli (2×2) et les t^c , les matrices de couleur (3×3) —, nous obtenons

$$\frac{1}{2} \text{tr}[\sigma^a] \text{tr}[t^c t^d] = 0, \quad (2.39)$$

comme les matrices de Pauli sont de trace nulle. La relation (2.37) se ramène donc, quoiqu'il arrive, à la loi de conservation classique, $\partial_\mu j^{\mu 5a} = 0$.

Par voie de conséquence, l'existence d'une anomalie chirale n'affecte pas les conclusions que nous avons tirées : les courants $j^{\mu 5a}$ sont toujours bien (partiellement) conservés, $SU(2)_A$ reste donc bien une symétrie (approximative) du lagrangien et le fait que l'état fondamental n'exhibe pas cette symétrie conduit bien à une brisure spontanée et aux pions (de faible masse).

Néanmoins, remarquons que l'anomalie chirale risque d'induire une perte de la conservation du courant axial singulet $j^{\mu 5}$ si le membre de droite de (2.38) ne s'annule pas. Dans une telle situation, cette anomalie pourrait donc fournir une solution au problème $U(1)_A$ exposé ci-dessus.

En effet, dans ce cas, vu le lien étroit qui existe entre conservation de courant et symétrie, la symétrie $U(1)_A$ se trouve ne plus être une symétrie de l'interaction forte, dès lors que les corrections radiatives sont incluses dans la discussion. Conséquemment, le fait que l'état fondamental n'exhibe pas cette symétrie $U(1)_A$ ne conduit cette fois plus à une brisure spontanée de symétrie — la théorie, et donc son lagrangien, n'étant plus invariante vis à vis

de cette transformation —, dès lors, le théorème de Goldstone n'a pas lieu d'être appliqué : il n'existe ainsi pas de quatrième méson de masse analogue à celle des trois pions.

La prochaine étape de notre raisonnement sera donc de discuter le second membre de la relation (2.38) et de voir dans quelles circonstances il pourrait être non nul.

En utilisant les résultats (2.21), (2.22) et (2.38), nous pouvons exprimer explicitement la modification de l'action — lors d'une transformation (2.8) — étant donné l'adjonction d'un terme supplémentaire, dû à l'anomalie, apparaissant dans le lagrangien :

$$\delta S \propto -\eta \int \partial_\mu j^{\mu 5} d^4x = \eta \frac{g^2 \mathcal{N}_f}{32\pi^2} \int \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\alpha\beta}^c F_{\mu\nu}^c d^4x. \quad (2.40)$$

Cependant, en examinant de plus près ce terme, nous pouvons montrer qu'il s'agit de l'intégrale de la divergence d'un quadrivecteur. En effet, l'intégrand peut tout d'abord se réécrire :

$$\begin{aligned} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^a F_{\rho\sigma}^a &= \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} [(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c)(\partial_\rho A_\sigma^a - \partial_\sigma A_\rho^a + g f^{abc} A_\rho^b A_\sigma^c)] \\ &= \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} [\partial_\mu A_\nu^a \partial_\rho A_\sigma^a - \partial_\mu A_\nu^a \partial_\sigma A_\rho^a + \partial_\mu A_\nu^a g f^{abc} A_\rho^b A_\sigma^c \\ &\quad - \partial_\nu A_\mu^a \partial_\rho A_\sigma^a + \partial_\nu A_\mu^a \partial_\sigma A_\rho^a - \partial_\nu A_\mu^a g f^{abc} A_\rho^b A_\sigma^c \\ &\quad + \partial_\rho A_\sigma^a g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c - \partial_\sigma A_\rho^a g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c + g^2 f^{abc} f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c A_\rho^b A_\sigma^c]. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Organisant alors les indices et recourant aux propriétés du tenseur totalement antisymétrique $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$, nous pouvons regrouper ensemble tous les termes exempts de $g f^{abc}$ pour obtenir un terme analogue au résultat de $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$ en électromagnétisme et, agissant de même avec les termes contenant un seul $g f^{abc}$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^a F_{\rho\sigma}^a &= 4\partial_\mu (\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} A_\nu^a \partial_\rho A_\sigma^a) + 4\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\mu A_\nu^a g f^{abc} A_\rho^b A_\sigma^c + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} g^2 f^{abc} f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c A_\rho^b A_\sigma^c \\ &= 4\partial_\mu (\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} A_\nu^a \partial_\rho A_\sigma^a) + 4\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\mu A_\nu^a g f^{abc} A_\rho^b A_\sigma^c + (-\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}) g^2 f^{abc} f^{abc} A_\rho^b A_\nu^c A_\mu^b A_\sigma^c \\ &= 4\partial_\mu (\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} A_\nu^a \partial_\rho A_\sigma^a) + 4\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\mu A_\nu^a g f^{abc} A_\rho^b A_\sigma^c. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Remarquant alors que le deuxième terme peut se mettre sous la forme

$$4\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\mu A_\nu^a g f^{abc} A_\rho^b A_\sigma^c = 4\partial_\mu [\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} A_\nu^a (\frac{g}{3} f^{abc} A_\rho^b A_\sigma^c)], \quad (2.43)$$

nous pouvons finalement écrire

$$\begin{aligned} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^a F_{\rho\sigma}^a &= 4\partial_\mu [\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} A_\nu^a (\partial_\rho A_\sigma^a + \frac{g}{3} f^{abc} A_\rho^b A_\sigma^c)] \\ &= 4\partial_\mu K^\mu. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Comme l'intégrand de (2.40) se trouve être une divergence, il est bien évident que si nous utilisons des conditions aux limites stipulant que les champs de jauge s'annulent à l'infini, l'action serait à nouveau inchangée et, subséquemment, la physique; le problème $U(1)_A$ renaissant alors de ses cendres.

Vide $|\theta\rangle$, problème CP en QCD et solution de Peccei-Quinn

La solution à ce problème fut finalement apportée par Gerard 't Hooft [27], qui montra, en faisant appel à des arguments topologiques impliquant une structure compliquée pour le vide, qu'il existait des conditions aux limites plus générales que la simple annulation des champs de jauge à l'infini.

Nous ne nous sommes pas vraiment penchés sur ces détails mais mentionnons néanmoins qu'une théorie non-abélienne, comme QCD, autorise des transformations des champs de jauge plus générales qu'en théorie abélienne. En particulier, il existe des configurations de jauge à l'infini qui ne peuvent être reliées les unes aux autres par une transformation continûment déformable en la transformation identité. À ces différentes configurations correspondent alors différents vides — qui sont caractérisés dans les faits par un indice entier (relié à la topologie) — $|n\rangle$. Alors que nous aurions pu penser que le choix d'un de ces vides particuliers aurait constitué un bon état fondamental, il existe des solutions des équations (à temps imaginaire), appelées instantons, qui correspondent à des effets tunnel entre les vides $|n\rangle$, nous forçant alors à considérer, comme véritable état fondamental de la théorie, une superposition de ceux-ci, sous forme de combinaison linéaire : ce dernier est généralement appelé le vide- $|\theta\rangle$ (suite à un paramètre intervenant dans la combinaison linéaire). C'est la prise en compte des effets d'instantons — qui, dans les faits, n'autorisent pas une annulation de l'intégrale (2.40) — qui permet alors de résoudre le problème $U(1)_A$.²⁰

Suite à ces considérations, le problème $U(1)_A$ fut donc finalement résolu, au prix cependant de l'apparition d'un terme supplémentaire dans le lagrangien de QCD — faisant intervenir le paramètre θ , relié à la structure du vide — :

$$\mathcal{L}_\theta = \theta \frac{g^2}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^c \tilde{F}^{c\mu\nu}, \quad (2.45)$$

ce terme violant la symétrie CP [30].²¹

Cependant, suite à des observations expérimentales — comme les mesures obtenues pour le moment dipolaire électrique du neutron — il semble justement que la symétrie CP ne soit pas violée en chromodynamique quantique, avec une grande précision, à savoir $\theta \leq 10^{-9}$. De ce fait, pour être compatible avec l'expérience, le paramètre θ — qui pourrait pourtant prendre n'importe quelle valeur en théorie — est contraint d'être virtuellement nul.

Alors qu'une attitude pourrait être de simplement attribuer cette petite valeur au hasard, la recherche d'une explication à cette « volonté » que semble posséder l'interaction forte de préserver à tout prix la symétrie CP — qui n'est, par ailleurs, pas une symétrie du monde, étant déjà violée en interaction faible — s'appelle *le problème CP* (« *strong CP problem* »).

Les différentes solutions au problème CP sont considérées comme étant au-delà du modèle standard et encore discutées actuellement.

²⁰Pour davantage de détails, voir, par exemple, [28, 29].

²¹La symétrie CP est le produit des symétries discrètes C (conjugaison de charge) et P (parité).

Afin de réabsorber le problème CP, la solution de Roberto D. Peccei et de Helen R. Quinn, proposée dans un article de 1977 [31], fut de supposer l'existence d'une symétrie continue supplémentaire, $U(1)_{PQ}$, qui, suite à une brisure spontanée, fournirait une compensation dynamique²² du paramètre θ , donnant lieu à son annulation systématique.

Weinberg et Frank Wilczek [33, 34] ont alors immédiatement souligné le fait que cela impliquerait l'apparition d'une nouvelle particule peu massive, un pseudo-BNG — cette symétrie n'étant en fait qu'approximative —, que Wilczek a appelé *axion*.

Pour bien comprendre le problème CP, avant d'exposer simplement l'idée de Peccei-Quinn, mentionnons qu'en plus de la phase θ , provenant de la discussion concernant les instantons, il en est une autre qui apparaît dans la théorie, provenant de la matrice de masse des quarks, que nous noterons θ' .

En l'absence d'un terme comme (2.45), la manière d'agir pour supprimer cette phase est de procéder à une rotation, à l'aide d'une transformation chirale $e^{i\eta\gamma^5}$, et ensuite redéfinir les champs. Néanmoins, dans le cas présent, ce que nous avons est en fait :

$$\theta_{eff} = \theta - \theta' \quad (2.46)$$

et, suite à une telle transformation chirale, alors que la phase de la matrice change bel et bien, il n'est pas possible d'annuler θ_{eff} par une telle rotation. En effet, lors de celle-ci, θ est également modifié de la même manière ; ce qui rend au final la différence (2.46) inchangée. En effet, étant donné l'anomalie d'Adler-Bell-Jackiw, toute transformation $U(1)_A$ mènera automatiquement à l'apparition d'un terme supplémentaire, du type (2.40), dans le lagrangien qui, ayant la même expression que le terme faisant intervenir θ (2.45), revient également à un changement de phase pour θ : $\theta \rightarrow \theta + \eta$.

À défaut d'un mécanisme supplémentaire, la violation CP semble donc bien avoir lieu en théorie et ce que les mesures de moment dipolaire du neutron impliquent est, en fait, une (quasi) annulation de θ_{eff} . Le problème CP est qu'il n'y a pas de raison *a priori* que les termes θ et θ' , provenant respectivement des instantons et de la matrice des quarks, se compensent exactement.

Pour introduire le champ d'axions²³, signalons d'abord qu'il est possible d'exprimer l'énergie du vide en fonction de la valeur de θ [36] et qu'il se fait que celle-ci est minimale pour $\theta = 0$ — n'étant qu'un paramètre, et non une variable dynamique, celui-ci peut malgré tout prendre n'importe quelle valeur *a priori* et ne peut nous aider à résoudre le problème.

Cependant, Peccei et Quinn ont remarqué qu'en ajoutant un champ pseudoscalaire se couplant essentiellement via un terme $aF_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$, et en supposant une symétrie globale pour le lagrangien par laquelle le champ a se transformerait comme $a \rightarrow a + \alpha$, il serait possible d'annuler le terme en θ . Le champ a , étant dynamique, sera en moyenne nul, l'énergie du vide en fonction de θ lui servant de potentiel (dont le minimum est en $\theta = 0$), et le problème

²²Pierre Sikivie a présenté une analogie amusante du problème avec celui d'une table de billard dans une pièce inclinée et explique notamment l'idée d'une compensation dynamique de θ via cette analogie [32].

²³En plus des articles originaux, des revues du sujet peuvent être trouvées dans [35] et [36].

CP serait ainsi résolu. Enfin, les fluctuations du champ a autour de sa valeur moyenne constitueront le champ d'axions.

Qu'est-ce qu'un axion ?

En résumé, l'axion est le pseudo boson de Nambu-Goldstone qui apparaît suite à la brisure spontanée de la symétrie continue (approximative) $U(1)$ de Peccei-Quinn, proposée afin de résoudre le problème CP en interaction forte, celui-ci pouvant se résumer comme étant le constat que les limites expérimentales sur le moment dipolaire du neutron fournissent un paramètre θ extrêmement petit (virtuellement nul), paramètre qui serait justement requis pour expliquer, via des arguments topologiques, dus à 't Hooft, ce que Weinberg a appelé le problème $U(1)_A$, à savoir l'absence d'observation expérimentale d'un quatrième méson de masse semblable aux trois pions, qui aurait dû néanmoins exister malgré l'anomalie de Adler-Bell-Jackiw, qui détruit la conservation du courant chiral afin de préserver l'invariance de jauge en QCD, celle-ci se réduisant à une quadridivergence.

2.3 Mise en évidence expérimentale

Pour clore ce chapitre, nous allons présenter rapidement certaines des expériences qui ont été menées et les contraintes qu'elles ont fournies sur les paramètres décrivant l'axion. Une fois ceci discuté, nous nous tournerons plus particulièrement vers l'expérience de la collaboration italienne *PVLAS* (*Polarizzazione del Vuoto con LASer*) — dont le principe est d'observer l'apparition dans le vide de phénomènes de dichroïsme et de biréfringence pour de la lumière laser se déplaçant dans un champ magnétique — qui, en 2006, a annoncé la détection d'un signal qui correspondrait à l'axion [37, 38].

Comment pourrions-nous voir une particule réputée invisible ?

Afin de détecter cette particule, les expériences mises en œuvre font en fait appel à des moyens détournés, la plupart du temps basés sur les effets de dichroïsme et de biréfringence (conséquences de l'effet Primakoff) ou encore sur la conversion axions-photons en tant que telle.

Elles peuvent avoir pour objectif de détecter soit les axions dans les halos de galaxies (en tant que matière noire), soit ceux produits dans le plasma des étoiles — et, plus particulièrement, du soleil —, ou encore d'en produire dans des laboratoires, en faisant typiquement appel à de puissants lasers et champs magnétiques [39].

Parmi ces expériences, citons tout d'abord l'*hélioscope du CERN*²⁴ dont le principe est d'essayer d'observer sur Terre, grâce à un effet Primakoff inverse (axions→photons) dans un

²⁴Il s'agit de la collaboration CAST (« *CERN Axion Solar Telescope* »)

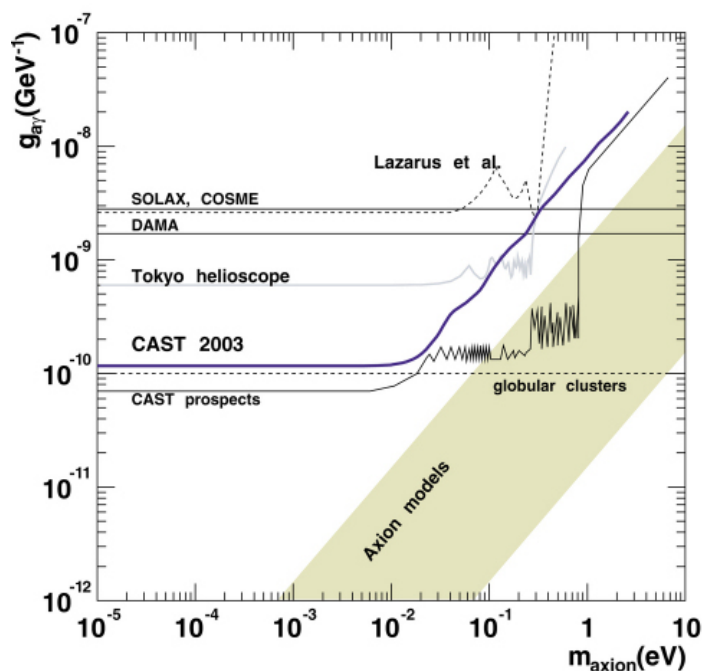


FIG. 2.5 – Contraintes expérimentales obtenues sur les paramètres m_a et $g_{a\gamma\gamma}$ des axions. Les différentes expériences rejettent l’existence d’axions dont le couple $(m_a, g_{a\gamma\gamma})$ se situerait *au dessus* des différentes courbes. La bande « *Axion models* » correspond aux axions standards dont la masse et les constantes de couplages sont reliées, par opposition aux PAA. Source : [41].

champ magnétique, les axions qui auraient été produits dans le soleil ; le signal attendu serait un surplus de rayons X [20, 39]. De cette méthode, ont également été proposées d’autres variantes, comme de recourir à un satellite qui serait placé de telle sorte que la Terre lui cache le soleil et qui observerait la transformation des axions solaires en photons dans la magnétosphère terrestre²⁵.

Comme autre expérience, mentionnons également la collaboration ADMX (*Axion Dark Matter eXperiment*), qui tente de détecter, quant à elle, les axions dans les halos de galaxies en les transformant en photons dans une cavité résonante plongée dans un champ magnétique.²⁶

Les résultats obtenus par la majorité des expériences menées à ce jour sont représentés sur la figure 2.5 ; la figure 2.7 nous montre, en ce qui la concerne, les résultats des collaborations CAST, ADMX (*galactic dark matter*) et PVLAS — que nous allons discuter dans un instant —, ainsi que certaines estimations d’expériences à venir.

Notons que les lignes horizontales en pointillé libellées soit « *globular clusters* », amas globulaires (sur la figure 2.5) ou « *HB stars* », (*horizontal branch*) (figure 2.7), sont présentes

²⁵Celle-ci nous fournit un champ magnétique qui, bien que faible vis-à-vis de ceux typiquement fabriqués pour les expériences, compense en offrant un grand volume.

²⁶Dans ce deuxième cas, le terme *haloscope* est utilisé. Ces expériences d’hélio/halosopes ont été proposées par Sikivie dans [40].

pour rappeler les contraintes — dont nous avons parlé au début de ce chapitre — fournies par la durée de vie des étoiles sur les axions.²⁷

Mise à part l'expérience PVLAS, toutes ces expériences ont signalé l'absence de résultats significatifs²⁸ et exclu l'existence d'axions dans leur fenêtre d'exploration propre.

PVLAS

Suite à la découverte de l'existence d'antiparticules, il fut assez rapidement prédit que le vide de l'électrodynamique quantique (QED) — assez particulier, en ce sens qu'il n'est pas vraiment vide (création de paires) — devrait présenter des propriétés de biréfringence lors de l'application de champs magnétiques par analogie avec un effet déjà connu et se manifestant dans la matière [15, 37, 38].

Ces propriétés optiques du vide en présence d'un champ magnétique — qui ne furent cependant jamais mises en évidence — s'avèrent être le point de départ de l'expérience PVLAS. Considérant la présence d'hypothétiques axions impliquant des propriétés de biréfringence et de dichroïsme supplémentaires, le signal attendu devait être plus important que le signal typiquement prédit par l'électrodynamique quantique à elle seule.

Le principe de l'expérience fut de faire passer le rayonnement d'un laser infrarouge linéairement polarisé (d'énergie supérieure à la limite supérieure théorique de la masse de l'axion), dans un tube sous vide ($P < 10^{-8}$ mbar) qui traversait un puissant champ magnétique de 5,5 T et de faire parcourir à cette lumière la plus grande distance possible en recourant à une cavité de Fabry-Pérot de haute qualité (chemin optique ≈ 60 km), pour enfin analyser la modification de son état de polarisation à l'aide de dispositifs optiques et électroniques [37] (voir figure 2.6). Dans les faits, afin de garantir des résultats de qualité, mentionnons notamment que l'aimant fut refroidi à l'aide d'un cryostat à 4,2 K, qu'il fut rendu tournant pour diminuer les effets instrumentaux [15] et que la fréquence du laser était contrôlée par un système de rétroaction électronique afin d'optimiser la résonance avec la cavité.

Au terme de mesures répétées durant cinq années afin de traquer d'éventuels artefacts instrumentaux [45], les résultats²⁹ de cette expérience furent finalement publiés et l'interprétation de ceux-ci en terme d'axion, avancée (voir figure 2.7).

Cependant, l'intensité du signal obtenu fut loin d'être celle escomptée. Pour cause, le signal mesuré se trouve être 10 000 fois plus élevé que ce qui ne serait explicable par l'électrodynamique quantique à elle seule et, lorsqu'il est interprété comme étant dû à l'existence d'axions, celui-ci fournit une constante de couplage $g_{a\gamma\gamma}$ si élevée — et qui avait été exclue par l'expérience CAST, notamment — que les modèles théoriques existant jusqu'alors im-

²⁷Ces contraintes découlent en fait de considérations faisant plus précisément intervenir les étoiles se trouvant dans la branche horizontale des amas globulaires de galaxies, ce qui explique les noms dont elles ont été affublées.

²⁸Absence de signal à un niveau de confiance de 95% pour CAST [41] et supérieur à 90% pour ADMX [43].

²⁹Pour lesquels fut fournie une confiance de 3σ ($3 \cdot 10^{-3}$) [37].

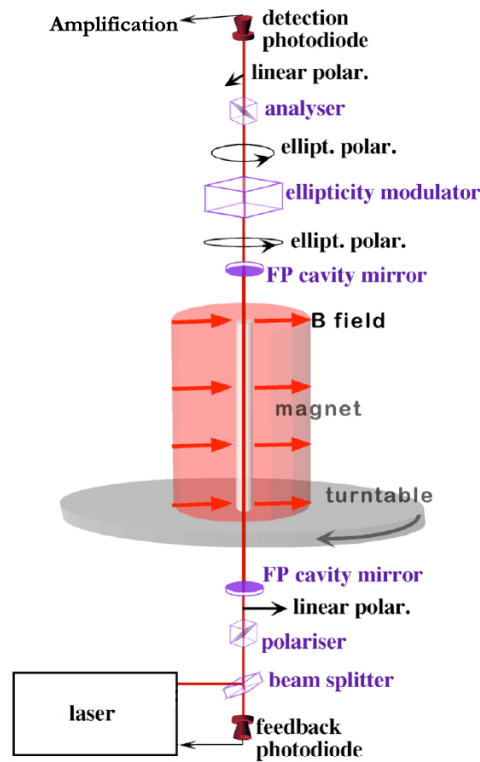


FIG. 2.6 – Dispositif expérimental de l’expérience PVLAS. Image adaptée de [44].

pliqueraient que le soleil ne pourrait vivre plus de 1000 années, tant l’émission de tels axions serait un drain d’énergie efficace [15].

Des explications alternatives à ce phénomène sont donc actuellement proposées comme de nouveaux effets non prédits par l’électrodynamique quantique³⁰ ou la mise en évidence d’autres particules chargées [22], bien qu’une origine expérimentale du signal ne soit pas non plus tout à fait écartée [38].

Notons également que, par rapport aux expériences mentionnées ci-dessus, l’expérience de la collaboration PVLAS se distingue par le fait qu’il s’agit de la seule qui ait été menée en laboratoire, les autres étant basées sur des observations astrophysiques. Ainsi, de nouveaux modèles théoriques d’axions réconciliant les résultats de CAST et PVLAS (en invoquant par exemple des processus supplémentaires qui confinaient les axions dans les étoiles) ont également vu le jour.

Quoiqu’il en soit, tous s’entendent sur un point : pour corroborer ou infirmer les résultats de PVLAS, la mise en œuvre d’une ou plusieurs autres expériences est assurément requise.

Plusieurs projets sont ainsi en concurrence : l’un d’eux est en France (Biréfringence Magnétique du Vide) et d’autres sont à l’étude au CERN et en Allemagne, notamment, et proposent d’utiliser des aimants du LHC (*large hadron collider*) ou de HERA (*hadron-*elektron ringanlage**).

³⁰Ce fut le cas dans l’article [48] mais leur interprétation fut rapidement invalidée [15, 49].

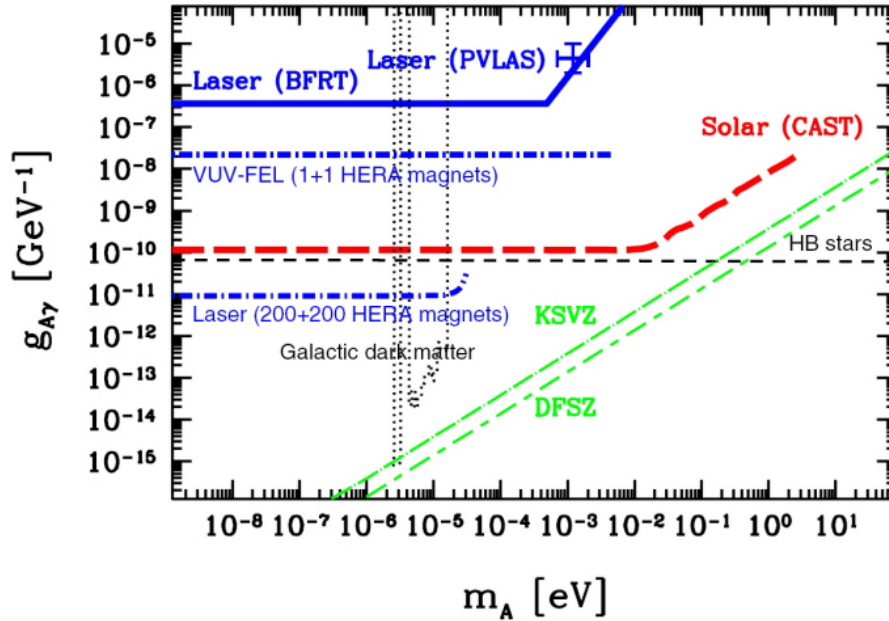


FIG. 2.7 – Nous pouvons voir ici le résultat de l’expérience PVLAS, dans une région qui était en fait déjà exclue par les observations astrophysiques comme l’expérience CAST et les contraintes théoriques associées aux étoiles. Pour faire la correspondance avec la figure 2.5, notons que les lignes diagonales KSVZ et DFSZ représentent, en fait, deux modèles d’axions standards (voir [46] et [47]). Source : [42].

Il existe également certaines expériences envisagées afin de vérifier ces résultats qui proposent, ni plus ni moins que de *faire passer de la lumière à travers les murs*.

Grossièrement, le dispositif expérimental serait alors composé de deux zones baignées par de forts champs magnétiques et séparées par une paroi opaque aux rayonnements lumineux. Dans la première zone, une partie de la lumière se convertirait en axions suite à l’effet Primakoff; ceux-ci pourraient alors passer au travers de la paroi (étant donné qu’ils n’interagissent virtuellement pas) et rejoindre la seconde zone, où une fraction d’entre eux serait reconvertie en photons suite à la présence du champ magnétique. La difficulté de cette expérience réside dans le fait qu’elle requiert deux effets Primakoff pour détecter un signal mais une telle observation serait certainement la signature caractéristique des axions ou autres PAA.³¹

³¹Cependant, si la conversion photons→axions→photons est aussi efficace que ce que prédit l’expérience PVLAS, une telle expérience pourrait, en toute logique, être à même de le vérifier.

Chapitre 3

Champ d'axions et polarisation de la lumière

Nous voici enfin arrivés au véritable objet de ce mémoire, qui est de montrer dans quelle mesure l'existence d'axions pourrait influencer la lumière qui nous provient des quasars durant sa propagation et, plus particulièrement, à quel point sa polarisation en serait affectée. Nous chercherons ainsi à déterminer l'évolution des paramètres de Stokes pour une lumière de polarisation initiale quelconque. Notons que bien que nous utiliserons le terme « axion », nos développements seront, en fait, valables pour des pseudoscalaires en général — pour autant qu'ils soient peu massifs et interagissent peu — et donc notamment pour des PAA — que nous considérerons d'ailleurs dans les faits, en explorant une partie de l'espace de paramètres permis.

Ainsi, après avoir démarré nos investigations tout d'abord en refaisant les développements menant aux équations de mouvement du champ électromagnétique modifiées, suite à la présence de pseudoscalaires, et du champs d'axions lui-même (prenant l'article de Sudeep Das, Pankaj Jain, John P. Ralston et Rajib Saha [50] comme fil conducteur), nous avons finalement été amenés à écrire de petits programmes en C++ pour nous aider soit à caractériser, à la sortie d'une zone baignant dans un champ magnétique, le nouvel état de polarisation d'un rayonnement initialement polarisé de manière quelconque, soit à déterminer des espaces de paramètres qui mèneraient à une apparition de polarisation de l'ordre de celle observée par les astrophysiciens.

Nous allons donc maintenant partir à la recherche de l'axion qui expliquerait l'alignement à grande échelle de la polarisation des quasars. Nous utiliserons désormais la notation ϕ pour désigner les axions.

3.1 Mise en équation du problème

3.1.1 Équations de mouvement

Afin de décrire quantitativement la modification du comportement de la lumière due à l'existence de champs d'axions, à savoir la modification des équations de Maxwell, nous allons partir du lagrangien décrivant l'électromagnétisme et y ajouter le lagrangien décrivant un champ pseudoscalaire massif et un terme couplant champ électromagnétique et champ d'axions :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - j_\mu A^\mu + \frac{1}{4} g_{\phi\gamma\gamma} \phi F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}. \quad (3.1)$$

Nous obtiendrons alors les équations de mouvement en ayant recours aux équations de Lagrange pour les champs :

$$\partial^\beta \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial^\beta \psi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} = 0, \quad \text{pour tout champ } \psi. \quad (3.2)$$

Puisque les équations (3.2) sont linéaires, nous pourrions librement les appliquer à chaque terme de (3.1) individuellement et ensuite sommer les expressions obtenues.

Équations de mouvement pour le champ électromagnétique ; $\psi = A^\alpha$

— Le premier terme ne donnant pas lieu à des annulations triviales peut se réécrire plus explicitement en fonction de A^α sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \\ &= -\frac{1}{4} g_{\mu\lambda} g_{\sigma\nu} (\partial^\lambda A^\sigma - \partial^\sigma A^\lambda)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu), \end{aligned} \quad (3.3)$$

où les $g_{\mu\lambda}$ et $g_{\sigma\nu}$ sont les composantes du tenseur métrique, à ne pas confondre avec $g_{\phi\gamma\gamma}$, la constante de couplage entre axions et photons. Nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial A^\alpha} &= 0; \\ \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial(\partial^\beta A^\alpha)} &= -\frac{1}{4} g_{\mu\lambda} g_{\sigma\nu} (\delta_\beta^\lambda \delta_\alpha^\sigma F^{\mu\nu} - \delta_\beta^\sigma \delta_\alpha^\lambda F^{\mu\nu} + \delta_\beta^\mu \delta_\alpha^\nu F^{\lambda\sigma} - \delta_\beta^\nu \delta_\alpha^\mu F^{\lambda\sigma}) \\ &= -\frac{1}{4} (g_{\mu\beta} g_{\alpha\nu} F^{\mu\nu} - g_{\mu\alpha} g_{\beta\nu} F^{\mu\nu} + g_{\beta\lambda} g_{\sigma\alpha} F^{\lambda\sigma} - g_{\alpha\lambda} g_{\sigma\beta} F^{\lambda\sigma}) \\ &= -F_{\beta\alpha}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

et donc

$$\partial^\beta \left(\frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial(\partial^\beta A^\alpha)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial A^\alpha} = -\partial^\beta F_{\beta\alpha} = 0. \quad (3.5)$$

— Considérons ensuite le second terme apportant une contribution :

$$\mathcal{L}_2 = -j_\mu A^\mu. \quad (3.6)$$

Nous obtenons immédiatement

$$\frac{\partial \mathcal{L}_2}{\partial A^\alpha} = -j_\alpha, \quad \frac{\partial \mathcal{L}_2}{\partial(\partial^\beta A^\alpha)} = 0, \quad (3.7)$$

ce qui, combiné avec (3.5), nous rend les équations de Maxwell inhomogènes sous forme tensorielle :

$$-\partial^\beta F_{\beta\alpha} + j_\alpha = 0 \Leftrightarrow \partial_\beta F^{\beta\alpha} = j^\alpha. \quad (3.8)$$

— Examinons maintenant le dernier terme, celui faisant intervenir le champ d'axions :

$$\mathcal{L}_3 = \frac{1}{4} g_{\phi\gamma\gamma} \phi F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{8} g_{\phi\gamma\gamma} \phi \epsilon_{\mu\nu\xi\eta} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) (\partial^\xi A^\eta - \partial^\eta A^\xi). \quad (3.9)$$

Pour celui-ci, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_3}{\partial A^\alpha} &= 0; \\ \frac{\partial \mathcal{L}_3}{\partial(\partial^\beta A^\alpha)} &= \frac{1}{8} g_{\phi\gamma\gamma} \phi \epsilon_{\mu\nu\xi\eta} (\delta_\beta^\mu \delta_\alpha^\nu F^{\xi\eta} - \delta_\beta^\nu \delta_\alpha^\mu F^{\xi\eta} + \delta_\beta^\xi \delta_\alpha^\eta F^{\mu\nu} - \delta_\beta^\eta \delta_\alpha^\xi F^{\mu\nu}) \\ &= \frac{1}{8} g_{\phi\gamma\gamma} \phi (\epsilon_{\beta\alpha\xi\eta} F^{\xi\eta} - \epsilon_{\alpha\beta\xi\eta} F^{\xi\eta} + \epsilon_{\mu\nu\beta\alpha} F^{\mu\nu} - \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\mu\nu}) \\ &= \frac{1}{2} g_{\phi\gamma\gamma} \phi \epsilon_{\beta\alpha\xi\eta} F^{\xi\eta} \\ &= g_{\phi\gamma\gamma} \phi \tilde{F}_{\beta\alpha}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ainsi, rassemblant ces résultats, les équations de mouvement recherchées sont finalement

$$-\partial^\beta F_{\beta\alpha} + g_{\phi\gamma\gamma} \partial^\beta (\phi \tilde{F}_{\beta\alpha}) + j_\alpha = 0, \quad (3.11)$$

ce qui se ramène à, étant donné l'identité $\partial^\beta \tilde{F}_{\beta\alpha} = 0$ (équations de Maxwell homogènes) découlant de la définition de $\tilde{F}^{\mu\nu}$,

$$\partial_\beta F^{\beta\alpha} = g_{\phi\gamma\gamma} (\partial_\beta \phi) \tilde{F}^{\beta\alpha} + j^\alpha. \quad (3.12)$$

Équation de mouvement pour le champ d'axions ; $\psi = \phi$

De même, dans ce cas, nous calculons facilement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} &= -m_\phi^2 \phi + \frac{1}{4} g_{\phi\gamma\gamma} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}; \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial^\beta \phi)} &= \frac{\partial}{\partial(\partial^\beta \phi)} \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) \right] \\ &= \frac{1}{2} [g_{\beta\alpha} \delta_\alpha^\mu \partial^\mu \phi + \delta_\beta^\mu (\partial_\mu \phi)] \\ &= \frac{1}{2} [g_{\beta\alpha} \partial^\alpha \phi + \partial_\beta \phi] \\ &= \partial_\beta \phi, \end{aligned} \quad (3.13)$$

ce qui mène à l'équation de mouvement, qui s'écrit :

$$\square \phi + m_\phi^2 \phi - \frac{1}{4} g_{\phi\gamma\gamma} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = 0. \quad (3.14)$$

3.1.2 Mélange de la lumière avec les pseudoscalaires

Approximations et linéarisation des équations

Les équations (3.12) et (3.14) définissent clairement un système d'équations couplées ; afin d'établir et de discuter le résultat du mélange du champ d'axion avec le champ électromagnétique, nous allons être amenés à faire certaines approximations pour les linéariser, celles-ci étant pour l'instant sous une forme générale.

Dans le cadre de ce mémoire, notre choix sera de nous concentrer sur le cas d'un champ magnétique extérieur pour lequel nous résoudrons les équations de mouvement de la lumière et des axions ; une discussion semblable peut, par exemple, être trouvée dans les articles [50] et [51]. Une autre possibilité aurait été de résoudre les équations pour la lumière, étant donné un champ ϕ extérieur fixé mais, dans notre approche, nous ne considérerons pas un tel champ et illustrerons plutôt l'oscillation de la lumière en axions, au cours de sa propagation.

Réécrivons tout d'abord de manière non-covariante les équations (3.12) et (3.14), dans le but de faire apparaître explicitement les champs \vec{E} et \vec{B} .

En prenant $\alpha = 0$ dans l'équation (3.12), nous obtenons ce qui correspond à la loi de Gauss,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = g_{\phi\gamma\gamma} \vec{\nabla} \phi \cdot \vec{B} + \rho, \quad (3.15)$$

et les trois équations correspondant à $\alpha = i$ donnent la loi d'Ampère-Maxwell modifiée :

$$-\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \vec{B} = g_{\phi\gamma\gamma} \left(\vec{E} \times \vec{\nabla} \phi - \vec{B} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \vec{j}. \quad (3.16)$$

Les équations de Maxwell homogènes restent, quant à elles, inchangées :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \quad (3.17)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \quad (3.18)$$

Agissant de même, nous pouvons écrire l'équation de mouvement des axions (3.14) sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi + m_\phi^2 \phi = -g_{\phi\gamma\gamma} \vec{E} \cdot \vec{B}, \quad (3.19)$$

puisque $F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = -4 \vec{E} \cdot \vec{B}$.

Notons qu'en sommant la dérivée par rapport au temps de (3.15) et la divergence de (3.16), nous obtenons directement la loi de conservation

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (3.20)$$

qui est donc toujours vérifiée.

Ayant précisé cela, notre première approximation sera de ne considérer, par la suite, les solutions de ces équations que loin de toute densité de charges qui pourrait agir comme source.

Ensuite, nous allons séparer le champ magnétique en sa contribution due au rayonnement $\vec{\mathcal{B}}_r$ et celle provenant du champ magnétique extérieur $\vec{\mathcal{B}}_e$, supposé constant et d'intensité (typiquement de l'ordre de 0,1 μG dans un super-amas de galaxies) bien supérieure à $|\vec{\mathcal{B}}_r|$ et $|\vec{E}|$.

Ces approximations nous fournissent alors, pour le rayonnement, les équations :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = g_{\phi\gamma\gamma} \vec{\nabla} \phi \cdot \vec{\mathcal{B}}_e, \quad (3.21)$$

$$-\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \vec{\mathcal{B}}_r = -g_{\phi\gamma\gamma} \vec{\mathcal{B}}_e \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (3.22)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{\mathcal{B}}_r}{\partial t} = 0, \quad (3.23)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathcal{B}}_r = 0; \quad (3.24)$$

desquelles nous déduisons une équation pour \vec{E} en prenant la divergence de (3.21), la dérivée temporelle de (3.22) et en utilisant ces résultats dans l'expression (3.23) dont nous aurons pris le rotationnel¹ :

$$-\nabla^2 \vec{E} + g_{\phi\gamma\gamma} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \phi \cdot \vec{\mathcal{B}}_e) = -\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + g_{\phi\gamma\gamma} \vec{\mathcal{B}}_e \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}. \quad (3.25)$$

L'équation de mouvement du champ d'axions devient, quant à elle :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi + m_\phi^2 \phi = -g_{\phi\gamma\gamma} \vec{E} \cdot \vec{\mathcal{B}}_e. \quad (3.26)$$

Nous ferons alors une dernière approximation, assez courante dans la littérature [50, 51, 53] : nous prendrons $g_{\phi\gamma\gamma} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \phi \cdot \vec{\mathcal{B}}_e)$ égal à zéro ; nous agirons ainsi dans l'optique d'alléger les développements car nous pouvons nous convaincre que ce terme est du second ordre en $g_{\phi\gamma\gamma}$ en observant l'équation (3.26). Dans ce cas, le système se réduit à un mélange entre le champ électrique transverse du rayonnement et le champ d'axions.

Résolution des équations de mouvement

Nous allons maintenant mettre le système d'équations (3.25), (3.26) sous forme matricielle, procéder à une diagonalisation et enfin obtenir les solutions des équations de mouvement.

Avant cela, nous allons exprimer le champ électrique en fonction du quadri-potential :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} A^0 \quad (3.27)$$

¹Rappelons la relation utile [52] :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = -\nabla^2 \vec{V} + \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}).$$

et, choisissant alors la jauge temporelle, telle que $A^0 = 0$, nous obtenons,

$$\vec{E} = i\omega\vec{A}, \quad (3.28)$$

ayant supposé une dépendance temporelle en $e^{-i\omega t}$ (nous chercherons également des solutions de ce type pour ϕ).

Le système devient dès lors,

$$\begin{cases} i\omega(-\omega^2\vec{A}) - i\omega\nabla^2\vec{A} + g_{\phi\gamma\gamma}\vec{\mathcal{B}}_e\omega^2\phi = 0, \\ -\omega^2\phi - \nabla^2\phi + m_\phi^2\phi + g_{\phi\gamma\gamma}i\omega\vec{A} \cdot \vec{\mathcal{B}}_e = 0. \end{cases} \quad (3.29)$$

Multipliant alors la première équation par $\frac{i}{\omega}$ et la seconde par $-i$, nous obtenons, redéfinissant $\phi_{new} = i\phi_{old}$ (ce qui revient à rephaser le champ ϕ de $\pi/2$) :

$$\begin{cases} (\omega^2 + \nabla^2)\vec{A} + g_{\phi\gamma\gamma}\omega\vec{\mathcal{B}}_e\phi = 0, \\ (\omega^2 + \nabla^2)\phi - m_\phi^2\phi + g_{\phi\gamma\gamma}\omega\vec{\mathcal{B}}_e \cdot \vec{A} = 0. \end{cases} \quad (3.30)$$

Bien que le photon soit de masse nulle dans le vide, un vide parfait n'existe réellement ni en laboratoire, ni dans le milieu intergalactique. De ce fait, nous allons devoir tenir compte de la fréquence plasma² afin d'inclure dans notre discussion l'indice de réfraction (ou la constante diélectrique) du milieu intergalactique. Celle-ci agit, en fait, comme une *masse effective* pour le rayonnement et s'exprime comme :

$$\omega_p^2 \equiv \frac{4\pi\alpha n_e}{m_e} = \frac{n_e}{10^{-6}\text{cm}^{-3}} (3,7 \cdot 10^{-14}\text{eV})^2, \quad (3.31)$$

où n_e et m_e sont respectivement la densité électronique et la masse de l'électron. La valeur de n_e est typiquement de l'ordre de 10^{-6}cm^{-3} dans un super-amas de galaxies ou dans les vides les séparant (*voids*), et de 10^{-3}cm^{-3} dans les halos de galaxies [55].

Bien qu'étant typiquement très faible, cette masse sera importante pour notre discussion étant donné que les axions (et les PAA) sont eux-mêmes des particules très peu massives : l'effet de mélange sera particulièrement efficace lorsque ces deux masses seront semblables (phénomène de résonance).

Plaçons nous alors dans un référentiel tel que la direction de propagation de la lumière soit orientée selon l'axe z et que l'un des autres axes soit dirigé selon la composante transverse du champ magnétique extérieur $\vec{\mathcal{B}}_T$. Nous pouvons alors séparer \vec{A} (c'est à dire le champ \vec{E} , à un facteur $i\omega$ près) en ses composantes parallèle et perpendiculaire à $\vec{\mathcal{B}}_T$ et écrire le système d'équations (3.30) sous la forme :

$$\left[\left(\omega^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - \begin{pmatrix} \omega_p^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_p^2 & -g_{\phi\gamma\gamma}\mathcal{B}_T\omega \\ 0 & -g_{\phi\gamma\gamma}\mathcal{B}_T\omega & m_\phi^2 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} A_\perp(z) \\ A_\parallel(z) \\ \phi(z) \end{pmatrix} = 0. \quad (3.32)$$

²Voir, par exemple, le chapitre 7 du livre de Jackson [1] pour une discussion générale et [54] pour le cas qui nous occupe.

Remarquons que A_{\perp} , la composante du rayonnement perpendiculaire au champ magnétique, n'est pas couplée au champ d'axions,

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} A_{\perp}(z) = -(\omega^2 - \omega_p^2) A_{\perp}(z); \quad (3.33)$$

la résolution est donc immédiate :

$$A_{\perp}(z) = A_{\perp}(0) e^{ik_0 z}, \quad k_0 = \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}. \quad (3.34)$$

Il ne nous reste ainsi qu'à considérer le sous-système mélangeant ϕ et A_{\parallel} . Nous allons procéder à un changement de base dans le but de diagonaliser la matrice

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \omega_p^2 & -g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega \\ -g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega & m_{\phi}^2 \end{pmatrix}, \quad (3.35)$$

en la multipliant, respectivement à droite et à gauche, par une matrice orthogonale et son inverse :

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \mathcal{O}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

Nous obtenons alors les éléments de la matrice $\Delta = \mathcal{O}^{-1} \mathcal{M} \mathcal{O}$:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \omega_p^2 \cos^2 \theta - g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega \sin \theta \cos \theta - g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega \cos \theta \sin \theta + m_{\phi}^2 \sin^2 \theta; \\ \Delta_{12} &= -\omega_p^2 \cos \theta \sin \theta + g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega \sin^2 \theta - g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega \cos^2 \theta + m_{\phi}^2 \cos \theta \sin \theta; \\ \Delta_{21} &= \Delta_{12}; \\ \Delta_{22} &= \omega_p^2 \sin^2 \theta + g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega \cos \theta \sin \theta + g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega \sin \theta \cos \theta + m_{\phi}^2 \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Celle-ci sera diagonale si $\Delta_{ij} = 0$ pour $i \neq j$, ce qui revient à imposer comme condition sur θ que³

$$\begin{aligned} (m_{\phi}^2 - \omega_p^2) \cos \theta \sin \theta &= g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ &\Leftrightarrow \\ \text{tg}(2\theta) &= \frac{2g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega}{m_{\phi}^2 - \omega_p^2}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Pour obtenir les valeurs propres, à présent, partons de

$$\det(\mathcal{M} - \lambda \mathbb{1}) = \lambda^2 - (\omega_p^2 + m_{\phi}^2) \lambda + \omega_p^2 m_{\phi}^2 - (g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega)^2 = 0, \quad (3.39)$$

ce qui nous donne

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}(\omega_p^2 + m_{\phi}^2) + \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_p^2 - m_{\phi}^2)^2 + (2g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega)^2} \equiv \mu_+^2, \quad (3.40)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}(\omega_p^2 + m_{\phi}^2) - \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_p^2 - m_{\phi}^2)^2 + (2g_{\phi\gamma\gamma} \mathcal{B}_T \omega)^2} \equiv \mu_-^2. \quad (3.41)$$

³Nous avons utilisé le fait que $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$ et que $\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$.

Les équations dans la base diagonale

$$\begin{pmatrix} \bar{A}_{\parallel}(z) \\ \bar{\phi}(z) \end{pmatrix} = \mathcal{O}^{-1} \begin{pmatrix} A_{\parallel}(z) \\ \phi(z) \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

s'écrivent alors :

$$\left(\omega^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \begin{pmatrix} \bar{A}_{\parallel}(z) \\ \bar{\phi}(z) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mu_+^2 & 0 \\ 0 & \mu_-^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A}_{\parallel}(z) \\ \bar{\phi}(z) \end{pmatrix} = 0, \quad (3.43)$$

et les solutions sont donc, finalement :

$$\bar{A}_{\parallel}(z) = \bar{A}_{\parallel}(0) e^{i\omega_A z}, \quad \omega_A = \sqrt{\omega^2 - \mu_+^2}; \quad (3.44)$$

$$\bar{\phi}(z) = \bar{\phi}(0) e^{i\omega_{\phi} z}, \quad \omega_{\phi} = \sqrt{\omega^2 - \mu_-^2}. \quad (3.45)$$

Insistons sur le fait que \bar{A}_{\parallel} et $\bar{\phi}(z)$ ne correspondent plus ni au champ électromagnétique ni au champ d'axions individuellement ; il s'agit bien de deux nouveaux états de propagation qui mélangent les anciens. Ces nouveaux états sont ceux qui existent réellement lorsque la lumière traverse un champ magnétique, lumière et axions n'ayant alors plus indépendamment une existence propre ; la loi d'évolution de la lumière sera notamment différente dans ce cas et, en particulier, la vitesse de l'onde ne sera plus la même.

À la sortie du champ magnétique, néanmoins, les photons et les axions seront à nouveau découplés, comme nous le voyons en examinant la matrice (3.35), qui devient alors diagonale, et les états \bar{A} et $\bar{\phi}$ se réduisent à A et ϕ .

Disposant des solutions (3.34), (3.44) et (3.45), il ne nous reste maintenant qu'à exprimer ces deux dernières en fonction des champs $A_{\parallel}(z)$ et $\phi(z)$.

Sachant que les quantités non-barrées et barrées sont reliées par des matrices orthogonales vérifiant la relation (3.38), qui nous a permis de procéder à la diagonalisation du système,

$$\begin{pmatrix} A_{\parallel}(z) \\ \phi(z) \end{pmatrix} = \mathcal{O} \begin{pmatrix} \bar{A}_{\parallel}(z) \\ \bar{\phi}(z) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \bar{A}_{\parallel}(z) \\ \bar{\phi}(z) \end{pmatrix} = \mathcal{O}^{-1} \begin{pmatrix} A_{\parallel}(z) \\ \phi(z) \end{pmatrix}, \quad (3.46)$$

nous pouvons écrire, étant donné (3.44) et (3.45),

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_{\parallel}(z) \\ \phi(z) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{A}_{\parallel}(0) e^{i\omega_A z} \\ \bar{\phi}(0) e^{i\omega_{\phi} z} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (A_{\parallel}(0) \cos \theta + \phi(0) \sin \theta) e^{i\omega_A z} \\ (\phi(0) \cos \theta - A_{\parallel}(0) \sin \theta) e^{i\omega_{\phi} z} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

L'évolution des différents champs s'exprime finalement :

$$A_{\perp}(z) = A_{\perp}(0) e^{ik_0 z}, \quad (3.34)$$

$$A_{\parallel}(z) = A_{\parallel}(0) (\cos^2 \theta e^{i\omega_A z} + \sin^2 \theta e^{i\omega_{\phi} z}) + \phi(0) \frac{\sin 2\theta}{2} (e^{i\omega_A z} - e^{i\omega_{\phi} z}), \quad (3.48)$$

$$\phi(z) = A_{\parallel}(0) \frac{\sin 2\theta}{2} (e^{i\omega_A z} - e^{i\omega_{\phi} z}) + \phi(0) (\sin^2 \theta e^{i\omega_A z} + \cos^2 \theta e^{i\omega_{\phi} z}), \quad (3.49)$$

$$\text{où } k_0 = \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}, \quad \omega_A = \sqrt{\omega^2 - \mu_+^2} \quad \text{et} \quad \omega_{\phi} = \sqrt{\omega^2 - \mu_-^2}.$$

Calcul des paramètres de Stokes

Nous approchons maintenant de notre objectif, qui est, rappelons-le, d'obtenir l'expression des paramètres de Stokes lorsque la lumière est perturbée par l'existence d'axions lors de sa propagation ; nous désirons, en effet, pouvoir caractériser son état de polarisation. Plus précisément, nous allons calculer :

$$\begin{cases} I = \langle A_{\parallel}(z)A_{\parallel}^*(z) \rangle + \langle A_{\perp}(z)A_{\perp}^*(z) \rangle & = \langle |A_{\parallel}|^2 \rangle + \langle |A_{\perp}|^2 \rangle \\ Q = \langle A_{\parallel}(z)A_{\parallel}^*(z) \rangle - \langle A_{\perp}(z)A_{\perp}^*(z) \rangle & = \langle |A_{\parallel}|^2 \rangle - \langle |A_{\perp}|^2 \rangle \\ U = \langle A_{\parallel}(z)A_{\perp}^*(z) \rangle + \langle A_{\perp}^*(z)A_{\parallel}(z) \rangle & = 2 \operatorname{Re}\{\langle A_{\parallel}A_{\perp}^* \rangle\} \\ V = i(-\langle A_{\parallel}(z)A_{\perp}^*(z) \rangle + \langle A_{\perp}^*(z)A_{\parallel}(z) \rangle) & = 2 \operatorname{Im}\{\langle A_{\parallel}A_{\perp}^* \rangle\}; \end{cases} \quad (3.50)$$

le potentiel vecteur \vec{A} étant égal au champ \vec{E} à un facteur $i\omega$ près, il sera en effet équivalent de considérer les définitions (3.50) ou celles vues au premier chapitre, (1.2), étant donné que nous n'utiliserons que des paramètres de Stokes normalisés.

Faisant appel aux relations (3.34), (3.48) et (3.49), les expressions intervenant dans la définition des paramètres de Stokes s'écrivent explicitement :

— expression de $A_{\parallel}^*(z)A_{\parallel}(z)$:

$$\begin{aligned} A_{\parallel}^*(z)A_{\parallel}(z) &= A_{\parallel}^*(0)A_{\parallel}(0) \left[\cos^4 \theta + \sin^4 \theta + \cos^2 \theta \sin^2 \theta (e^{i(\omega_{\phi}-\omega_A)z} + e^{-i(\omega_{\phi}-\omega_A)z}) \right] \\ &+ A_{\parallel}^*(0)\phi(0) \frac{\sin 2\theta}{2} \left[\cos^2 \theta - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta e^{i(\omega_{\phi}-\omega_A)z} + \sin^2 \theta e^{-i(\omega_{\phi}-\omega_A)z} \right] \\ &+ \phi^*(0)A_{\parallel}(0) \frac{\sin 2\theta}{2} \left[\cos^2 \theta - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta e^{-i(\omega_{\phi}-\omega_A)z} + \sin^2 \theta e^{i(\omega_{\phi}-\omega_A)z} \right] \\ &+ \phi^*(0)\phi(0) \frac{\sin^2 2\theta}{4} \left[1 + 1 - e^{i(\omega_{\phi}-\omega_A)z} - e^{-i(\omega_{\phi}-\omega_A)z} \right] \\ &= \frac{1}{2} A_{\parallel}^*(0)A_{\parallel}(0) \left[1 + \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos[(\omega_{\phi} - \omega_A)z] \right] \\ &+ \frac{1}{2} \phi^*(0)\phi(0) \left[1 - \cos[(\omega_{\phi} - \omega_A)z] \right] \sin^2 2\theta \\ &+ 2 \operatorname{Re}\{A_{\parallel}^*(0)\phi(0) \frac{\sin 2\theta}{2} \left[\cos 2\theta - \cos 2\theta \cos[(\omega_{\phi} - \omega_A)z] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - i \sin 2\theta \sin[(\omega_{\phi} - \omega_A)z] \right] \}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

— expression de $A_{\parallel}^*(z)A_{\perp}(z)$:

$$\begin{aligned} A_{\parallel}^*(z)A_{\perp}(z) &= A_{\parallel}^*(0)A_{\perp}(0) \left[\cos^2 \theta e^{i(k_0-\omega_A)z} + \sin^2 \theta e^{i(k_0-\omega_{\phi})z} \right] \\ &+ \phi^*(0)A_{\perp}(0) \frac{\sin 2\theta}{2} \left[e^{i(k_0-\omega_A)z} - e^{i(k_0-\omega_{\phi})z} \right]. \end{aligned} \quad (3.52)$$

— expression de $A_{\perp}^*(z)A_{\perp}(z)$:

$$A_{\perp}^*(z)A_{\perp}(z) = A_{\perp}^*(0) e^{-ik_0z} A_{\perp}(0) e^{ik_0z} = A_{\perp}^*(0)A_{\perp}(0). \quad (3.53)$$

Ces résultats sont valables pour toute onde lumineuse et donc également pour une somme de telles ondes ; la moyenne temporelle à prendre dans le cas d'un train d'ondes (voir la section 1.3.1) étant un cas particulier de sommation, ces relations se transposent aisément dans le cas des paramètres de Stokes (3.50).

Disposant maintenant de ces expressions, libre à nous de considérer l'évolution des différents paramètres de Stokes, pour un rayonnement incident donné, au cours de sa propagation, ou encore d'observer les changements susceptibles d'apparaître lors de la modification d'un paramètre particulier. Dans cette optique, nous avons retranscrit les équations définissant le problème en langage de programmation.

3.2 Programmes en C++

Dans les faits, nous avons été amenés à écrire deux programmes (dont les codes sources se trouvent en annexe) se basant sur les résultats que nous venons de développer et se différenciant par leur approche :

- Le premier a pour but de reproduire les résultats de notre article de référence [50], à savoir d'obtenir les différents paramètres de Stokes à la sortie d'une zone de longueur z où régnerait un champ magnétique \mathcal{B}_T en fonction, notamment, de la longueur d'onde de la lumière entrant dans cette zone.

Nous avons considéré aussi bien le cas d'une lumière initialement non-polarisée que le cas d'un rayonnement présentant déjà initialement une polarisation donnée, arbitraire.

- Le second, quant à lui, a été écrit dans l'optique de visualiser, à deux ou trois dimensions, une partie de l'espace des paramètres donnant lieu à une polarisation spontanée additionnelle telle que celle qui permettrait d'expliquer, via l'hypothèse de l'existence d'axions, l'effet d'alignement de la polarisation des quasars.

Étant donné les nombreux paramètres méconnus intervenant dans le problème — citons notamment m_ϕ et $g_{\phi\gamma\gamma}$, bien sûr, mais également la fréquence plasma ω_p^2 , qui peut raisonnablement présenter des variations aussi importantes que sa propre valeur [54], ainsi que l'intensité des champs magnétiques à considérer, leur extension spatiale et leur nombre —, nous avons essayé de ne pas trop nous éloigner des estimations considérées comme raisonnables dans la littérature.

Dans les deux cas, nous nous sommes restreints à considérer la traversée d'une seule zone de longueur z et de champ magnétique constant — la prise en compte d'une variation de ce dernier sur la distance compliquant le problème, en ajoutant une liberté supplémentaire, mais ne devant pas être difficile à intégrer dans le programme.

Nous n'avons pas eu le temps d'envisager le cas intéressant et plus réaliste d'une alternance de zones, où régneraient ou non, des champs magnétiques (éventuellement orientés selon des directions différentes) et, de ce fait, nous avons toujours considéré comme condition initiale qu'aucun axion n'était présent à l'entrée du champ magnétique — dans le cas d'une alternance de zone, il serait alors nécessaire de prendre chaque fois en condition initiale la valeur du champ d'axions obtenue à la sortie du champ magnétique précédent.

Comme intensité typique du champ magnétique, nous avons généralement considéré la valeur de $0,1 \mu\text{G}$ et nous l'avons supposé cohérent sur une distance $z = 10 \text{ Mpc}$; par commodité, nous avons assimilé la valeur de \mathcal{B}_T à celle de \mathcal{B} . Les champs magnétiques dans les amas de galaxies ($\sim 1 \text{ Mpc}$) sont assez bien connus et valent typiquement $1 \mu\text{G}$ sur des distances pouvant atteindre la taille de l'amas — ils sont estimés par effet Zeeman ou par rotation Faraday (rotation du plan de polarisation dans un champ magnétique pour les longueurs d'ondes radio) [56]. Les champs régnant sur des distances plus importantes sont bien moins connus mais les valeurs que nous utilisons sont malgré tout considérées comme étant raisonnables pour un super-amas de galaxies [8, 50]. Ajoutons que lors de l'exploration de l'espace des paramètres, nous sommes parfois descendus jusqu'à 1 nG , voire 1 pG (10^{-16} T) et considéré ces champs sur des distances allant jusqu'au Gpc (la limite supérieure pour un champ magnétique cosmologique est de l'ordre de 1 nG [8, 55]).

Notons qu'il est bien évident que s'il s'avérait que les champs magnétiques traversés lors de la propagation sont nombreux et non cohérents sur des distances suffisamment grandes, l'effet d'alignement sera inobservable.

Enfin, suivant notre référence [50], nous considérerons des axions ultra légers, $m_\phi \sim 10^{-14} \text{ eV}$ — bien en deçà de la valeur typiquement considérée dans les modèles d'axions — qui, malgré leur faible masse, pourraient être à même de donner lieu à un effet décelable, étant donné la proximité entre cette valeur et la fréquence plasma (3.31). Mentionnons que cette supposition n'est pas gratuite car des PAA de masse très faible ont pu être contraints grâce à l'astrophysique, notamment par des mesures de flux de rayons X de haute énergie (rayonnement gamma) provenant de la supernova SN1987.⁴ La limite qui a été obtenue suite à ces considérations est que $g_{\phi\gamma\gamma} \leq 10^{-11} \text{ GeV}^{-1}$ pour des particules de masse $m_\phi \leq 10^{-9} \text{ eV}$ [15, 17] et les valeurs de m_ϕ et de $g_{\phi\gamma\gamma}$ que nous allons considérer seront bien compatibles avec celles-ci.

Ayant détaillé les valeurs typiques des paramètres que nous allons utiliser par la suite, nous allons maintenant présenter quelques résultats obtenus par notre premier programme, qui a été écrit afin de nous aider à mieux comprendre le phénomène de mélange entre la lumière et les axions.

Étant donné l'absence d'ambiguïté possible, nous noterons dorénavant la masse de l'axion, la constante de couplage avec le champ électromagnétique et le champ magnétique transverse respectivement m , g , et \mathcal{B} .

3.3 Apparition spontanée de polarisation

Ainsi que nous l'avons indiqué, notre premier objectif fut d'abord de tenter de reproduire les résultats présentés dans l'article [50]. Utilisant les mêmes conditions initiales que celles qui y étaient considérées, nous avons finalement obtenu les mêmes figures que ceux-ci mais à

⁴Des PAA émis, suite à un effet Primakoff, par la supernova se convertiraient en photons X dans le champ magnétique de notre Galaxie par effet inverse et c'est l'absence d'un tel flux qui a permis de contraindre les paramètres.

un facteur $\sqrt{4\pi}$ près pour le champ magnétique. Après avoir contacté Sudeep Das ainsi que Pankaj Jain à ce propos, supposant une erreur dans la conversion du champ magnétique en Heaviside-Lorentz dans l'article, nous avons eu leur confirmation que notre raisonnement était correct et que leurs figures étaient, de ce fait, erronées (voir annexe A).

Nos résultats étaient, en fait, identiques aux leurs lorsque nous considérons un champ magnétique tel qu'il aurait été exprimé en utilisant la convention de Gauss mais ayant recours aux équations écrites en Heaviside-Lorentz.

Les graphiques que nous présenterons ici seront la plupart du temps des figures représentant la valeur des différents paramètres de Stokes pour un rayonnement donné à la sortie d'un certain champ magnétique extérieur. Nous utiliserons souvent deux axes des abscisses : le premier, utilisé dans l'article [50], est une certaine longueur $l = \frac{2\omega}{\omega_p^2 - m^2}$ exprimée en Mpc, qui caractérise l'oscillation photons-axions [54] ; le second est la longueur d'onde de l'onde électromagnétique se propageant dans le champ magnétique (que nous pensons plus intuitive).

Il est à noter que la quantité l n'est pas un bon paramètre pour caractériser le problème — plus particulièrement pour l'exploration de l'espace des paramètres —, en ce sens qu'étant donné que les équations dépendent à la fois de la somme et de la différence de ω_p^2 et m^2 , celles-ci ne sont pas toutes deux univoquement déterminées par un l donné. Mentionnons, au passage, que g et \mathcal{B} , par contre, apparaissent toujours ensemble, nous permettant ainsi de ne considérer que leur produit $g\mathcal{B}$.⁵

En complément de ces graphiques, nous avons également considéré l'évolution de la polarisation en fonction de la taille du champ magnétique (plus exactement sa longueur de cohérence) pour une longueur d'onde donnée, afin de pouvoir vraiment visualiser l'oscillation de la lumière en axions par la modification des paramètres de Stokes.

Dans l'écriture du programme (annexes B.1 et B.2), nous avons envisagé deux types de conditions initiales : le cas d'une lumière initialement non polarisée et le cas, plus général, d'une lumière initialement de polarisation quelconque. La prise en compte de ce second type de conditions initiales sera primordiale dans le cadre d'une étude de modification de polarisation suite à la traversée de plusieurs zones de champ magnétique (la polarisation obtenue à la sortie de l'une servant de condition initiale à l'entrée de la suivante). N'ayant, néanmoins, pas discuté une telle situation, nous nous concentrerons, par la suite, principalement sur de la lumière non polarisée et ne discuterons ici le cas d'une polarisation initiale qu'afin d'observer la richesse de la modification des différents paramètres de Stokes.

Nous allons à présent donner certains résultats obtenus sous forme de graphiques grâce au programme et les discuter afin d'illustrer le phénomène.

⁵De ce fait, lors de la réinterprétation des graphiques de leur article, même si la valeur du champ magnétique régnant dans un super-amas n'est que méconnue, libre à nous de choisir de faire porter à g le facteur $\sqrt{4\pi}$ manquant, étant donné que celui-ci est de toute manière, *a priori* inconnu (pour autant qu'il ne soit pas supérieur à 10^{-11} GeV⁻¹), afin de continuer à envisager un champ magnétique de 0,1 μ G.

3.3.1 Lumière initialement non-polarisée

Le premier cas que nous considérons est celui d'une lumière initialement non polarisée, c'est à dire telle que

$$Q(0) = U(0) = V(0) = 0, \quad (3.54)$$

pour laquelle nous prenons $I(0) = 2$ afin d'obtenir simplement

$$\langle |A_{\parallel}(0)|^2 \rangle = 1 = \langle |A_{\perp}(0)|^2 \rangle. \quad (3.55)$$

En nous reportant aux relations (3.51), (3.52) et (3.53), nous voyons que celles-ci deviennent alors très simples (rappelons encore que nous supposons toujours $\phi(0) = 0$); seuls $I(z)$ et $Q(z)$ sont non nuls et nous n'avons plus que les relations :

$$Q(z) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos[(\omega_{\phi} - \omega_A)z] \right] - 1; \quad (3.56)$$

$$I(z) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos[(\omega_{\phi} - \omega_A)z] \right] + 1. \quad (3.57)$$

Ainsi donc, le degré de polarisation prendra la forme :

$$p_{tot}(z) = \frac{|Q(z)|}{I(z)}. \quad (3.58)$$

Observons que la modification du degré de polarisation est due uniquement à une modification de la composante du champ électrique qui est parallèle au champ magnétique transverse extérieur. Avec la propagation, Q diminuera (ainsi que I , exactement de la même manière) donnant donc lieu à l'apparition spontanée de polarisation, dont la direction sera selon la perpendiculaire au champ magnétique transverse.

Évolution en fonction de z

Nous allons, pour fixer les idées quant à l'oscillation photons-axions, simplement commencer par présenter l'évolution du degré de polarisation en fonction de la distance parcourue dans un champ magnétique par de la lumière (initialement non-polarisée), par exemple, de longueur d'onde de 500 nm — cette lumière correspond *grosso-modo* au filtre V , utilisé durant les observations de quasars.

Les résultats se trouvent sur la figure 3.1 : le phénomène d'oscillation est bien visible et continue d'avoir lieu exactement de la même manière si la taille du champ magnétique est augmentée; nous nous sommes ici limités à une petite portion uniquement afin de mettre en évidence le phénomène.

Évolution en fonction de λ

Présentons maintenant les graphiques semblables à ceux de l'article [50], qui donnent le degré de polarisation et les paramètres de Stokes à la sortie d'une zone de 10 Mpc en fonction, notamment, de la longueur d'onde.

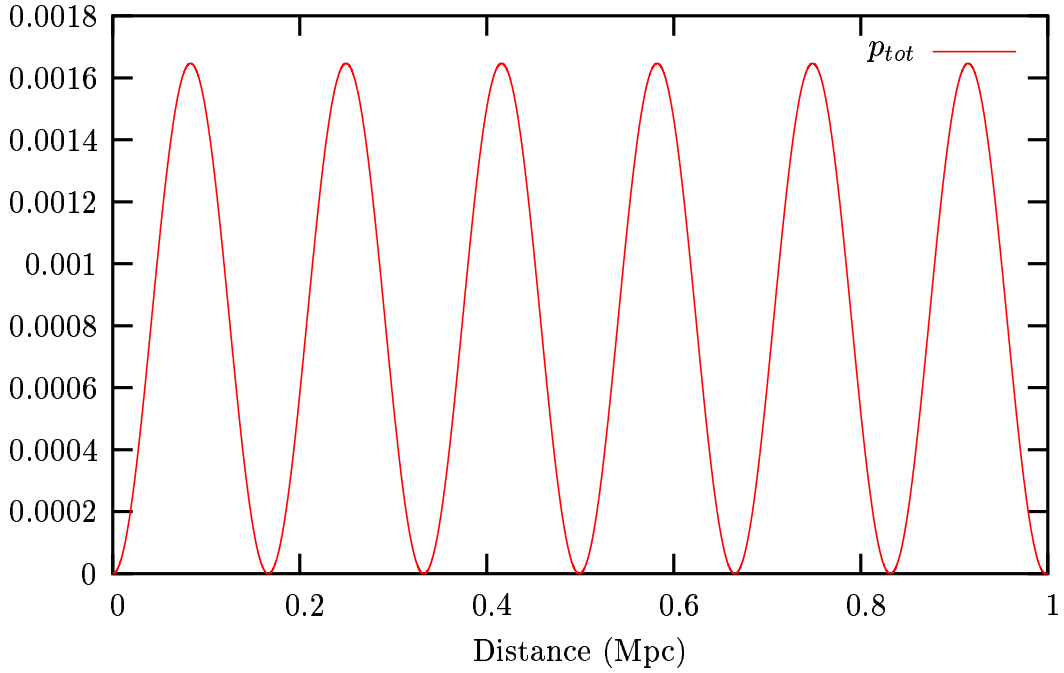


FIG. 3.1 – Polarisation totale dans le cas d’une lumière initialement non-polarisée : évolution de p_{tot} en fonction de la taille du champ magnétique.

Les différents paramètres sont : $\lambda = 500$ nm ; $m = 1,1527 \cdot 10^{-14}$ eV ; $\omega_p = 3,6452 \cdot 10^{-14}$ eV ; $g\mathcal{B} = 2,1656$ Mpc $^{-1}$ (c’est à dire, par exemple $g = 7.09 \cdot 10^{-12}$ GeV $^{-1}$ et $\mathcal{B} = 0,1$ μ G).

Les résultats de la figure 3.2 sont identiques à ceux de l’article (mais nous avons donc dû utiliser un $g\mathcal{B}$ supérieur de $\sqrt{4\pi}$ par rapport à la valeur indiquée dans celui-ci [50]) et ceux de la figure 3.3 sont les véritables résultats obtenus pour ces valeurs.

Un examen minutieux révèle en fait que le degré de polarisation oscille déjà aux très petites longueurs d’ondes — même si cela n’apparaît pas à cette échelle — l’amplitude de cette oscillation augmentant, comme nous le voyons, pour des rayonnements de plus haute fréquence ; après avoir atteint une fréquence suffisamment élevée, il tend alors vers une valeur constante — ce plateau persiste même si nous considérons des l très élevés (nous l’avons vérifié jusqu’à $l = 1$ Tpc) —, mais sans oscillations supplémentaires, cette fois.

Ce comportement peut se comprendre en considérant la différence de phase intervenant dans le problème (équations (3.56) et (3.57)),

$$\begin{aligned}
 \omega_\phi - \omega_A &= \sqrt{\omega^2 - \mu_-^2} - \sqrt{\omega^2 - \mu_+^2} \\
 &= \frac{(\sqrt{\omega^2 - \mu_-^2} - \sqrt{\omega^2 - \mu_+^2})(\sqrt{\omega^2 - \mu_-^2} + \sqrt{\omega^2 - \mu_+^2})}{(\sqrt{\omega^2 - \mu_-^2} + \sqrt{\omega^2 - \mu_+^2})} \\
 &= \frac{\mu_+^2 - \mu_-^2}{(\sqrt{\omega^2 - \mu_-^2} + \sqrt{\omega^2 - \mu_+^2})};
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

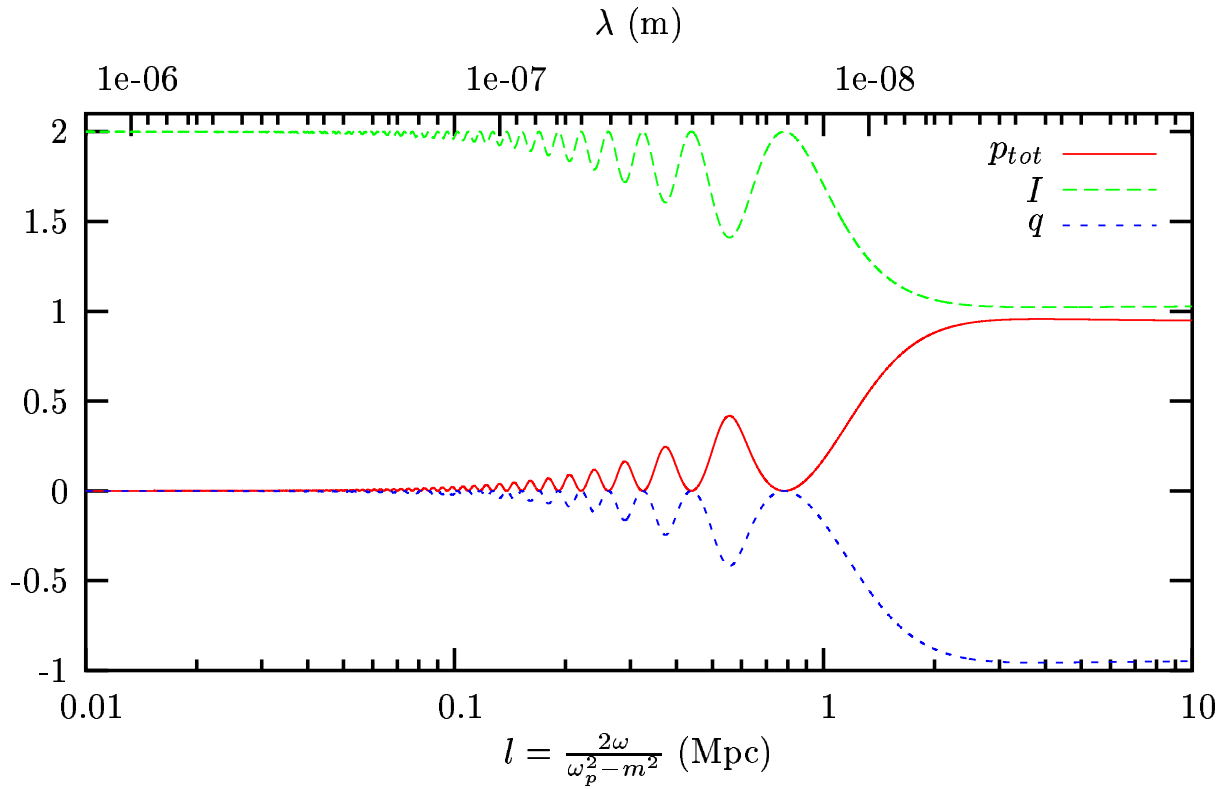


FIG. 3.2 – Polarisation totale et paramètres de Stokes dans le cas d’une lumière initialement non-polarisée : résultat à la sortie d’une zone de 10 Mpc. Les différents paramètres sont : $m = 1,1527 \cdot 10^{-14}$ eV ; $\omega_p = 3,6452 \cdot 10^{-14}$ eV ; $g\mathcal{B} = 2,1656$ Mpc $^{-1}$ (c’est à dire, par exemple $g = \sqrt{4\pi} \cdot 2 \cdot 10^{-12}$ GeV $^{-1}$ et $\mathcal{B} = 0,1$ μ G).

ne considérant alors que des $\omega^2 \gg \mu_{\pm}^2$ et ne gardant que les termes en ω , nous obtenons :

$$\omega_{\phi} - \omega_A \approx \frac{\sqrt{(\omega_p^2 - m_{\phi}^2)^2 + (2g\mathcal{B}_T\omega)^2}}{2\omega}. \quad (3.60)$$

Une analyse rapide nous montre alors que pour les plus petites valeurs de ω , le premier terme dans la racine dominera l’expression (3.60) et, donc, la différence de phase dépendra de λ :

$$\omega_{\phi} - \omega_A \propto \frac{C}{\omega}; \quad (3.61)$$

étant donné l’expression du degré de polarisation, nous aurons donc un comportement oscillatoire, dépendant de la fréquence. Pour les ω suffisamment élevés, en revanche, le second terme prendra le relais et la différence de phase ne dépendra alors plus de la longueur d’onde,

$$\omega_{\phi} - \omega_A = 2g\mathcal{B}, \quad (3.62)$$

ce qui nous permet de comprendre pourquoi le degré de polarisation tend vers une constante aux hautes fréquences.

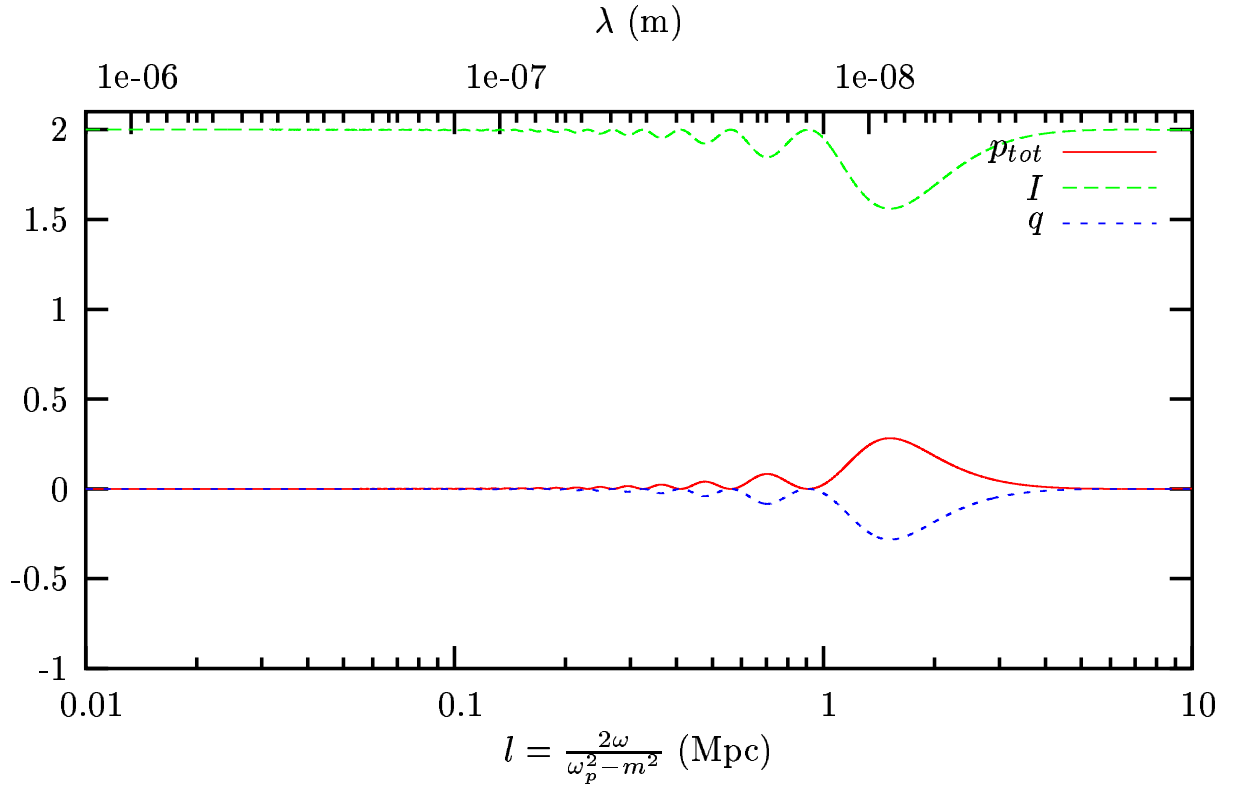


FIG. 3.3 – Polarisation totale et paramètres de Stokes dans le cas d’une lumière initialement non-polarisée : résultat à la sortie d’une zone de 10 Mpc. Les différents paramètres sont : $m = 1,1527 \cdot 10^{-14}$ eV ; $\omega_p = 3,6452 \cdot 10^{-14}$ eV ; $g\mathcal{B} = 0,6109$ Mpc $^{-1}$ (c’est à dire, par exemple $g = 2 \cdot 10^{-12}$ GeV $^{-1}$ et $\mathcal{B} = 0,1$ μ G).

Cela étant, nous pouvons maintenant comparer les courbes des figures (3.2) et (3.3) qui ne diffèrent que par la valeur du produit $g\mathcal{B}$ utilisé. Nous voyons immédiatement que le fait de changer la valeur de $g\mathcal{B}$ modifie assez fortement les résultats, tant au point de vue de l’intensité des oscillations que de l’allure générale de p_{tot} en fonction de λ : les plus grandes oscillations, notamment, n’ont plus lieu aux mêmes fréquences, les minima sont déplacés, la « longueur d’onde » de l’oscillation est plus grande dans le second cas et la valeur du plateau pour de grands ω n’est plus la même (notons que la valeur de ce dernier n’aurait pas été la même avec des paramètres légèrement différents et n’est pas le signe d’une annulation de l’effet).

Ainsi, seules les caractéristiques générales que nous avons relevées précédemment semblent persister : nous retrouvons dans les deux cas des oscillations prenant de l’ampleur avec la fréquence et finalement suivies d’un plateau.

3.3.2 Lumière initialement polarisée

Nous allons maintenant considérer le cas d'une lumière qui présente, à l'entrée du champ magnétique, une polarisation non-nulle, arbitrairement choisie — rappelons que la lumière provenant des quasars est généralement du rayonnement polarisé. Encore une fois, nous avons reproduit l'exemple donné dans l'article [50], qui était, cette fois, de considérer initialement :

$$Q(0)/I(0) = 0; \quad U(0)/I(0) = 0,4; \quad V(0)/I(0) = 0,1 \quad (3.63)$$

et notre choix fut encore de prendre $I(0) = 2$.

Notons que, cette fois, les conditions initiales ont été données sur les paramètres de Stokes ; techniquement, notre programme travaillait jusqu'alors à partir des moyennes (3.51), (3.52) et (3.53). Afin de relier les valeurs initiales des paramètres de Stokes à des conditions initiales sur ces relations, il suffit, en fait, de noter que les définitions (3.50) peuvent être inversées de la manière suivante :

$$\begin{cases} \langle |A_{\parallel}|^2 \rangle &= \frac{1}{2} (I + Q) \\ \langle |A_{\perp}|^2 \rangle &= \frac{1}{2} (I - Q) \\ \langle A_{\parallel}^* A_{\perp} \rangle &= \frac{1}{2} (U + iV), \end{cases} \quad (3.64)$$

la dernière quantité pouvant tout à fait être complexe, bien qu'une mesure de champ électrique et des paramètres de Stokes reste bien évidemment toujours réelle.

De ce fait, utilisant (3.63), nous obtenons :

$$\langle |A_{\parallel}|^2 \rangle = 1; \quad \langle |A_{\perp}|^2 \rangle = 1; \quad \langle A_{\parallel}^* A_{\perp} \rangle = 0,4 + i 0,1; \quad (3.65)$$

les parties réelles et imaginaires de $\langle A_{\parallel}^* A_{\perp} \rangle$ seront traitées séparément dans le calcul numérique (voir annexes (B.1) et (B.2)). Encore une fois, rappelons que nous choisissons $\phi(0) = 0$.

L'évolution des différents paramètres de Stokes ainsi que du degré de polarisation en fonction de la longueur d'onde ont été mis en graphique sur les figures 3.4 et 3.5 ; la première correspondant aux résultats de notre article de référence — mais avec la bonne valeur du produit $g\mathcal{B}$, cette fois —, la seconde, au graphique qui aurait dû y figurer étant donné les valeurs qui y étaient considérées.

Nous remarquons encore une fois que Q — sur les graphiques, néanmoins, seul $q = Q/I$ est représenté — et I évoluent *exactement* de la même manière, la seule différence étant un écart en ordonnées (cette tendance semble se vérifier également pour d'autres conditions initiales). Les courbes de Q (ou q) et I n'ont d'ailleurs pas été modifiées par rapport aux courbes considérées dans le cas d'une lumière initialement non-polarisée — étant donné que les conditions initiales sur $\langle |A_{\parallel}|^2 \rangle$ et $\langle |A_{\perp}|^2 \rangle$ n'ont pas changé — et se superposent parfaitement.

La nouveauté apportée par ce cas de lumière initialement polarisée est l'évolution des paramètres u et v , qui varient tous deux assez fortement avec la fréquence de la lumière, et peuvent mener, en combinaison avec q , à une dépendance plus compliquée du degré de

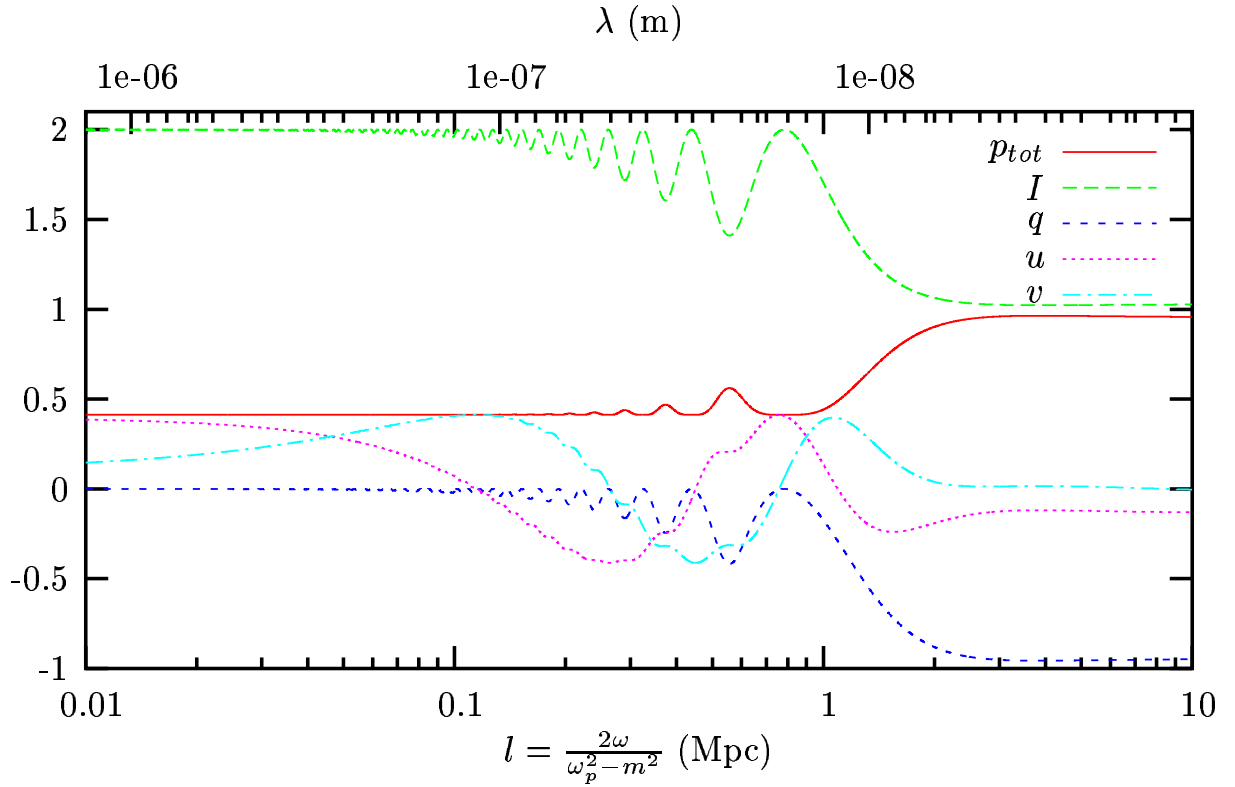


FIG. 3.4 – Polarisation totale et paramètres de Stokes dans le cas d’une lumière initialement polarisée : résultat à la sortie d’une zone de 10 Mpc.

Les différents paramètres étaient : $m = 1,1527 \cdot 10^{-14}$ eV ; $\omega_p = 3,6452 \cdot 10^{-14}$ eV ; $g\mathcal{B} = 2,1656 \text{ Mpc}^{-1}$ (c’est à dire, par exemple $g = \sqrt{4\pi} \cdot 2 \cdot 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}$ et $\mathcal{B} = 0,1 \mu\text{G}$).

polarisation en fonction de λ . Remarquons cependant [50] que malgré le comportement très variable de u et de v , la quantité $\sqrt{u^2 + v^2}$ reste pratiquement inchangée sur un assez grand domaine de fréquences ; c’est l’objet de la figure 3.6, représentée dans le cas $g = \sqrt{4\pi} \cdot 2 \cdot 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}$ (cette quantité est pratiquement constante dans l’autre cas).

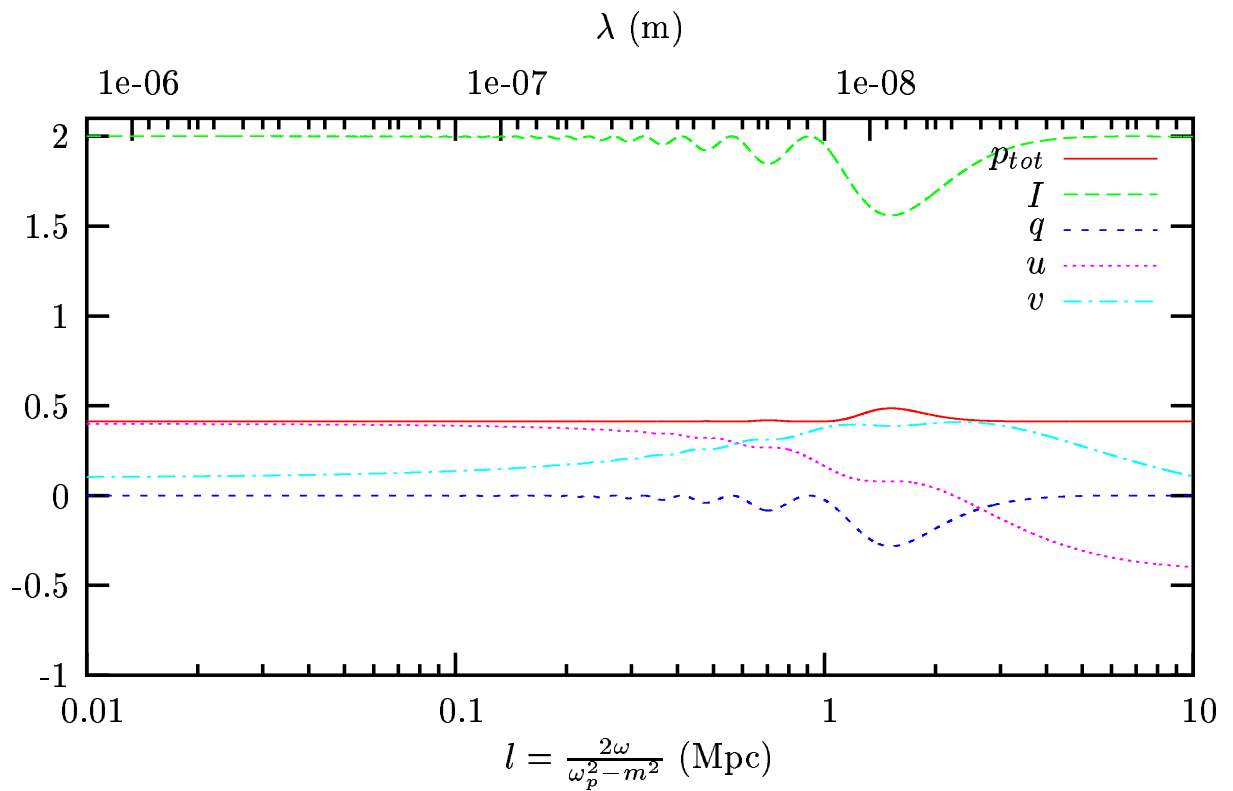


FIG. 3.5 – Polarisation totale et paramètres de Stokes dans le cas d’une lumière initialement polarisée : résultat à la sortie d’une zone de 10 Mpc.

Les différents paramètres étaient : $m = 1,1527 \cdot 10^{-14}$ eV ; $\omega_p = 3,6452 \cdot 10^{-14}$ eV ; $g\mathcal{B} = 0,6109$ Mpc $^{-1}$ (c’est à dire, par exemple $g = 2 \cdot 10^{-12}$ GeV $^{-1}$ et $\mathcal{B} = 0,1$ μ G).

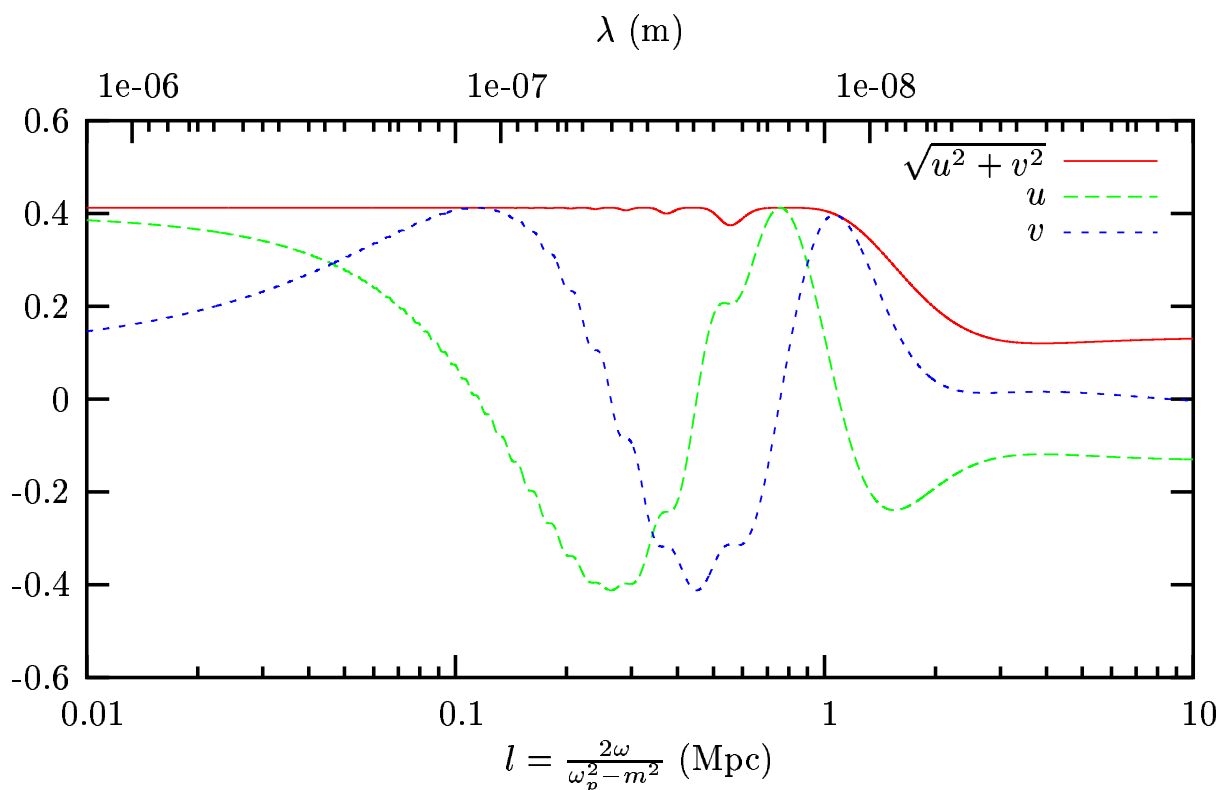


FIG. 3.6 – Paramètres de Stokes dans le cas d'une lumière initialement polarisée : résultat à la sortie d'une zone de 10 Mpc.

Les différents paramètres étaient : $m = 1,1527 \cdot 10^{-14}$ eV; $\omega_p = 3,6452 \cdot 10^{-14}$ eV; $g\mathcal{B} = 2,1656 \text{ Mpc}^{-1}$ (c'est à dire, par exemple $g = \sqrt{4\pi} \cdot 2 \cdot 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}$ et $\mathcal{B} = 0,1 \mu\text{G}$).

3.4 Exploration de l'espace de paramètres

Afin de mieux appréhender la dépendance du degré de polarisation en fonction des différents paramètres intervenant dans le problème, nous allons maintenant présenter certains résultats que nous avons obtenus à l'aide de notre second programme (voir annexes B.1 et B.3).

Dès à présent, nous quittons notre article de référence et explorons par nous-même une partie de l'espace de paramètres pouvant donner lieu à une polarisation linéaire additionnelle — telle qu'elle a été évaluée par Damien Hutsemékers, à savoir située entre 0,005 et 0,02 — qui pourrait expliquer un effet d'alignement. Notons que, bien que nous ayons exploré des espaces de paramètres à deux mais également à trois dimensions, nous n'incluons ici que des discussions à deux dimensions, les autres graphiques n'étant pas très lisibles sur support papier.

Dans tous les cas, nous avons considéré une lumière de 500 nm de longueur d'onde, initialement non polarisée et acquérant sa polarisation suite au mélange axions-photons.

Couples vérifiant une contrainte sur $p_{lin} — m^2/\omega_p^2$ et $g\mathcal{B}$

Dans cet exemple, deux millions de couples de points — leur nombre fini étant malgré tout visible sur les courbes — ont été calculés par notre programme, qui les a séparés en ceux pour lesquels la polarisation linéaire vérifiait la condition $p_{lin} \in [0,005; 0,02]$, ceux donnant lieu à une polarisation trop importante et enfin, une polarisation trop faible. Nous avons, dans ce cas, considéré un champ magnétique cohérent sur 10 Mpc, comme dans les super-amas de galaxies.

Seuls les couples donnant lieu à la polarisation désirée sont présents sur la figure 3.7; nous avons également porté en graphique les couples donnant, toujours dans ce même cas, une polarisation trop importante, cette fois (figure 3.8), tous les autres points ne donnent pas une polarisation suffisamment importante.

Précisons que notre boucle consistait en 4 000 valeurs, régulièrement espacées, allant de 0 à $(5,7 \cdot 10^{16} \text{ Mpc}^{-1})^2$ ($\sim (3,6 \cdot 10^{-13} \text{ eV})^2$) pour m^2 et de 500 valeurs, de 0 à 60 Mpc, pour $g\mathcal{B}$; tous les autres paramètres restant fixés.

La raison pour laquelle nous avons choisi de tracer ces graphiques avec, en abscisse, le rapport m/ω_p^2 est que cette manière d'agir nous permet de remarquer immédiatement que l'effet d'apparition spontanée de polarisation sera bien plus efficace lorsque la fréquence plasma et la masse de l'axion auront des valeurs voisines.

Il semble, en effet, que lorsque la valeur prise par m est proche de celle de ω_p , de la polarisation apparaît fortement, pour toute valeur de g — et cela même si p présente une oscillation en fonction de g pour un m fixé (voir la figure 3.9).

Ainsi, nous pouvons conclure que tant que les valeurs prises par m et ω_p resteront proches l'une de l'autre, nous garderons une grande liberté par rapport à g : rien que dans le cas particulier que nous présentons, nous avons, en effet, l'embarras du choix. De ce fait, il semble important de pouvoir disposer d'une bonne estimation de la fréquence plasma (et donc, de la densité électronique) dans le milieu intergalactique (amas, super-amas et vides entre super-amas), ainsi que du champ magnétique typique de ces milieux, avant de vraiment pouvoir utiliser les données relatives à l'effet d'alignement de la polarisation des quasars pour contraindre les valeurs de m et g .

et PVLAS ?

Comme autre investigation, nous avons également exploré la possibilité d'obtenir une polarisation de cet ordre en utilisant les valeurs associées au signal obtenu par l'expérience PVLAS, interprété en terme d'axions, à savoir [37] :

$$m \in [0,001; 0,0015] \text{ eV} \text{ et } g \in [2 \cdot 10^{-6}, 5 \cdot 10^{-6}] \text{ GeV}^{-1}. \quad (3.66)$$

Nous avons pour l'occasion écrit une variante plus légère de notre programme, dont le principe était de calculer la polarisation linéaire correspondant à tous les couples de m et de g , compatibles avec PVLAS mais de ne garder que celui pour lequel la polarisation obtenue

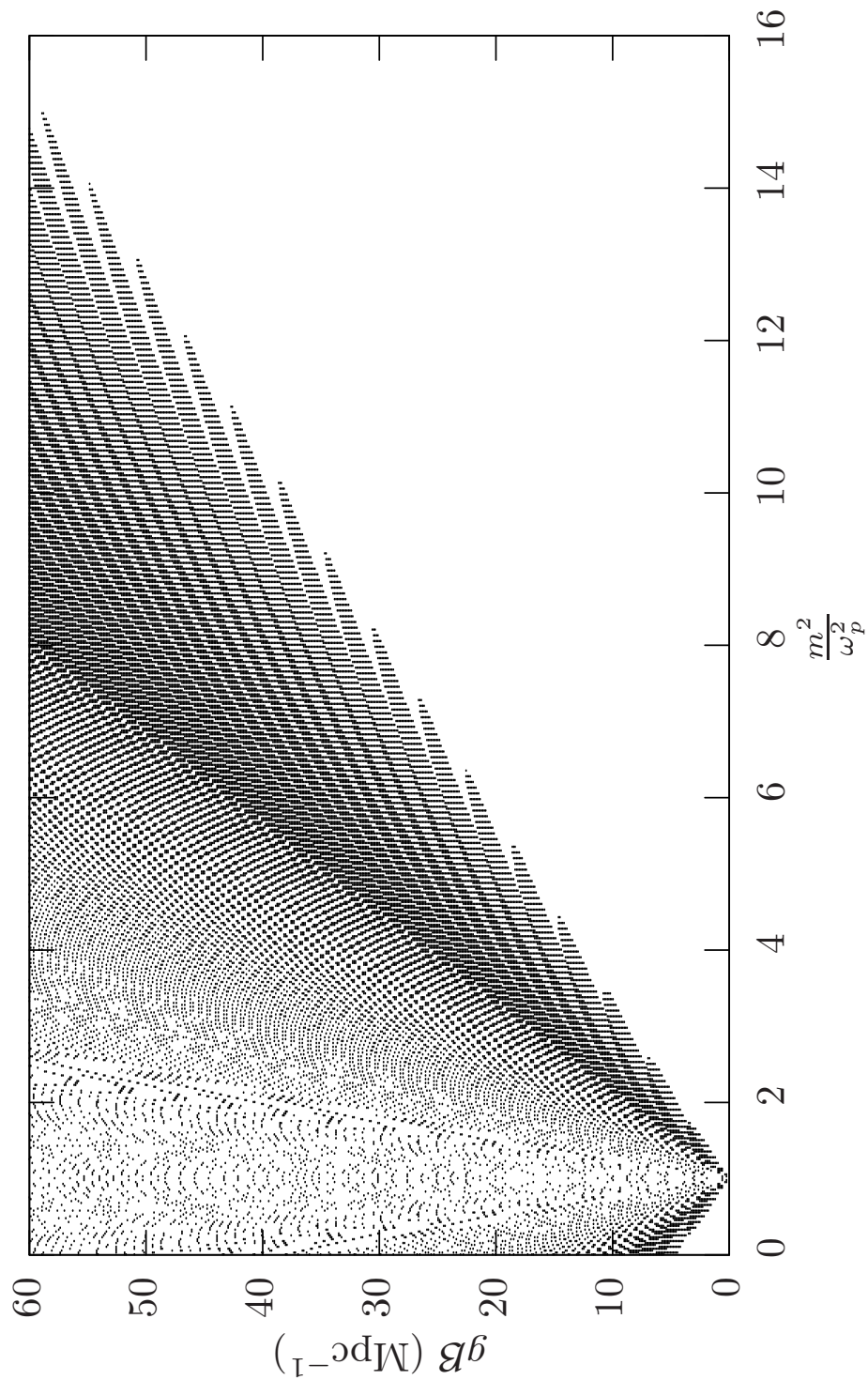


FIG. 3.7 – Lumière initialement non-polarisée : résultat à la sortie d’une zone de 10 Mpc — polarisation désirée.

Les différents paramètres étaient : $\lambda = 500 \text{ nm}$; $\omega_p = 3,6452 \cdot 10^{-14} \text{ eV}$.

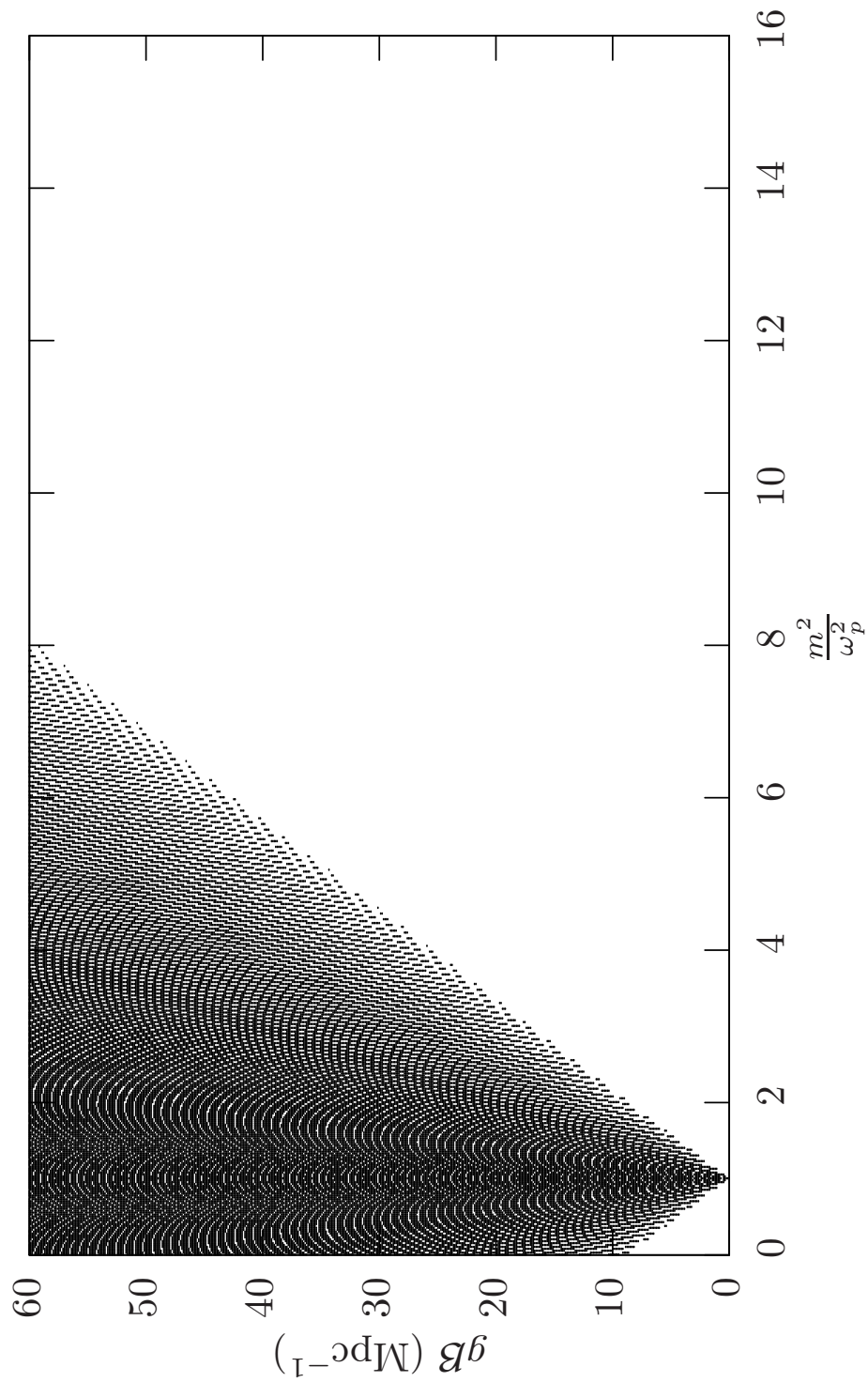


FIG. 3.8 – Lumière initialement non-polarisée : résultat à la sortie d’une zone de 10 Mpc — polarisation trop importante.

Les différents paramètres étaient : $\lambda = 500 \text{ nm}$; $\omega_p = 3,6452 \cdot 10^{-14} \text{ eV}$.

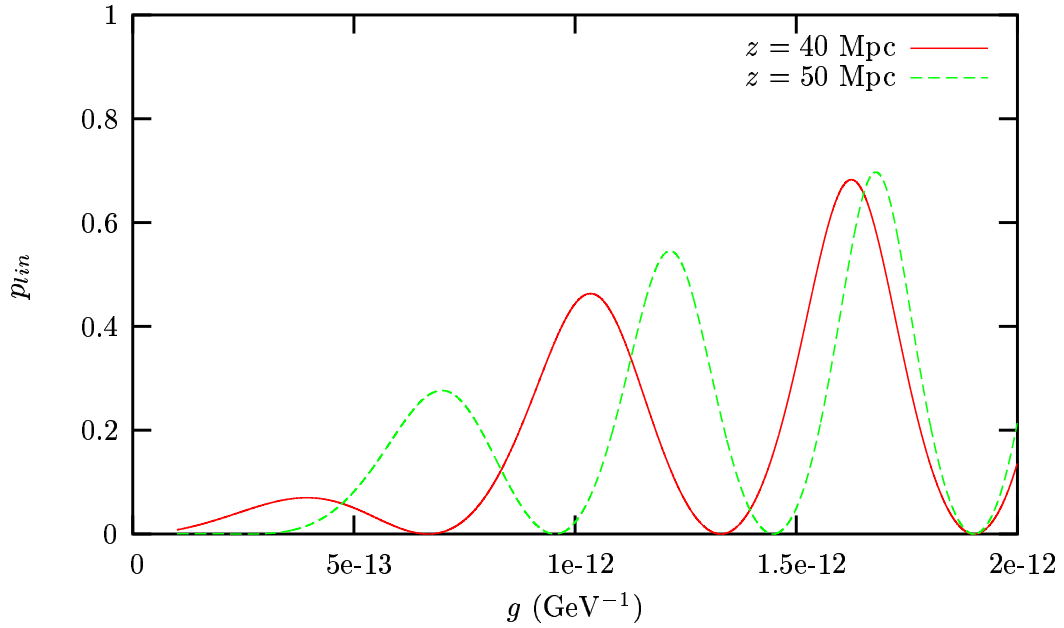


FIG. 3.9 – Polarisation linéaire dans le cas d’une lumière initialement non polarisée. Les différents paramètres étaient : $m = 3,64000 \cdot 10^{-14}$ eV ; $\omega_p = 3,64520 \cdot 10^{-14}$ eV ; $\lambda = 500$ nm ; $\mathcal{B} = 0,1 \mu\text{G}$.

serait maximale et d’écrire dans un fichier le couple et la polarisation obtenue — le but étant de vérifier qu’un effet suffisant serait obtenu avant de calculer toutes les courbes.⁶

Ces calculs furent menés avec des champs magnétiques \mathcal{B} de $\sqrt{4\pi} \cdot 10^{-12}$ G, $\sqrt{4\pi} \cdot 10^{-9}$ G et $\sqrt{4\pi} \cdot 0,1 \mu\text{G}$, à chaque fois pour des tailles de 10, 100 et 1000 Mpc ; la longueur d’onde de la lumière était 500 nm et $\omega_p = 3,6452 \cdot 10^{-14}$ eV.

Les résultats que nous avons obtenus sont qu’avec ces valeurs, la polarisation acquise ne dépasse jamais notre seuil minimal : $p \ll 0,005$ (numériquement, la valeur obtenue par le programme est zéro).

Une solution qui permettrait d’obtenir une polarisation avec les résultats de PVLAS serait par exemple de changer la valeur de ω_p^2 mais nous ne la trouvons pas très naturelle.

Notons qu’une manière de réconcilier l’interprétation en terme d’axions du signal de PVLAS et des observations relatives dans les articles [2–5] serait d’utiliser ces données pour estimer le champ magnétique intergalactique comme valant $\mathcal{B}_{ig} \approx 10^{-16}$ G, comme discuté dans l’article [57] (qui gardent néanmoins une masse de l’axion de l’ordre de celle que nous discutons), cette valeur étant compatible avec la limite supérieure de 10^{-9} G ; nous avons refait des calculs similaires et avons effectivement obtenu des résultats compatibles.

Néanmoins, cela est relativement évident puisque considérer la valeur de la constante de couplage donnée par PVLAS revient à augmenter le produit $g\mathcal{B}$ au moins d’un facteur

⁶Nous avons bien évidemment vérifié auparavant que ce programme donnait les bons résultats lorsqu’il était utilisé dans les cas de l’article [50], que nous avons rediscutés.

10^6 , une solution permettant de retrouver un produit $g\mathcal{B}$ de l'ordre de celui considéré dans notre discussion serait de diminuer l'intensité du champ magnétique intervenant dans les équations.

Conclusion

Notre mémoire, que nous avons voulu articulé sur trois chapitres principaux, touche maintenant à sa fin. Avant de conclure sa rédaction, néanmoins, nous allons rappeler brièvement différents points qui y furent développés et finalement donner quelques pistes qui pourraient permettre de poursuivre ces investigations.

Nous avons tout d'abord commencé notre exposé par la partie concernant l'astrophysique. Après avoir rappelé succinctement certaines propriétés des quasars, objets des observations que nous allons ensuite décrire, nous nous sommes tournés vers l'effet d'alignement des vecteurs de polarisation, dont nous avons tenté de présenter les caractéristiques, insistant sur le fait que l'effet semble non local. Ayant ainsi motivé la discussion et après avoir rappelé la définition et la signification des paramètres de Stokes, nous avons expliqué la procédure ayant permis à Damien Hutsemékers et à ses collaborateurs d'obtenir les mesures de polarisation — ces mesures composant environ la moitié de l'échantillon discuté, l'autre moitié provenant de la littérature. Ce chapitre s'est enfin achevé par une discussion des résultats obtenus grâce aux tests statistiques et par une invitation à la recherche de processus capables d'expliquer le phénomène observé, parmi lesquels nous avons mentionné des particules pseudoscalaires.

C'est alors que nous nous sommes tournés vers les propriétés de ces particules et en particulier vers les axions. Encore une fois, notre optique fut de motiver leur discussion et nous avons, dès lors, commencé par en présenter les propriétés prédites par la théorie, insistant plus particulièrement sur leurs effets de dichroïsme et de biréfringence sur de la lumière en présence d'un champ magnétique extérieur ; nous avons également mentionné certaines contraintes, la plupart provenant de l'astrophysique. Cela étant, nous avons alors commencé une discussion dans le cadre de la théorie quantique des champs, partant des courants associés aux symétries du lagrangien de la chromodynamique quantique, jusqu'à finalement arriver à la brisure de la symétrie de Peccei-Quinn, suite à laquelle devraient apparaître des axions. Une fois tout ceci discuté, nous avons fait un petit arrêt sur les expériences actuellement mises en œuvre pour détecter ces particules, et, notamment, sur l'expérience de la collaboration PVLAS dont les résultats pourraient peut-être être interprétés en terme d'axions — bien qu'il ne s'agisse alors pas d'un axion conventionnel, celui-ci interagissant bien plus fortement que prévu.

Arrivant à notre dernier chapitre, véritable objet de ce mémoire, nous avons finalement considéré les équations de mouvement de la lumière et des particules pseudoscalaires, résultant en un mélange des composantes transverses du champ électrique de la lumière avec le champ d'axions en présence d'un champ magnétique extérieur. Après avoir obtenu les solutions des équations de mouvement, nous avons finalement présenté un certain nombre de résultats obtenus à l'aide de programmes que nous avons écrits, dans lesquels nous sommes intéressés à des pseudoscalaires très peu massifs. Nous avons ainsi illustré, à l'aide de courbes, les effets induits par la présence de pseudoscalaires sur de la lumière et avons finalement considéré l'espace de paramètres donnant lieu à une polarisation additionnelle qui pourrait permettre d'expliquer un effet d'alignement. Nous avons terminé en remarquant que l'espace permis reste assez large et qu'il serait nécessaire de le contraindre davantage à l'aide de mesures expérimentales des différents paramètres intervenant dans le problème. Enfin, nous avons également considéré et discuté la compatibilité entre les résultats de PVLAS et les observations de vecteurs de polarisation.

Bien que notre mémoire s'achève ici, le mot « conclure » nous semble malgré tout être assez peu adapté : le sujet est, en effet, loin d'être clos — ainsi que nous espérons en avoir donné l'impression au lecteur — et suggère de lui-même de nombreux autres développements ; nous allons en présenter certains pour terminer.

Tout d'abord, ne serait-ce que sur base de ce travail, notons ainsi qu'il est déjà possible d'étudier plus en détail les caractéristiques des interactions entre photons et pseudoscalaires, en mettant, par exemple, clairement en lumière les dépendances, pour le moins complexes, des paramètres de Stokes par rapport aux différents paramètres intervenant dans le problème.

À ceci s'ajoutent également certaines idées, mentionnées ou suggérées de manière disparate au fur et à mesure de notre discussion, et qui mériteraient d'être considérées, pouvant permettre d'aller plus loin dans la caractérisation du phénomène ; reprenons-en quelques unes :

1. Tout d'abord, il serait intéressant d'arriver à considérer le cas, plus réaliste, d'une alternance de zones, de tailles différentes, étant ou non le siège de champs magnétiques cohérents. Idéalement, il serait nécessaire d'autoriser une orientation différente pour ces différents champs mais cela ne serait pas la partie la plus difficile à modéliser.
2. Ensuite, nous pourrions bien évidemment considérer que le champ pseudoscalaire extérieur (au même sens que lorsque nous parlons de champ magnétique extérieur) n'est pas nul initialement, à l'entrée de la zone de champ magnétique. En conséquence, l'expression des paramètres de Stokes serait alors plus compliquée, étant donné que nous devrions garder tous les termes apparaissant dans les équations (3.51), (3.52) et (3.53) — notons que cette modification serait, de toute manière, une condition *sine qua non* pour discuter une alternance de zones, ainsi que nous l'avons discuté précédemment.
3. Nous pourrions également lever certaines des approximations que nous avons choisi de faire et, par exemple, celle revenant à négliger le terme $g_{\phi\gamma\gamma} \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\phi \cdot \vec{\mathcal{B}}_e)$ dans l'équation

de mouvement (3.25), afin d'alléger les développements — sans cette approximation, le champ transverse mais également le champ longitudinal du photon se mélangeraient aux axions.

La liste ne s'arrête pas là et, à ces suggestions, pourraient s'ajouter notamment d'autres considérations intéressantes, spécialement associées aux contraintes apportées par l'observation des quasars, cette fois. Nous finirons en citant deux de celles-ci :

- Il serait possible d'utiliser les résultats de notre programme afin de prédire un effet observable ; que cela soit en observant les mêmes objets, mais à une autre longueur d'onde, cette fois, ou, par exemple, en prédisant la polarisation circulaire.
- Nous pourrions, enfin, restreindre les paramètres à ceux donnant lieu à une longueur d'oscillation en fonction de la distance parcourue z (voir figure 3.1) qui serait de l'ordre de la séparation, selon la ligne de visée, des zones où un effet d'alignement est décelé — à savoir environ $1,5 h^{-1}\text{Gpc}$ (voir section 1.2).⁷ En ajoutant cette restriction à celle, déjà considérée, demandant que la polarisation due au processus soit comprise dans un intervalle donné, il devrait être possible de contraindre davantage l'espace de paramètres permis.

Le sujet que nous vous avons présenté s'étendait sur plusieurs domaines, de l'astrophysique observationnelle à la théorie des champs, et nous n'avons sans doute fait que l'effleurer. Nous espérons cependant avoir réussi le défi de présenter de façon claire les principaux points nécessaires à sa compréhension et souhaitons que vous ayez trouvé cette lecture intéressante.

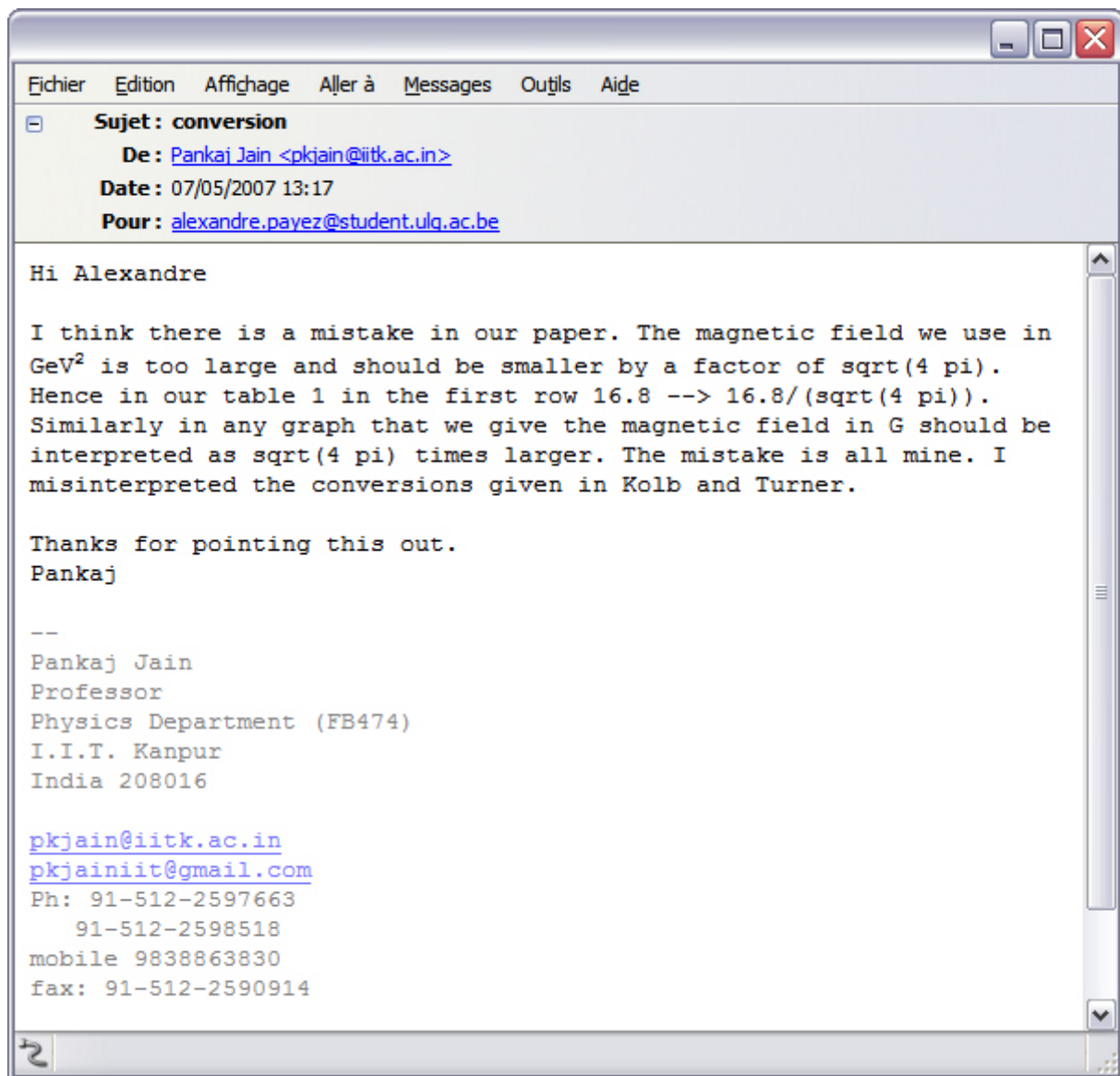
Addenda

Le signal qui fut annoncé par la collaboration PVLAS comme pouvant être interprété comme correspondant à un axion non conventionnel fut finalement rejeté par la collaboration elle-même, celui-ci s'étant avéré provenir d'un artefact expérimental.*

* Source : ZAVATTINI E. et coll., *New PVLAS results and limits on magnetically induced optical rotation and ellipticity in vacuum* (2007) [arXiv:hep-ex/0706.3419v1].

⁷En effet, ainsi que le montrait la figure 3.1, la polarisation additionnelle présente bien une alternance périodique en fonction de la distance.

Annexe A



Plus précisément, le problème est qu'ils semblent avoir utilisé les équations en convention de Heaviside-Lorentz (et donc également la définition de la charge e_{HL}) et un champ magnétique provenant de la convention de Gauss, B_G . Nous partions du constat suivant :

$$e_{HL}B_{HL} = e_G B_G. \quad (\text{A.1})$$

Dans chacune des conventions, la constante de structure fine (et donc la charge) est définie comme étant

$$\frac{e_{HL}^2}{4\pi} = \alpha = e_G^2. \quad (\text{A.2})$$

Ce qui implique que

$$\Rightarrow e_{HL}^2 = \frac{4\pi}{137} \text{ et } e_G^2 = \frac{1}{137} \quad (\text{A.3})$$

et donc

$$e_{HL} = \sqrt{4\pi} e_G. \quad (\text{A.4})$$

Ainsi, en comparant avec (A.1),

$$B_{HL} = \frac{B_G}{\sqrt{4\pi}}. \quad (\text{A.5})$$

Dans ce cas, le champ magnétique à utiliser devrait plutôt être le leur divisé par un facteur $\sqrt{4\pi}$.

Annexe B

Source des programmes en C++

B.1 Définitions des différentes fonctions

```
// Payez Alexandre
// pol2.cpp
// derniere version : 07/04/07

#include "pol2.h"
#include<iostream.h>
#include<math.h>
#include<iomanip.h>
#include<fstream.h>
#include<direct.h>

double length(double omega, double omegap, double m){
    return 2*omega/(omegap*omegap-m*m);
}

double theta(double gB, double m, double wp, double omega){
    return atan((2*gB*omega)/(m*m-wp*wp))/2;
}

double mu2_plus(double gB, double m, double wp, double omega){
    return (wp*wp+m*m)/2 + sqrt( (wp*wp-m*m)*(wp*wp-m*m) + (2*gB*omega)*(2*gB*omega) )/2;
} // il s'agit de (mu+)2

double mu2_moins(double gB, double m, double wp, double omega){
    return (wp*wp+m*m)/2 - sqrt( (wp*wp-m*m)*(wp*wp-m*m) + (2*gB*omega)*(2*gB*omega) )/2;
} // il s'agit de (mu-)2

double Dphi_Da(double gB, double m, double wp, double omega){
    return (mu2_plus(gB,m,wp,omega)-mu2_moins(gB,m,wp,omega)) / (sqrt(omega*omega -
        mu2_moins(gB,m,wp,omega))+sqrt(omega*omega - mu2_plus(gB,m,wp,omega)));
}

double F(double gB, double m, double wp, double omega){
```



```

    return (mu2_plus(gB,m,wp,omega)-wp*wp) / (sqrt(omega*omega - wp*wp)+sqrt(omega*omega
        - mu2_plus(gB,m,wp,omega)));
}

double G(double gB, double m, double wp, double omega){
    return (mu2_moins(gB,m,wp,omega)-wp*wp) / (sqrt(omega*omega - wp*wp)+sqrt(omega*omega
        - mu2_moins(gB,m,wp,omega)));
}

// ces 4 fonctions permettent d'obtenir les CI sur les < > en partant des CI sur les
// parametres de Stokes :

double ap2_0(double I_0, double Q_0){
    return ( I_0 + Q_0 ) /2;
} // <A*//(0)A//(0)>

double at2_0(double I_0, double Q_0){
    return ( I_0 - Q_0 ) /2;
} // <A*Transverse(0)ATransverse(0)>

double r_apat_0(double U_0){
    return U_0 / 2;
} // partie reelle de <A*//(0)AT(0)>

double i_apat_0(double V_0){
    return V_0 / 2;
} // partie imaginaire de <A*//(0)AT(0)>

// deux fonctions auxquelles on fait appel pour les parametres de Stokes :

double AP2(double z, double ap2_0, double phi2_0, double gB, double m, double wp, double
    omega){
    return ap2_0*( 1+cos(2*theta(gB,m,wp,omega))*cos(2*theta(gB,m,wp,omega))+cos(z*
        Dphi_Da(gB,m,wp,omega))*sin(2*theta(gB,m,wp,omega))*sin(2*theta(gB,m,wp,omega)) )
        /2
        + phi2_0*( 1-cos(z*Dphi_Da(gB,m,wp,omega))*sin(2*theta(gB,m,wp,omega))*sin(2*
            theta(gB,m,wp,omega)) )/2;
} // <A*//(z)A//(z)>

double AT2(double at2_0){
    return at2_0;
} // <A*Transverse(z)ATransverse(z)>

// parametres de Stokes :

double I(double z, double ap2_0, double at2_0, double phi2_0, double gB, double m,
    double wp, double omega){

```

```

    return AP2(z,ap2_0,phi2_0,gB,m,wp,omega) + AT2(at2_0);
}

double Q(double z, double ap2_0, double at2_0, double phi2_0, double gB, double m,
double wp, double omega){
    return AP2(z,ap2_0,phi2_0,gB,m,wp,omega) - AT2(at2_0);
}

double U(double z, double r_apat_0, double i_apat_0, double gB, double m, double wp,
double omega){
    return 2*r_apat_0 * (cos(theta(gB,m,wp,omega))*cos(theta(gB,m,wp,omega))*cos(F(gB,m,
wp,omega)*z) + sin(theta(gB,m,wp,omega))*sin(theta(gB,m,wp,omega))*cos(G(gB,m,wp,
omega)*z))
        - 2*i_apat_0 * (cos(theta(gB,m,wp,omega))*cos(theta(gB,m,wp,omega))*sin(F(
gB,m,wp,omega)*z) + sin(theta(gB,m,wp,omega))*sin(theta(gB,m,wp,omega))
)*sin(G(gB,m,wp,omega)*z));
} // NB: je n'ai pas mis tous les termes du U mais juste ceux non-nuls dans l'exemple de
l'article (par exemple, il n'y a pas de Phi_0).

double V(double z, double r_apat_0, double i_apat_0, double gB, double m, double wp,
double omega){
    return 2*r_apat_0 * (cos(theta(gB,m,wp,omega))*cos(theta(gB,m,wp,omega))*sin(F(gB,m,
wp,omega)*z) + sin(theta(gB,m,wp,omega))*sin(theta(gB,m,wp,omega))*sin(G(gB,m,wp,
omega)*z))
        + 2*i_apat_0 * (cos(theta(gB,m,wp,omega))*cos(theta(gB,m,wp,omega))*cos(F(
gB,m,wp,omega)*z) + sin(theta(gB,m,wp,omega))*sin(theta(gB,m,wp,omega))
)*cos(G(gB,m,wp,omega)*z));
} // NB: je n'ai pas mis tous les termes du V mais juste ceux non-nuls dans l'exemple de
l'article (par exemple, il n'y a pas de Phi_0).

// degre de polarisation :

double P(double z, double ap2_0, double at2_0, double r_apat_0, double i_apat_0, double
phi2_0, double gB, double m, double wp, double omega){
    return sqrt( Q(z,ap2_0,at2_0,phi2_0,gB,m,wp,omega)*Q(z,ap2_0,at2_0,phi2_0,gB,m,wp,
omega)
        + U(z,r_apat_0,i_apat_0,gB,m,wp,omega)*U(z,r_apat_0,i_apat_0,gB,m,wp,
omega)
        + V(z,r_apat_0,i_apat_0,gB,m,wp,omega)*V(z,r_apat_0,i_apat_0,gB,m,wp,
omega) );
} // il s'agit bien de "P" et non plus "P/I = p"

double P_lin(double z, double ap2_0, double at2_0, double r_apat_0, double i_apat_0,
double phi2_0, double gB, double m, double wp, double omega){
    return sqrt( Q(z,ap2_0,at2_0,phi2_0,gB,m,wp,omega)*Q(z,ap2_0,at2_0,phi2_0,gB,m,wp,
omega)
        + U(z,r_apat_0,i_apat_0,gB,m,wp,omega)*U(z,r_apat_0,i_apat_0,gB,m,wp,
omega) );
} // degre de polarisation lineaire (pas divise par I)

```

B.2 Apparition spontanée de polarisation

Notons que la conversion du champ magnétique en unités naturelles suivant la convention d'Heaviside-Lorentz était fautive dans l'article [50] que nous suivions originellement pour obtenir ces résultats et nous l'avons corrigée dans le code.

```
// Payez Alexandre
// polarization2.cpp
// derniere version : 07/05/07

// Je vais considerer le cas p16 de l'article S. Das, P. Jain et al, a savoir : "initial
// polarization".
// Ce programme englobe tout a fait le cas ou la lumiere n'est initialement pas
// polarisee.

// On peut sortir le graphique en fonction de leur "length", de omega (Hz), de lambda (m
// ) ou de z (Mpc).
// Le programme ne fait pas l'approximation sur l'expression de Dphi_Da, meme si cette
// approximation semble etre justifiee.
// Dans ce programme, g et B ne sont consideres que dans leur produit gB (ainsi qu'ils
// apparaissent dans les equations).

// Project/Add to Project/pol2.h & pol2.cpp !

#include "pol2.h"
#include<iostream.h>
#include<math.h>
#include<iomanip.h>
#include<fstream.h>
#include<direct.h>

void main(){
// Rmq : nous allons travailler en Mpc et derives.
// 1 Mpc = 1,5637E+38 GeV^-1 (= 1,5637E+29 eV^-1)
// 1 GeV = 1,5637E38 Mpc^-1

// Cas de l'article
double gB = (2E-12)/1.5637E38*4.7763E49;
// Il y a une erreur de racine de 4 pi pour le champ magnetique pour tous les
// graphiques de l'article. Ceci est la bonne conversion.

// double B = 1.68E50/(sqrt(4*3.141592654)); // ~4.7763E49 valeur typique du
// champ magnetique en Mpc^-2 (0.1 microGauss)
// double g = (2E-12)/1.5637E38; // valeur de la constante de couplage en Mpc
```

```

double wp = 5.7E15; // valeur de omega p en Mpc^-1 dans un super amas (cad 3.7E-23GeV
    = 3.7E-14eV)
double m = wp*sqrt(0.1); // masse de l'axion en Mpc^-1 (voir p19 de S. Das, P. Jain
    et al) (= 1,17004E-14eV)
double z = 10; // distance de propagation des paquets en Mpc

double omega;

// on va faire un pas logarithmique.
double pas;
double lw;

// Conditions initiales :

//Cas 1, article : pas de polarisation initiale
double I_0 = 2.;
double Q_0 = 0. * I_0;
double U_0 = 0.* I_0;
double V_0 = 0.* I_0;
double phi2_0 = 0.;
/*
//Cas 2, article : lumiere initialement polarisee
double I_0 = 2.;
double Q_0 = 0. * I_0;
double U_0 = 0.4 * I_0;
double V_0 = 0.1 * I_0;
double phi2_0 = 0.;
*/

double l_,o_,la_,P_,i_,q_,u_,v_,sq_;

////////// Programme //////////

ofstream out1;
ofstream out2;
ofstream info1;
ofstream info2;

// information :
// dans out1 se trouvent les valeurs telles que definies ci-dessus.
// dans out2 se trouvent celles-ci, divisees par l'intensite I (mis a part I elle-
    meme, bien evidemment).

mkdir("./out1" );
out1.open("./out1\\out.txt");
mkdir("./out2" );
out2.open("./out2\\out.txt");

```

```

pas = 0.001;
omega = 0.01*(wp*wp-m*m)/2; // cad que leur l = 0.01
lw=log(omega);

while(length(omega,wp,m)<=10){

//differentes abscisses possibles :
//1]
    l_ = length(omega,wp,m);
    out1 << l_;
    out2 << l_;
    // En sortant ca, on sort la valeur de leur "l"

//2]
    o_ = omega*9.71562E-15; // 1Mpc^-1 = 9.71562E-15 Hz
    out1 << '\t' << o_;
    out2 << '\t' << o_;
    // En sortant ca, on sort la valeur de omega, en Hz.

//3]
    la_ = (2*PI*2.99792458E8)/(omega*9.71562E-15); // on a ainsi acces a la
        longueur d'onde en m.
    out1 << '\t' << la_;
    out2 << '\t' << la_;
    // on a la vitesse de la lumiere en m/s fois 2 fois pi / (omega en Hz) =
        lambda (m).
    // En sortant ca, on sort la valeur de lambda, en m.

// differentes fonctions calculees :

P_ = P(z, ap2_0(I_0,Q_0), at2_0(I_0,Q_0), r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), phi2_0,
    gB, m, wp, omega);
i_ = I(z, ap2_0(I_0,Q_0), at2_0(I_0,Q_0), phi2_0, gB, m, wp, omega);
q_ = Q(z, ap2_0(I_0,Q_0), at2_0(I_0,Q_0), phi2_0, gB, m, wp, omega);
u_ = U(z, r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega);
v_ = V(z ,r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega);
sq_ = sqrt( U(z, r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega)*U(z, r_apat_0(U_0),
    i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega)
    +V(z ,r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega)*V(z ,r_apat_0(U_0),
        i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega) );
// pour eviter de calculer plusieurs fois strictement la meme chose.

out1 << '\t' << P_;
out1 << '\t' << i_;
out1 << '\t' << q_;
out1 << '\t' << u_;
out1 << '\t' << v_;

```

```

out1 << '\t' << sq_ << '\n' << flush;

out2 << '\t' << P_/i_;
out2 << '\t' << i_;
out2 << '\t' << q_/i_;
out2 << '\t' << u_/i_;
out2 << '\t' << v_/i_;
out2 << '\t' << sq_/i_ << '\n' << flush;
// ceci (out2) reproduit ce qu'il y a dans l'article.

lw = lw+pas;
omega=exp(lw);
}
out1.close();
out2.close();
info1.open(".\\out1\\info.txt");
info1 << "Dans ce dossier, les valeurs calculees n'ont pas ete divisees par l'
intensite." << '\n';
info1 << "Il s'agit donc de P_{tot}, I, Q, U, V et racine(U^2+V^2)" << "\n\n";
info1 << "Les parametres que nous gardons fixes sont :" << "\n\t";
info1 << "m = " << m /1.5637E29 << " eV\n\t" << "omega_p = " << wp /1.5637E29 <<
" eV\n\t" << "la taille du champ magnetique, z = " << z << " Mpc\n\t" << "gB
= " << gB << " Mpc^-1" ;
info1.close();
info2.open(".\\out2\\info.txt");
info2 << "Dans ce dossier, les valeurs calculees ont ete divisees par l'intensite
. Ceci reproduit ce qu'il y a dans l'article." << '\n';
info2 << "Il s'agit donc de P_{tot}/I, I, Q/I, U/I, V/I et racine(U^2+V^2)/I." <<
"\n\n";
info2 << "Les parametres que nous gardons fixes sont :" << "\n\t";
info2 << "m = " << m /1.5637E29 << " eV\n\t" << "omega_p = " << wp /1.5637E29 <<
" eV\n\t" << "la taille du champ magnetique, z = " << z << " Mpc\n\t" << "gB
= " << gB << " Mpc^-1" ;
info2.close();

//////////////////////////////// et en fct de z //////////////////////////////////

ofstream outz;
ofstream infoz;

mkdir(".\\outz" );
outz.open(".\\outz\\out.txt");

// En sortant ce qu'il y a ci-dessous, on sort la valeur de z, en Mpc.

double lambda = 5E-7; // longueur d'onde qu'observent Hutsemekers et al.
//double lambda = 2.7E-9; //petit test!
omega = (2*PI*2.99792458E8)/(lambda*9.71562E-15);

```

```

pas = 0.0001;
// prendre un pas de 0.0001 pour avoir un echantillonnage suffisant (dans le cas
// lambda = 5E-7, en tout cas). confirme par un pas de 0.00001.
// oscillation constamment jusqu'a 50Mpc (max teste).
z=0.;

while(z<=10){
    outz << z;

    P_ = P(z, ap2_0(I_0,Q_0), at2_0(I_0,Q_0), r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), phi2_0,
        gB, m, wp, omega);
    i_ = I(z, ap2_0(I_0,Q_0), at2_0(I_0,Q_0), phi2_0, gB, m, wp, omega);
    q_ = Q(z, ap2_0(I_0,Q_0), at2_0(I_0,Q_0), phi2_0, gB, m, wp, omega);
    u_ = U(z, r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega);
    v_ = V(z ,r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega);
    sq_ = sqrt( U(z, r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega)*U(z, r_apat_0(U_0),
        i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega)
        +V(z ,r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega)*V(z ,r_apat_0(U_0),
        i_apat_0(V_0), gB,m,wp,omega) );

    outz << '\t' << P_;
    outz << '\t' << i_;
    outz << '\t' << q_;
    outz << '\t' << u_;
    outz<< '\t' << v_;
    outz << '\t' << sq_ <<'\n' << flush;

    z = z + pas;
}
outz.close();
infoz.open("..\outz\\info.txt");
infoz << "Dans ce dossier, les valeurs calculees n'ont pas ete divisees par l'
    intensite." <<'\n';
infoz << "Il s'agit donc de P_{tot}, I, Q, U, V et racine(U^2+V^2)" << "\n\n";
infoz << "Les parametres que nous gardons fixes sont :" << "\n\t";
infoz << "m = " << m /1.5637E29 << " eV\n\t" << "omega_p = " << wp /1.5637E29 <<
    " eV\n\t" << "lambda = " << lambda << " nm\n\t" << "gB = " << gB << " Mpc^-1"
    ;
infoz.close();
}

```

B.3 Exploration de l'espace des paramètres

```

// Payez Alexandre
// params2.cpp
// derniere version : 07/05/07

```

```

// Programme base sur polarization2.cpp et qui permet d'obtenir les parametres
// compatibles avec une certaine exigence a preciser (comme la restriction de la
// polarisation obtenue a un certain intervalle).

// Project/Add to Project/pol2.h & pol2.cpp !

#include "pol2.h"
#include<iostream.h>
#include<math.h>
#include<iomanip.h>
#include<fstream.h>
#include<direct.h>

void main(){
// Rmq : nous allons travailler en Mpc et derives.
// 1 Mpc = 1,5637E+38 GeV^-1 (= 1,5637E+29 eV^-1)
// 1 GeV = 1,5637E38 Mpc^-1

double lambda = 5E-7; // longueur d'onde en nm qu'observent Hutsemekers et al.
double omega;
omega = (2*PI*2.99792458E8)/(lambda*9.71562E-15);
double wp = 5.7E15; // Mpc^-1 valeur de omega p dans un super amas cad 3.7E-23GeV (=
3.7E-14eV)
double z = 10.; // distance de propagation des paquets en Mpc
double B = 4.7763E49;
// Il y a une erreur de racine de 4 pi pour le champ magnetique pour tous les graphiques
// de l'article. Ceci est la bonne conversion.
// double B = 1.68E50/(sqrt(4*3.141592654)); // ~4.7763E49 valeur typique du champ
// magnetique en Mpc^-2 (0.1 microGauss)
// double g = (2E-12)/1.5637E38; // valeur de la constante de couplage en Mpc

// Les parametres "mobiles"
double m; // Mpc^-1
double gB; // B restera fixe, en fait (mais les equations font intervenir gB).

// Conditions initiales :

//Cas 1, article : pas de polarisation initiale
double I_0 = 2.;
double Q_0 = 0. * I_0;
double U_0 = 0.* I_0;
double V_0 = 0.* I_0;
double phi2_0 = 0.;
/*
//Cas 2, article : lumiere initialement polarisee
double I_0 = 2.;

```



```

double Q_0 = 0. * I_0;
double U_0 = 0.4 * I_0;
double V_0 = 0.1 * I_0;
double phi2_0 = 0.;
*/

////////// Programme //////////

ofstream out;
ofstream small;
ofstream big;
ofstream info;

mkdir(".\\out" );
out.open(".\\out\\out.txt");
small.open(".\\out\\toosmall.txt");
big.open(".\\out\\toobig.txt");

info.open(".\\out\\info.txt");
    info << "Nous regardons quelle polarisation nous pouvons obtenir etant donne des
           conditions initiales et un ensemble de valeurs permises pour les parametres
           m_a et g." << "\n\n";
    info << "Les autres parametres, que nous gardons fixes, sont :" << "\n\t";
    info << "lambda = " << lambda << " nm\n\t" << "omega_p = " << wp /1.5637E29 << "
           eV\n\t" << "la taille du champ magnetique, z = " << z << " Mpc\n\t" << "B = "
           << B/4.7763E50 << " microGauss\n\n";
    info << "Pour m_a, g et les CI, voir le fichier .cpp.\n Il s'agit ici des CI du
           Cas1 de S.Das(2)" << flush;
info.close();

double pasi = (5.7E16)*(5.7E16)/4000.;
double pasj = 60. /500.;
double p_,i_;

// si la polarisation convient, il l'ecrit dans un fichier.
for(int i =0; i<=4000; i++){
    for(int j=0; j<=500; j++){

        m = 5.7E13 + i*pasi;
        gB = (1E-12)/1.5637E38*B + j*pasj;

        i_ = I(z, ap2_0(I_0,Q_0), at2_0(I_0,Q_0), phi2_0, gB, m, wp, omega);
        p_ = P_lin(z, ap2_0(I_0,Q_0), at2_0(I_0,Q_0), r_apat_0(U_0), i_apat_0(V_0),
                 phi2_0, gB, m, wp, omega)/i_;
        // c'est bien le degre de polarisation LINEAIRE (!)

        // je fais le test sur la polarisation lineaire normalisee (observee par D.
           Hutsemekers).
        if(p_ >= 0.005 && p_ <= 0.02){

```

```

        out << m /1.5637E29 <<'\t' ; // ce qui nous interesse dans ce cas : m
            axion (en eV)
        out << gB /B*1.5637E38 << '\t'; // ce qui nous interesse dans ce cas : g
            axion photon en GeV^-1
        out << p_ <<'\n' ; // pour info
        // out << i_ <<'\n' ; // pour info (nb : alors, changer le '\n' en '\t' pour
            gB)
    }

// donnees accessoires :
// pour avoir l'information si p_ est trop petit :
else if(p_ < 0.005){
    small << m /1.5637E29 <<'\t' ; // ce qui nous interesse dans ce cas : m
        axion (en eV)
    small << gB /B*1.5637E38 <<'\n' ; // ce qui nous interesse dans ce cas : g
        axion photon en GeV^-1
    // small << p_ <<'\t' ; // pour info
    // small << i_ <<'\n' ; // pour info (nb : alors, changer le '\n' en '\t'
        pour gB)
}
// pour avoir l'information si p_ est trop grand :
else if(p_ > 0.02){
    big << m /1.5637E29 <<'\t' ; // ce qui nous interesse dans ce cas : m
        axion (en eV)
    big << gB /B*1.5637E38 <<'\t' ; // ce qui nous interesse dans ce cas : g
        axion photon en GeV^-1
    big << p_ <<'\n' ; // pour info
    // big << i_ <<'\n' ; // pour info (NB : alors, changer le '\n' en '\t' ci-
        dessus)
}
}
}

out.close();
small.close();
big.close();

}

```

Bibliographie

- [1] JACKSON J.D., *Électrodynamique classique*, 3^e édition (Dunod, 2001).
- [2] HUTSEMÉKERS D., *Evidence for very large-scale coherent orientations of quasar polarization vectors*, A&A **332** (1998) 410.
- [3] HUTSEMÉKERS D., LAMY H., *Confirmation of the existence of coherent orientations of quasar polarization vectors on cosmological scales*, A&A **367** (2001) 381.
- [4] SLUSE D. et coll., *New optical polarization measurements of quasi-stellar objects - The data*, A&A **433** (2005) 757.
- [5] HUTSEMÉKERS D. et coll., *Mapping extreme-scale alignments of quasar polarization vectors*, A&A **441** (2005) 915.
- [6] SCHNEIDER P., *Extragalactic astronomy and cosmology : an introduction* (Springer, 2006).
- [7] COMBES F. et coll., *Galaxies et cosmologie* (InterEdition/Editions du CNRS, 1991).
- [8] Communication privée, D. Hutsemékers.
- [9] LAMY H., *Thèse de doctorat : Contribution à l'étude de la polarisation des quasars de type BAL* (Université de Liège, 2003).
- [10] DI SEREGO ALIGHIERI S., *Instrumentation for Large Telescopes* (Cambridge University Press, 1998).
- [11] LION Y., *Optique physique*, cours de 2^e candidature Sc. Phys. (Université de Liège, 2004).
- [12] VÉRON-CETTY M.P., VÉRON P., *A catalogue of quasars and active nuclei : 10th edition*, A&A **374** (2001) 92.
<http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/374/92>
- [13] JAIN P. et coll., *Large-scale alignment of optical polarizations from distant QSOs using coordinate-invariant statistics*, Mon. Not. R. Astron. Soc. **347** (2004) 394.
- [14] LI L.X., *Effect of the global rotation of the Universe on the formation of galaxies*, Gen. Relativ. Gravit. **30** (1998) 497.
- [15] RAFFELT G.G., *Axions — Motivation, limits and searches* (2006) [arXiv:hep-ph/0611118].
- [16] SIKIVIE P., *Axions 05* (2005) [arXiv:hep-ph/0509198].
- [17] Voir par exemple : MASSÓ E., *Axions and their relatives* (2006) [arXiv:hep-ph/0607215].
- [18] PRIMAKOFF H., *Photo-production of neutral mesons in nuclear electric fields and the mean life of the neutral meson* Phys. Rev. **81** (1951) 899.

- [19] CSÁKI C. et coll., *Dimming supernovae without cosmic acceleration*, Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 161302.
- [20] KONSTANTIN Z., *Let there be axions*, CERN Courier July/August (2006) 19.
- [21] MIRIZZI A. et coll., *Photon-axion conversion as a mechanism for supernova dimming : limits from CMB spectral distortion*, Phys. Review D **72** (2005) 023501.
- [22] RINGWALD A., *Séminaire : Particle interpretations of the PVLAS data - axion-like or micro-charged particles ?*, Université Libre de Bruxelles (8 février 2007).
<http://www.desy.de/~ringwald/axions/talks/brussels.pdf>
- [23] PESKIN M.E., SHROEDER D.V., *An introduction to quantum field theory* (Addison-Wesley, 1996) chapitre 19.
- [24] LORCÉ C., *Mémoire de licence : Brisures de symétrie et génération de masse* (Université de Liège, 2003).
http://www.theo.phys.ulg.ac.be/PTF/THESES_files/lorce/UGthesis.html
- [25] STANCU F., *Group Theory in subnuclear physics* (Oxford Science Publications, 1996) page 401.
- [26] MANDL F., SHAW G., *Quantum field theory* (Wiley, 1984) chapitre 13.
- [27] 'T HOOFT G., *Symmetry breaking through Bell-Jackiw anomalies*, Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 8.
- [28] JACKIW R., REBBI C., *Vacuum periodicity in a Yang-Mills quantum theory*, Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 172.
- [29] KIM J.E., *Light pseudoscalars, particle physics and cosmology*, Phys. Rep. **150** (1987) 1-177.
- [30] PECCEI R.D., *The strong CP problem and axions* (2006) [arXiv:hep-ph/0607268].
- [31] PECCEI R.D., QUINN H.R., *CP conservation in the presence of pseudoparticles*, Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 1440.
- [32] SIKIVIE P., *The pooltable analogy to axion physics* (1995) [arXiv:hep-ph/9506229].
- [33] WEINBERG S., *A new light boson ?*, Phys. Rev. Lett. **40** (1978) 223.
- [34] WILCZEK F., *Problem of strong P and T invariance in the presence of instantons*, Phys. Rev. Lett. **40** (1978) 279.
- [35] QUINN H., *CP symmetry breaking, or the lack of it, in the strong interactions*, SLAC-PUB-10698 (2004).
- [36] DINE M., *TASI Lectures on the strong CP problem*, (2000) [arXiv:hep-ph/0011376].
- [37] ZAVATTINI E. et coll., (Collaboration PVLAS), *Experimental observation of optical rotation generated in vacuum by a magnetic field*, Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 110406.
- [38] LAMOREAUX S., *The first axion ?*, Nature **441** (2006) 31.
- [39] FERRER-RIBAS E., *Présentation : Les expériences à la recherche des axions* (2006).
http://www-dapnia.cea.fr/Phoceia/file.php?class=std&file=Seminaires/1349/t1349_2.pdf
- [40] SIKIVIE P., *Experimental tests of the "invisible" axion*, Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 16.
- [41] ZIOUTAS K. et coll., (Collaboration CAST), *First results from the CERN Axion Solar Telescope*, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 121301.

- [42] RINGWALD A., *Axion interpretation of the PVLAS data ?*, J. Phys. Conf. Ser. **39** (2006) 197.
- [43] ASZTALOS S.J. et coll., (Collaboration ADMX), *An improved RF cavity search for halo axions*, Phys. Rev. D **69** (2004) 011101.
- [44] CANTATORE G., *Présentation : PVLAS results on laser production of axion-like dark matter candidate particles* (2004).
http://www.shef.ac.uk/physics/idm2004/talks/friday/pdfs/cantatore_giovanni.pdf
- [45] ZAVATTINI E. et coll., *PVLAS : Probing vacuum with polarized light* (2005) [arXiv:hep-ex/0512022].
- [46] KIM J.E., Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 103.
SHIFMAN M.A, VAINSTEIN V.I. et ZAKHAROV V.I., Nucl. Phys. B **166** (1980) 4933.
(donné à titre informatif)
- [47] DINE M., FISCHLER W., SREDNICKI M., Phys. Lett. B **104** (1984) 199.
ZHITNITSKY A.R, Sov. J. Nucl. Phys. **31** (1980) 260.
(donné à titre informatif)
- [48] TITO MENDONÇA J. et coll., *Higher harmonics in non-linear vacuum from QED effects without low mass intermediate particles*, Phys. Rev. Lett. **97** (2006) 100403.
- [49] ADLER S.L., *Comment on "Higher harmonics in non-linear vacuum from QED effects without low mass intermediate particles"*, Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 088901.
- [50] DAS S. et coll., *Probing light pseudoscalars with light - Propagation, resonance and spontaneous polarization*, JCAP **0506** (2005) 002 [arXiv:hep-ph/0408198].
- [51] RAFFELT G., STODOLSKY L., *Mixing of the photon with low-mass particles*, Phys. Rev. D **37** (1988) 1237.
- [52] REITZ J.R. et coll., *Foundations of electromagnetic theory*, 3^e édition (Addison-Wesley, 1980) page 18.
- [53] Voir par exemple :
JAIN P. et coll., *Electromagnetic polarization effects due to axion-photon mixing*, Phys. Rev. D **66** (2002) 085007.
SONG Y.-S., HU W., *Constraints on supernovae dimming from photo-pseudo scalar coupling* Phys. Rev. D **73** (2006) 023003.
- [54] CARLSON E.D., GARRETSON W.D., *Photon to pseudoscalar conversion in the interstellar medium*, Phys. Lett. B **336** (1994) 431.
- [55] VALLÉE J.P., *Cosmic magnetic fields – as observed in the Universe, in galactic dynamos, and in the Milky Way*, New Astron. Rev. **48** (2004) 763.
- [56] KRONBERG P.P., *Extragalactic magnetic fields*, Rep. Prog. Phys. **57** (1994) 325.
- [57] GNEDIN Y.N. et coll., *PVLAS experiment : some astrophysical consequences*, Mon. Not. R. Astron. Soc. **374** (2006) 276.

Table des matières

Système d'unités et notations	1
Introduction	3
1 Polarisation des quasars et effet d'alignement	5
1.1 Quasi-stellar radio sources (Quasars)	5
1.2 Description de l'effet Hutsemékers	7
1.3 Obtention et traitement des données	9
1.3.1 Paramètres de Stokes	9
1.3.2 Mesures de polarisation	11
1.4 Statistiques appliquées à l'échantillon	14
1.5 La recherche d'un coupable	18
2 Les axions et leur famille	20
2.1 Présentation de certaines propriétés des axions	20
2.2 Origine de l'axion en théorie quantique des champs	23
2.3 Mise en évidence expérimentale	35
3 Champ d'axions et polarisation de la lumière	40
3.1 Mise en équation du problème	41
3.1.1 Équations de mouvement	41
3.1.2 Mélange de la lumière avec les pseudoscalaires	43
3.2 Programmes en C++	49
3.3 Apparition spontanée de polarisation	50
3.3.1 Lumière initialement non-polarisée	52
3.3.2 Lumière initialement polarisée	56
3.4 Exploration de l'espace de paramètres	59
Conclusion	65
A Lettre de P. Jain	68

B Source des programmes en C++	70
B.1 Définitions des différentes fonctions	70
B.2 Apparition spontanée de polarisation	73
B.3 Exploration de l'espace des paramètres	77
Bibliographie	81