A quelques jours du dépôt, j'éprouve encore parfois le besoin de prendre en main la centaine de feuillets imprimés que comporte ma thèse, de les contempler, de les soupeser et d'en égaliser les tranches. Sans doute ai-je besoin de me confronter à la matérialité de ces pages pour me convaincre tout à fait d'être parvenu au bout de ces années d'efforts. Le chemin qui m'a mené jusqu'ici fut long et nul doute que je n'en aurais jamais vu le bout sans l'aide et le soutien des personnes que je vais à présent mentionner.

Mes remerciements les plus sincères vont d'abord tout naturellement à Joseph Cugnon, dont la patience et la disponibilité n'ont jamais fait défaut au cours de ces années, et à Jean-Pierre Jeukenne, dont la confiance m'a permis d'entreprendre ce travail. Ils vont ensuite à tous mes collègues, présents et passés, du service de Physique Théorique et tout particulièrement à Daniel et Jean-René, pour avoir été un recours fiable et constant lorsque l'envie prenait aux machines de me rappeler leur faillibilité, comme ce fut encore le cas trois semaines avant le dépôt de ce manuscrit. Je remercie également Thierry et Bruno pour les discussions que nous avons pu avoir à propos du modèle de cascade intranucléaire au cours des années, mais aussi Isabelle et Michel pour celles (objectivement plus nombreuses) que nous avons pu avoir à propos de tout autre chose. Je voudrais aussi remercier particulièrement les chercheurs du CEA-Saclay pour leur hospitalité pendant les brefs séjours que j'y ai effectués.

Je remercie également tous mes amis qui ont parfois dû supporter durant ces années mes sautes d'humeur, mes périodes de doute ou de découragement, au premier rang desquels Annick, Duy, Pascal, Pierre-Antoine, Gilles et Michel. Enfin, je remercie évidemment mes parents pour leur soutien et la possibilité qu'ils m'ont donnée de mener à bien cette aventure de longue haleine.

Pour terminer, que les absents de cette liste veuillent bien m'excuser de l'être.

Table des matières

Chapitre 1

Introduction

On peut définir la réaction de spallation comme l'ensemble des processus d'interaction de hadrons ou de noyaux légers avec des noyaux cibles conduisant à l'émission importante d'éjectiles (n, p, d, t, α, π,...). Traditionnellement, on réserve cette appellation au domaine des énergies incidentes compris entre environ 100 MeV (valeur en-dessous de laquelle les multiplicités deviennent faibles) à quelques GeV par nucléon, bien que du point de vue de la production de particules, rien ne soit qualitativement très différent à plus haute énergie. Par extension, les termes “réactions de spallation”, “phénomènes de spallation” ou tout simplement “spallation” désignent aussi l'émission importante de particules légères lors de l'interaction d'un faisceau de particules légères avec une cible macroscopique.

Le nombre élevé de particules, et en particulier de neutrons, pouvant être émises lors d'une telle réaction (jusqu'à une cinquantaine) en a fait depuis quelques années un objet d'études privilégié. En effet, le contexte politique européen est depuis quelques années défavorable à l'énergie nucléaire, et ce malgré les contraintes du Protocole de Kyoto sur la limitation des émissions de gaz à effet de serre et l'évolution globale de la demande en énergie dans le monde [1, 2, 3]. Nous renvoyons le lecteur à la référence [4] pour une présentation synthétique et quantitative de ces questions. Plusieurs pays européens ont ainsi pris la décision de renoncer à l'énergie nucléaire (la Belgique et l'Allemagne notamment). Cette défiance (peut-être provisoire) envers l'énergie nucléaire provient de la crainte que cette dernière inspire aux peuples européens. Cette crainte a deux origines principales : la peur d'un accident majeur dans une centrale nucléaire (le spectre de Tchernobyl est encore bien présent dans les esprits) et le problème posé par les déchets radioactifs, surtout ceux à longue durée de vie, que l'on est pour l'instant obligé de confiner dans des zones de stockage dont l'étanchéité à long terme ne peut être garantie à 100%.

Dans ce contexte, de nombreuses recherches sont en cours pour améliorer la sécurité des réacteurs et pour permettre un retraitement des déchets, notamment via la transmutation d'isotopes à longue durée de vie en isotopes à durée de vie plus courte. Pour répondre à ces deux défis, de grands espoirs ont été placés dans ce que l'on appelle les systèmes hybrides ou ADS (**A**ccelerator-**D**riven **S**ystems), c'est-à-dire l'assemblage d'un réacteur sous-critique et d'une source de spallation[5, 6].

Un réacteur est dit sous-critique lorsque son coefficient de criticité k est inférieur à 1, ce qui signifie que la production de neutrons en son sein est insuffisante pour entretenir la réaction en chaîne (voir par exemple [7] ou [109]). Il s'éteint donc spontanément si rien n'est fait pour le maintenir en fonctionnement. Une solution possible est de le coupler avec une source de spallation. Ces sources prennent la forme de blocs de matériau lourd placés au cœur du réacteur et bombardés par un faisceau de projectiles légers (des protons le plus souvent). Les réactions de spallation qui s'y produisent génèrent des neutrons, qui permettent d'alimenter le réacteur. Ces systèmes hybrides présentent des avantages appréciables qui justifient les études de faisabilité en cours un peu partout dans le monde[7, 9].

- Le plus évident est une sécurité accrue. Le fonctionnement d'un réacteur sous-critique peut être interrompu à tout moment simplement en stoppant l'approvisionnement en neutrons par la source de spallation, rendant tout emballement de la réaction impossible, alors que les systèmes de pilotage de la réaction par des barres de contrôle dans un réacteur critique présentent toujours le risque de ne pas fonctionner.
- La réaction peut par ailleurs être pilotée avec beaucoup plus de souplesse que pour un réacteur classique en régulant l'intensité du flux de protons incidents sur la cible.
- La plus grande stabilité des réacteurs sous-critiques permet l'utilisation d'un grand choix de combustibles.
- Les réacteurs sous-critiques semblent particulièrement adaptés pour effectuer la transmutation des déchets radioactifs transuraniens à longue durée de vie en déchets à courte durée de vie [3, 8].

L'idée d'utiliser des systèmes hybrides pour la production à grande échelle d'énergie nucléaire a un temps été envisagée mais semble avoir perdu ces dernières années une partie de son attrait pour des raisons essentiellement économiques. En revanche, l'utilisation des systèmes hybrides pour la transmutation des déchets est plus que jamais à l'étude. La mise en service de tels systèmes pourrait donc être à même de réconcilier, au moins partiellement, les opinions publiques européennes avec le principe de l'énergie nucléaire.

A l'heure actuelle, aucun système de ce type n'est construit mais des projets existent un peu partout dans le monde. Le plus avancé en Europe est sans doute le projet MYRRHA (**M**ulti-purpose h**Y**brid **R**esearch **R**eactor for **H**igh-tech **A**pplications) développé au SCK-CEN de Mol, en Belgique [10, 11].

Parallèlement, l'Union Européenne a mis sur pied et financé un programme d'étude de faisabilité (dans le cadre du cinquième Programme-Cadre). Une partie de ce programme est consacrée aux données nucléaires : le projet HINDAS (**H**igh and **I**ntermediate energy **N**uclear **D**ata for **A**ccelerator-**D**riven **S**ystems), qui fut actif entre 2000 et 2004 [12]. Il se fonde sur deux piliers d'égale importance :

1. Une importante campagne expérimentale concertée à travers l'Europe pour créer un corpus de données précises et fiables sur les réactions de spallation pour un éventail représentatif de cibles, de projectiles et d'énergies incidentes (supérieures à 20 MeV).
2. La mise au point d'outils numériques permettant la simulation des réactions de spallation et notamment le calcul des spectres d'émission et des multiplicités en protons, neutrons, pions et composites légers.

Pour ce dernier point, on utilise souvent des codes de calculs ad hoc basés sur des modèles physiques généraux et nécessitant l'ajustement de nombreux paramètres, souvent au détriment de la simplicité et de la lisibilité. Les valeurs de ces paramètres sont raffinées en permanence par comparaison des résultats obtenus avec les données expérimentales disponibles. Dans cette catégorie rentre par exemple le code TALYS [106] utilisé pour les énergies inférieures à 200 MeV dans le cadre du projet HINDAS.

Au-dessus de 200 MeV, il fut décidé dans le cadre de ce même projet d'utiliser comme principal outil de simulation le modèle de cascade intranucléaire de Liège INCL (**I**ntra**N**uclear **C**ascade of **L**iège), couplé à la routine d'évaporation ABLA [58]. INCL est un modèle simple dans sa conception et qui permet d'obtenir de très bons résultats à haute énergie sans recourir à des ajustements de paramètres. Les versions INCL3 et INCL4 de ce modèle furent ainsi développées dans le cadre du projet HINDAS par une collaboration entre le Service de Physique Théorique Fondamentale de l'Université de Liège et le DAPNIA du CEA-Saclay. Elles constituent l'objet principal de notre travail.

La thèse dont ce texte rend compte est intitulée "Extensions du modèle de cascade intranucléaire pour les réactions de spallation". On peut diviser ces extensions en deux grandes catégories. La première est consacrée aux basses énergies, pour lesquelles la validité du modèle a été étudiée. Par sa nature même, cette étude se situe en-dehors du cadre du projet HINDAS stricto sensu. La seconde est consacrée à l'extension du modèle au cas des deutons incidents, pour lequel nous allons principalement discuter l'implémentation de la dissociation coulombienne. Cette étude fait, quant à elle, partie intégrante du projet HINDAS.

Commençons par évoquer le premier de ces deux points. Nous venons de voir que le projet HINDAS utilise deux outils de simulation très différents dans leur conception pour traiter le cas des énergies inférieures et supérieures à 200 MeV. Il a longtemps été considéré comme acquis par la communauté scientifique que le déroulement de la réaction nucléon-noyau était fondamentalement différent à basse et à haute énergie. Les modèles employés pour décrire ces réactions reflétaient d'ailleurs cette conviction. Les modèles d'exciton et leurs dérivés étaient utilisés pour les énergies intermédiaires et basses (moins de 150 MeV environ) tandis que les modèles dits "de haute énergie" (basés en général sur le modèle de Glauber et l'étude des collisions nucléon-nucléon au sein du noyau) étaient réservés aux énergies supérieures. Nous reviendrons sur ces différents modèles et les hypothèses qui les sous-tendent au chapitre 2.

Les modèles de cascade intranucléaire font partie de ces modèles "de haute énergie" et sont essentiellement des modèles de diffusion multiple. Ils se basent sur des hypothèses qui ne sont a priori rigoureusement vérifiées que pour des énergies incidentes supérieures à 250 MeV environ. Une bonne part de notre exposé s'intéressera au fonctionnement du modèle INCL à basse énergie, soit pour une gamme d'énergie où ces hypothèses ne sont a priori plus valables. Ce parti-pris peut surprendre car il va, ou en tout cas allait au début de cette thèse, à l'encontre d'une idée reçue profondément ancrée dans l'esprit de la plupart des physiciens nucléaires. Pourtant, il existe des raisons objectives qui nous poussent à étudier l'extension du modèle de cascade intranucléaire pour les faibles énergies incidentes. Citons notamment :

– l'évolution des spectres d'émission expérimentaux entre 50 MeV et 3 GeV est assez lente. A titre indicatif, nous reproduisons à la page 57 quelques spectres expérimentaux d'émission de neutrons obtenus pour la réaction $p+^{208}Pb$ à des énergies variant entre 62.9 MeV et 3 GeV (représentés par des cercles noirs sur les figures). Les angles pour lesquels nous disposons de données varient selon les expériences et les comparaisons sont donc surtout qualitatives. Ne perdant pas de vue le passage d'une échelle linéaire à une échelle logarithmique lorsque l'énergie incidente augmente, nous remarquons que l'allure générale des sections efficaces reste relativement inchangée. La partie basse énergie des spectres (de 0 à 15 MeV environ) est isotrope et présente une décroissance rapide. Elle correspond au pic d'évaporation. Pour les neutrons de plus haute énergie, la décroissance est plus lente et régulière, à l'exception d'une légère remontée pour les angles les plus faibles correspondant aux pics quasi-élastique ou quasi-inélastique. Certes, des évolutions se font jour lorsque l'énergie incidente diminue. Ainsi, les émissions vers l'avant deviennent proportionnellement moins nombreuses tandis que le pic quasi-inélastique s'atténue et disparaît même totalement lorsque les canaux inélastiques se ferment. Pourtant, nous n'observons pas, lorsque l'énergie diminue, une modification en profondeur de l'allure des spectres d'émission qui rendrait indispensable l'hypothèse d'un changement fondamental des processus de réaction à basse énergie.

- l'évolution des sections efficaces totales de réaction nucléon-noyau présente également une étonnante continuité lorsque l'énergie incidente diminue (voir annexe D). L'augmentation observée en-dessous de 150 MeV peut s'expliquer par l'augmentation correspondante des sections efficaces nucléon-nucléon ou par l'étalement de la fonction d'onde du projectile incident, sans qu'il soit a priori nécessaire d'envisager des processus de réaction fondamentalement différents.
- Bertini a évoqué ces questions dès 1974 en testant son modèle de cascade sur quelques réactions à basse énergie. Il a à cette occasion émis l'hypothèse que le modèle de cascade intranucléaire pourrait sans doute être utilisé pour des énergies incidentes inférieures à 200 MeV [70]. Il est néanmoins resté très prudent dans ses affirmations.

Partant de ces considérations, nous avons décidé qu'une analyse approfondie du comportement du modèle INCL à basse énergie s'imposait. Nous avons donc entrepris une étude systématique de cette question en nous basant sur un grand nombre de réactions, incluant une grande variété de cibles (de ^{12}C à ^{237}U) et une gamme étendue d'énergies incidentes (de 15 à 400 MeV). Bien qu'il existe évidemment une limite inférieure en énergie en-dessous de laquelle l'apparition d'effets quantiques est inévitable, nous allons montrer au chapitre 4 que le modèle de cascade fournit des résultats satisfaisants pour des énergies incidentes nettement inférieures au seuil théorique communément admis pour sa validité.

Pour tenter d'améliorer l'accord observé à basse énergie, nous avons envisagé différentes modifications du modèle INCL. Une des grandes qualités de ce dernier est de permettre, malgré sa simplicité et l'absence de paramètres d'ajustement, de simuler de manière satisfaisante un grand nombre de réactions. Pour conserver ce caractère général et cette simplicité, nous avons choisi d'éviter autant que possible d'introduire de l'arbitraire dans le modèle, par exemple en refusant d'y ajouter de nouveaux paramètres ajustables. Nous avons préféré nous concentrer sur les aspects physiques se manifestant essentiellement à basse énergie et qui pouvaient donc être naturellement négligés dans les études à haut énergie effectuées précédemment. Seuls de tels phénomènes peuvent en effet être introduits dans le modèle INCL sans remettre en cause son efficacité reconnue dans le domaine des hautes énergies. Les modifications que nous avons envisagées au cours de ce travail sont donc avant tout guidées par l'envie d'améliorer la description physique contenue dans le modèle et, si nous nous sommes évidemment parfois laissé guider par ce que la comparaison avec les données expérimentales nous enseignait, nous n'avons envisagé que des modifications qui nous apparaissent comme compatibles avec les fondements du modèle de cascade intranucléaire de Liège.

En nous fixant cette contrainte, nous nous condamnons sans doute à ne pas toujours pouvoir reproduire les données expérimentales aussi efficacement que des codes de calculs du type TALYS. En revanche, nous allons montrer que le code INCL, moyennant quelques modifications de bon sens, permet d'obtenir pour un grand nombre de réactions des résultats raisonnables qui sont souvent du même ordre de précision (et même parfois meilleurs) que ceux obtenus avec des modèles construits explicitement pour traiter les réactions à basse énergie. Nous en déduirons que les réactions de basse énergie peuvent également être décrites de manière satisfaisante en termes de diffusion multiple.

La plupart des modifications du modèle INCL que nous avons envisagées tournent autour d'un point crucial à basse énergie (mais de peu de conséquence aux énergies pour lesquelles le modèle a été initialement conçu) : les contraintes imposées à la cascade de collisions par le principe d'exclusion de Pauli dans le noyau. Ce choix est dicté par deux arguments principaux. L'un est pragmatique : les résultats obtenus à basse énergie sont particulièrement sensibles aux modifications apportées sur ce point. L'autre est plus théorique : nous avons constaté que l'implémentation standard du blocage de Pauli dans le modèle introduisait un biais systématique à basse énergie en autorisant un grand nombre de collisions indues pouvant mener à une surpopulation de la mer de Fermi. Après une analyse des implémentations existantes du principe de Pauli, nous décrivons donc plusieurs implémentations alternatives et présentons les résultats obtenus avec chacune d'entre elles.

Notre travail a été réalisé en deux temps. L'étude de la version INCL3 du code est présentée au chapitre 4. Cette version était, en 1999, la version standard et c'est donc tout naturellement que nous l'avons, dans un premier temps, utilisée. Néanmoins, la version INCL4 ayant été entre-temps finalisée, nous présentons les résultats obtenus avec cette dernière au chapitre 6. Nous y montrons que les différences obtenues à basse énergie entre les deux codes sont relativement faibles (avec quelques nuances que nous explicitons). De plus, les variations observées dans les résultats obtenus à l'aide des versions INCL3 et INCL4 suite à des modifications analogues du modèle devraient a priori être similaires. En conséquence, nous n'avons pas effectué une nouvelle étude complète du principe d'exclusion de Pauli dans INCL4, préférant utiliser directement les enseignements tirés de l'étude effectuée sur le modèle INCL3 pour en créer une nouvelle implémentation dans INCL4.

Nous avons également étudié le problème posé par la réfraction des éjectiles et des projectiles incidents par la surface du noyau. De nouveau, ce phénomène pouvait a priori être négligé aux hautes énergies (pour lesquelles les déviations induites par une variation de l'énergie potentielle de 45 MeV environ sont faibles) mais devient de plus en plus important au fur et à mesure que l'énergie du projectile incident (et par conséquent l'énergie moyenne des éjectiles) diminue. Nous verrons au chapitre 5 que l'implémentation de la réfraction est rendue particulièrement délicate par la manière dont le noyau est modélisé.

Notre travail s'est principalement focalisé sur les réactions en-dessous de 150 MeV. Nous avons néanmoins décidé de consacrer le chapitre 7 aux énergies intermédiaires (entre 150 et 500 MeV environ). Nous y comparons les prédictions du modèle INCL avec des données obtenues récemment à 190 MeV d'une part, et à 300 et 392 MeV d'autre part. Ces deux séries d'expériences sont ainsi mises en exergue parce qu'elles se situent dans une région où les données expérimentales sont rares et parce qu'elles permettent de se faire une idée plus précise de l'évolution de la validité du modèle en fonction de l'énergie incidente. De plus, l'une d'entre elles (celle à 190 MeV) fut réalisée dans le cadre du projet HINDAS et propose un type de données tout à fait inédit : des distributions de multiplicité en neutrons, qui forment un test plus contraignant pour le modèle que les multiplicités moyennes dont on dispose le plus souvent. Des collaborations directes ont été initiées entre l'Université de Liège et les auteurs de ces mesures. L'une a débouché sur la publication d'un article [119], l'autre n'a malheureusement pas pu être menée à son terme. Nous présenterons néanmoins les résultats dont nous disposons pour cette dernière.

La deuxième grande catégorie d'extensions qu'évoque le titre de cette thèse a trait au cas des réactions $deuton + noyau$. Nous nous intéressons particulièrement au problème de la dissociation coulombienne des deutons incidents de haute énergie (> 1 GeV). Dans le modèle de cascade, la dissociation du deuton est en effet entièrement causée par les forces nucléaires et l'effet de la charge électrique du noyau sur un deuton passant à proximité n'est pas pris en compte. Or, l'expérience montre que ce phénomène joue un rôle non négligeable pour ces réactions. Nous exposons donc au chapitre 8 un modèle de dissociation coulombienne et y présentons les résultats très encourageants obtenus à l'aide de celui-ci.

Nous terminons ce travail par une conclusion et un tour d'horizon des perspectives futures dans le domaine de la modélisation des réactions de spallation et en particulier pour le modèle de cascade intranucléaire de Liège.

Nous[1] voudrions conclure cette introduction en disant que la rédaction de ce travail fut guidée par la volonté de le rendre auto-suffisant. Tout est donc fait pour qu'un lecteur ne disposant pas de connaissances antérieures sur les questions qui y sont débattues, et en particulier sur le fonctionnement du modèle de cascade intranucléaire de Liège, puisse le comprendre. Le modèle y est entièrement exposé, jusque dans certains de ses détails techniques. Le lecteur-type que nous avions en tête en cours de rédaction (au moins pour cet aspect du texte) était le chercheur qui serait amené à se familiariser avec le code pour l'utiliser à basse énergie ou pour étudier la dissociation coulombienne du deuton. Que les membres du jury veuillent donc bien nous excuser de rappeler certaines notions de base et comprennent que ces rappels sont motivés par l'espoir que ce travail puisse conserver quelqu'utilité après la conclusion de l'épreuve doctorale proprement dite.

[1] Suivant en cela un usage largement répandu, j'ai pris le choix de rédiger ce travail en utilisant le 'nous' plutôt que le 'je' pour évoquer mes travaux.

Chapitre 2

Etude des réactions nucléon-noyau

2.1 Introduction

L'interaction nucléon-noyau est un problème fondamental de la physique nucléaire et a fait l'objet d'innombrables études qu'il serait évidemment impossible de résumer en quelques pages. Dans ce chapitre, nous allons poursuivre un objectif plus modeste, qui est de présenter un aperçu des différents types de réaction existants ainsi que des modèles théoriques qui conviennent le mieux à chacun d'entre eux. Le but est ici d'inscrire le modèle de cascade intranucléaire dans une perspective plus vaste et de le situer parmi les autres approches.

2.2 Les différents types de réaction nucléon-noyau

La collision entre un nucléon (ou plus généralement un projectile léger) et un noyau peut prendre des formes très diverses. On distingue quatre grands types de réactions :

- *Les diffusions cohérentes.* Nous regroupons sous cette appellation toutes les réactions au cours desquelles le noyau réagit comme un tout (ou à peu près comme un tout), sans que les degrés de liberté internes ne soient explicitement excités. Ce sont des réactions rapides qui se déroulent en un temps comparable au temps de traversée du noyau par le projectile (de 10^{-23} à 10^{-22} s). Pour qu'une réaction soit cohérente au sens strict, il faut que l'état de la cible reste inchangé. En conséquence, seules les collisions élastiques sont rigoureusement cohérentes. Les diffusions inélastiques, au cours desquelles les cibles subissent une transition vers un état de faible excitation et donnant lieu à l'apparition de pics dans les spectres d'absorption ou d'émission, sont néanmoins souvent considérées comme cohérentes, car l'état de la cible y varie peu. Plus l'énergie incidente est grande, plus les sections efficaces cohérentes sont concentrées vers les angles avant et plus l'importance statistique des excitations inélastiques cohérentes diminue.
- *Les réactions directes.* Sous ce terme, on désigne l'ensemble des réactions au cours desquelles seul un très petit nombre (habituellement 1) des nucléons du noyau voient leur état modifié tandis que les autres nucléons ne subissent aucune perturbation.

Dans le domaine d'énergie qui nous intéresse ici, il s'agit principalement des collisions dites "quasi-élastiques" ou "quasi-inélastiques" qui se résument à une diffusion nucléon-nucléon élastique ou inélastique avec faible transfert d'impulsion. La durée de réaction y est de nouveau comparable au temps de traversée du noyau par le projectile.

- *Les réactions du "noyau composé".* Celles-ci se déroulent en deux étapes. Dans un premier temps, le projectile incident est capturé par le noyau-cible pour former ce qu'on appelle un "noyau composé" (*compound nucleus*) dans un état excité que l'on suppose à l'équilibre (tous les degrés de libertés internes sont donc impliqués). Dans un deuxième temps, ce noyau composé se désexcite via l'émission de différents éjectiles, ou via un processus de fission pour des noyaux suffisamment lourds. Ce sont des réactions beaucoup plus lentes car il faut laisser au noyau le temps d'atteindre l'équilibre (entre 10^{-19} et 10^{-16} secondes). Ces réactions se marquent par la présence de résonances dans les fonctions d'excitation en-dessous de 30 ou 40 MeV. La formation d'un état du noyau composé peut cependant également se produire à la fin d'un processus de réaction à plus haute énergie.
- *Les réactions de pré-équilibre* sont intermédiaires entre les réactions directes et les réactions du noyau composé. L'émission des particules y a lieu après la traversée de la cible par le projectile mais bien avant que le noyau ait atteint l'équilibre.

Les interactions fondamentales existant entre le noyau-cible et le projectile sont les mêmes pour toutes ces réactions. Il faut donc se garder de considérer ces catégories comme mutuellement exclusives. Il est sans doute plus parlant de les imaginer comme un ensemble de cas particuliers pour lesquels une modélisation simplificatrice de la collision est possible.

2.3 Les différents régimes en fonction de l'énergie incidente

A basse énergie (disons inférieure à 30 MeV), on décrit souvent les réactions selon le mécanisme du noyau composé, c'est-à-dire la capture du projectile incident et la formation d'un "noyau composé" dans un état excité, qui se désexcite ensuite via l'émission d'éjectiles. Pour les énergies les plus basses, cela se traduit par la présence de pics très nets dans la section efficace de réaction en fonction de l'énergie incidente, ce qui suggère que la réaction met en jeu des états d'énergie précis (résonances) du noyau composé[1]. Le caractère étroit des pics observés dans les spectres indiquent (selon la relation d'incertitude d'Heisenberg) que la réaction est assez lente. Le temps de réaction évalué selon $\tau \sim \frac{\hbar}{\Delta E}$ est en tout cas sensiblement plus long que le temps de passage $t_{pass} \sim \frac{2R}{v}$. Ce fait, ainsi que l'existence des diffusions (cohérentes) élastiques, indique clairement qu'un traitement quantique est nécessaire pour ce type de réactions à basse énergie.

Lorsque l'énergie incidente augmente, on observe que les résonances sont de plus en plus nombreuses et commencent à se recouvrir, indiquant des processus de réactions plus courts. Un traitement statistique peut alors être envisagé. Dans ces deux cas, l'hypothèse

[1] Rappelons que les réactions cohérentes brèves existent à toutes les énergies tandis que celles se produisant via un processus de type noyau composé n'existent que pour des énergies incidentes suffisamment basses.

de Bohr formulée ci-dessous peut être effectuée. Pour des énergies encore plus grandes, des déviations par rapport aux résultats obtenus par ces théories apparaissent, indiquant l'apparition de processus plus directs ne passant plus par les états d'énergie du noyau composé. Il faut alors envisager les théories de type pré-équilibre ou bien les modèles dits "de haute énergie".

2.4 Les réactions à basse énergie : le modèle du noyau composé

Bohr a émis l'hypothèse que les réactions du "noyau composé" à basse énergie se déroulent en deux étapes. D'abord, le projectile incident est capturé par le noyau-cible et l'énergie d'excitation qu'il transporte se transmet progressivement à l'ensemble des nucléons, jusqu'à l'obtention d'un noyau thermalisé à l'équilibre. Ensuite, le noyau se désexcite par émission de particules selon un processus statistique.

Cette hypothèse a notamment comme conséquence que le noyau thermalisé doit avoir perdu la mémoire de ce qui a causé son excitation, à l'exception bien sûr des grandeurs imposées par les différentes lois de conservation (en particulier masse, énergie, moment angulaire et parité). En particulier, le noyau ne peut avoir, une fois l'équilibre atteint, aucune mémoire de la direction du projectile incident. On s'attend ainsi à ce que les émissions de nucléons à partir du noyau composé soient symétriques par rapport à 90°[2]. Une telle répartition angulaire se différencie fortement de ce qui est attendu pour des processus plus directs, où les émissions sont fortement piquées vers l'avant, et représente donc une signature claire d'un processus de réaction du type "noyau composé".

L'hypothèse de Bohr implique également que le processus de désexcitation est indépendant de celui qui a mené à la création du noyau excité ou, de manière équivalente, que les rapports entre les sections efficaces vers deux états finaux différents sont indépendants de la manière dont le noyau composé a été formé. Ce dernier point peut être vérifié expérimentalement en mesurant les sections efficaces de réaction pour les quatre réactions suivantes :

$$\begin{array}{lll}
A + B \to \textit{noyau composé } C^* & \to E + F & (I) \\
A + B \to \textit{noyau composé } C^* & \to G + H & (II) \\
C + D \to \textit{noyau composé } C^* & \to E + F & (III) \\
C + D \to \textit{noyau composé } C^* & \to G + H & (IV)
\end{array}$$

On observe effectivement $\frac{\sigma_I}{\sigma_{II}} = \frac{\sigma_{III}}{\sigma_{IV}}$, ce qui confirme l'indépendance des processus de création et de désexcitation du noyau composé.

Sous ces hypothèses, il est possible d'exprimer la forme générale des sections efficaces résonantes pour tous les canaux de réaction. Soit c un indice désignant le canal d'entrée et c' le canal de sortie. On a alors [13] :

[2] Pour des raisons liées à la conservation du moment angulaire, elles ne doivent pas être purement isotropes [14].

$$\sigma_{cc'} = \pi \lambda\!\!\!^{-}{}_c^2 \sum_\lambda \frac{\Gamma_{\lambda c}\Gamma_{\lambda c'}}{(E-E_\lambda)^2 + \Gamma_\lambda^2/4} \tag{2.1}$$

où $\lambda\!\!\!^{-}{}_c$ est l'inverse du nombre d'onde pour le mouvement relatif dans le canal c et varie donc (relativement lentement) en fonction de l'énergie E. La somme porte sur les pôles λ de l'élément de matrice $S_{cc'} =< \psi_{c'}^-|\psi_c^+ >$ (où ψ^+ et ψ^- sont les fonctions d'onde de diffusion entrante et sortante pour les canaux considérés). Γ_λ est la largeur de la résonance λ et $\Gamma_{\lambda c}$ est la largeur partielle relative au canal c. On peut réécrire cette expression sous la forme

$$\sigma_{cc'} = \sum_\lambda \left(\pi \lambda\!\!\!^{-}{}_c^2 \frac{\Gamma_{\lambda c}\Gamma_\lambda}{(E-E_\lambda)^2 + \Gamma_\lambda^2/4} \right) \frac{\Gamma_{\lambda c'}}{\Gamma_\lambda}, \tag{2.2}$$

où, pour chaque valeur de λ, le terme entre parenthèses correspond à la section efficace σ_c^{CN} de création du noyau composé dans le canal c et $\frac{\Gamma_{\lambda c'}}{\Gamma_\lambda}$ correspond à la probabilité de désintégration de la résonance dans le canal c'. Cette expression exprime en fait l'hypothèse de Bohr (rigoureusement lorsqu'on se trouve près d'une résonance isolée et que l'on peut négliger la somme, en moyenne sinon).

On peut ensuite décomposer σ_c^{CN} en une section élastique et une section de réaction selon $\sigma_c^{CN} = \sigma_c^{CE} + \sigma_c^R$ avec $\sigma_c^R = \sigma_c^{CN}\frac{\Gamma_\lambda - \Gamma_{\lambda c}}{\Gamma_\lambda}$ et $\sigma_c^{CE} = \sigma_c^{CN}\frac{\Gamma_{\lambda c}}{\Gamma_\lambda}$.

Le calcul des sections efficaces est donc formellement possible si on peut déterminer les pôles de la matrice S. En pratique, cela n'est possible que pour des réactions de faible énergie lorsque le nombre de canaux de réaction ouverts est très faible. Dans les autres cas, il faut recourir à un traitement statistique. Hauser et Feshbach ont par exemple conçu un modèle pour évaluer la moyenne de la section efficace sur une plage en énergie plus grande que la séparation moyenne entre les résonances (mais qui s'applique également lorsque les résonances se recouvrent) [14].

Le modèle le plus répandu est celui de Weisskopf et Ewing [15]. Il est notamment au cœur des routines d'évaporation que nous avons utilisées et, à ce titre, nous allons brièvement en présenter le principe [13].

Soit un noyau composé A^* dans un volume V avec une énergie d'excitation E_A^*. Considérons la probabilité qu'il émette une particule a de masse m_a avec une énergie cinétique comprise entre E' et $E' + dE'$ et se retrouve dans un état résiduel B avec une énergie d'excitation E_B^* (selon la réaction $A^* \to a + B^*$) . Nous avons bien sûr

$$E_A^* = E_B^* + S + E',$$

où S est l'énergie de séparation entre les deux noyaux. La probabilité d'émission par unité de temps peut s'écrire :

$$d\Gamma_a = \frac{2\pi}{\hbar} | < A|T|Ba > |^2 \omega_B(E_B^*) \frac{Vk'^2dk'}{(2\pi)^3} \tag{2.3}$$

où ω_B est la densité d'états pour le noyau B, T est la matrice de transition en toute généralité et k' est défini par l'équation $E' = \frac{\hbar^2 k'^2}{2m_a}$. Ceci peut être réécrit en utilisant la section efficace pour la réaction inverse $a + B^* \to A^*$. Cette dernière est donnée par la probabilité par unité de temps de former un noyau composé A^* divisée par le flux moyen en a (soit la densité $1/V$ multipliée par la vitesse $\hbar k'/m_a$). On obtient donc :

$$\sigma^{CN}(aB \to A) = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{| < Ba|T|A > |^2 \omega_A(E_A^*)}{\hbar k'/V m_a}. \tag{2.4}$$

L'expression (2.4) se rapporte en théorie à un noyau excité B. Néanmoins, on fait en général l'hypothèse implicite que la section efficace de formation du noyau composé A^* est la même que pour l'état fondamental de B.

Les expressions (2.3) et (2.4) sont exactes (pour peu que l'on puisse séparer les différentes étapes d'évaporation). En les combinant et en utilisant la relation de microréversibilité ($< A|T|Ba >=< Ba|T|A >^*$), on obtient :

$$d\Gamma_a = \sigma^{CN}(aB \to A) \frac{2m_a}{(2\pi)^3 \hbar^2} \frac{\omega_B(E_B^*)}{\omega_A(E_A^*)} E' dE'. \tag{2.5}$$

Si on exprime, à titre d'illustration, la densité d'états des deux noyaux sous la forme $\omega(E^*) \propto \exp(2\sqrt{aE^*})$ (indépendamment du noyau considéré) et l'énergie d'excitation en fonction de la température T sous la forme $E^* = aT^2$ (où a représente le paramètre de densité de niveaux), on obtient

$$d\Gamma_a = \sigma^{CN}(aB \to A) \frac{2m_a}{(2\pi)^3 \hbar^2} e^{\left(-\frac{S+E'}{T}\right)} E' dE', \tag{2.6}$$

où T représente ici la température moyenne pour les deux noyaux A et B. En intégrant sur l'énergie cinétique d'émission E', on obtient la largeur totale Γ_a pour l'émission d'une particule a :

$$\Gamma_a = \sigma^{CN}(aB \to A) \frac{2m_a}{(2\pi)^3 \hbar^2} \int_0^{E_A^* - S} e^{-\frac{S+E'}{T}} E' dE' \sim \sigma^{CN}(aB \to A) \frac{2m_a T^2}{(2\pi)^3 \hbar^2} e^{\left(-\frac{S}{T}\right)}. \tag{2.7}$$

Cette relation montre que l'émission est favorisée pour les particules de masse m_a élevée et une énergie de séparation faible. Une correction (non explicitée ici) doit être apportée pour tenir compte de la barrière coulombienne B dans le cas de l'émission d'une particule chargée [13].

En pratique, les routines d'évaporation procèdent comme suit : les différentes largeurs Γ_a sont calculées à l'aide de la relation (2.5) et d'un modèle (généralement optique) pour le calcul de $\sigma^{CN}(aB \to A)$. Un nombre aléatoire est ensuite comparé avec les largeurs relatives $\frac{\Gamma_a}{\sum_a \Gamma_a}$ et un canal d'émission est choisi en conséquence. L'énergie de la particule émise est ensuite tirée au hasard selon la distribution donnée par l'équation (2.5). La valeur de l'énergie d'excitation du résidu est ensuite modifiée en conséquence et utilisée comme donnée pour une nouvelle étape d'évaporation, et ainsi de suite jusqu'à épuisement de l'énergie disponible (c'est-à-dire lorsque l'énergie d'excitation résiduelle devient inférieure au plus petit seuil d'émission). Les seuls paramètres nécessaires à ce calcul sont les sections efficaces de capture et la densité de niveau (en pratique via le paramètre a). Le fait que seules des largeurs relatives soient utilisées rend les résultats moins sensibles au premier paramètre qu'au second.

2.5 Les modèles "de haute énergie"

Pour des énergies suffisamment élevées, la situation devient tout à fait différente. Dès 1947, dans un article purement phénoménologique [16], R. Serber suggérait un mécanisme de réaction à haute énergie tout à fait différent de celui qui prévaut à basse énergie. Il nous semble intéressant de résumer brièvement son raisonnement.

Partant de la constatation que le temps de collision entre la particule incidente et un nucléon doit être court comparé au temps séparant deux collisions successives entre nucléons du noyau, il a émis l'hypothèse que, dans son commencement, la réaction hadron-noyau peut être envisagée comme une succession de collisions entre la particule incidente et les nucléons de le cible.

Si on fait dans un premier temps l'hypothèse que ces collisions se produisent comme dans l'espace libre, on constate que la probabilité de réaction décroît lorsque l'énergie augmente (en accord avec le comportement de $\sigma_{NN,tot}$ en fonction de l'énergie entre 0 et 100 MeV) et donc que le noyau devient de plus en plus transparent.

Cependant, le projectile incident tend à ne perdre à chaque collision qu'une part assez faible de son énergie cinétique. En conséquence, le transfert d'impulsion n'est souvent pas beaucoup plus grand que l'impulsion caractéristique des nucléons dans le noyau. Cette constatation met en doute l'hypothèse selon laquelle on peut considérer les nucléons comme des particules libres puisque, pour des transferts d'impulsion faibles, on s'attend à ce que les effets du principe d'exclusion de Pauli à l'intérieur du noyau soient importants. Pour être efficace, un modèle de haute énergie devrait donc en tenir compte.

Cette vision des choses est évidemment totalement différente de celle qui prévaut pour les réactions du noyau composé à plus basse énergie. Les degrés de liberté individuels des nucléons sont ici explicitement modifiés au cours de la réaction. De plus, les considérations géométriques (notamment la valeur du paramètre d'impact) deviennent des paramètres déterminants pour l'issue de la réaction.

Serber situait la limite inférieure du domaine en énergie où ces considérations phénoménologiques sont valables à environ 100 MeV par nucléon, mais on a aujourd'hui tendance à la placer aux alentours de 250 MeV. A cette énergie, la longueur d'onde de de Broglie que l'on peut associer au projectile est suffisamment petite pour que l'on puisse considérer que ce dernier "voit" les nucléons de la cible individuellement. De plus, pour que l'on puisse faire l'hypothèse de collisions binaires séparées, il faut que les nucléons impliqués dans une collision aient le temps de retrouver leur état asymptotique avant de subir une nouvelle collision. Si on suppose que cela se produit à une distance égale à celle de la portée r_s des interactions nucléaires (ça ne peut en tout cas pas être moins), on obtient une double condition fixant le domaine des hautes énergies :

$$\lambdabar_B << r_s << d, \tag{2.8}$$

où d est la distance moyenne entre deux nucléons. La distance d'interaction entre deux nucléons peut être évaluée à $1 - 1.5$ fm et la distance moyenne entre deux nucléons vaut environ $2 - 2.5$ fm. On voit donc que la deuxième condition n'est que marginalement vérifiée. La première inégalité l'est, pour la première collision nucléon-nucléon en tout cas, si l'énergie incidente est suffisamment élevée. C'est l'origine de la valeur de 250 MeV qui est fréquemment citée pour marquer la borne inférieure du domaine des hautes énergies. Le respect de cette borne pour E_{inc} ne garantit néanmoins la vérification de la condition (2.8) que pour la première collision de la cascade, et pas pour les conditions ultérieures, où les énergies en jeu sont en général nettement plus faibles. Nous reviendrons sur ce point au chapitre 4.

Sur base de ces considérations qualitatives, différents modèles de diffusion multiple ont été proposés et font l'objet du prochain paragraphe. Mentionnons tout d'abord un modèle plus rudimentaire : celui de Glauber [17] dont nous n'allons citer ici qu'un des résultats [13]. Partant de l'hypothèse que la réaction projectile-noyau n'a lieu que si le projectile (un neutron ou un proton dans cet exemple) subit une collision avec un des nucléons du noyau, on peut calculer la section efficace totale de réaction en évaluant la probabilité qu'a un nucléon incident d'avoir réagi en fonction de la distance qu'il a parcouru dans le noyau. Pour un noyau de rayon R et de densité uniforme ρ_0, on obtient aisément

$$\sigma_r = \pi R^2 \left[1 - \frac{2}{x}(1 - e^{-x}) + \frac{2}{x}e^{-x}\right] \tag{2.9}$$

où le paramètre x vaut $2\sigma_{NN}^{tot}\rho_0 R$. Pour des noyaux, on peut écrire $\sigma_{NN}^{tot}\rho_0 = \lambda^{-1} = 0.6\ fm^{-1}$, où λ est le libre parcours moyen à l'intérieur du noyau. Pour $R = 5\ fm$, on obtient alors une valeur de la section efficace totale de réaction qui est de l'ordre de la section efficace totale géométrique $\sigma_{géom}$, ce que les données expérimentales confirment plus ou moins.

Le modèle de Glauber, moyennant quelques approximations supplémentaires, permet également de relier l'amplitude de diffusion projectile-noyau à l'amplitude de diffusion élémentaire nucléon-nucléon [13]. Cependant, ces calculs font le plus souvent intervenir la section efficace élémentaire nucléon-nucléon dans l'espace libre et néglige par conséquent les effets du principe d'exclusion de Pauli qui, en diminuant le nombre de canaux de sortie accessibles, augmente la valeur du libre parcours moyen λ du projectile à l'intérieur du noyau.

2.5.1 Les modèles de diffusion multiple

Nous avons vu que, dans le processus de réaction à haute énergie, les effets quantiques semblent être confinés dans l'intervalle de temps très bref où deux nucléons interagissent. Le reste du temps, il semble que les effets quantiques ne se manifestent pas explicitement et qu'ils puissent donc être ignorés pour la simulation.

Sur base de cette hypothèse ont été mis au point des modèles de diffusion multiple semi-classique, qui considèrent la réaction entre le projectile et le noyau-cible comme une succession de collisions élémentaires NN dans laquelle seulement deux ingrédients quantiques sont conservés : les limitations imposées par le principe d'exclusion de Pauli et la détermination stochastique de l'état final de chaque collision NN en accord avec la section efficace expérimentale. Ce type de modèle peut facilement être étendu au cas des composites (légers) incidents. L'énergie de liaison de ces derniers étant en général négligeable par rapport à l'énergie incidente, son principal effet est de créer une corrélation spatiale entre les différents nucléons qui les composent, et on peut considérer la réaction *composite + noyau* comme un bombardement simultané d'un noyau par plusieurs nucléons indépendants.

Cette diffusion multiple classique peut être traitée de différentes manières selon les cas. Si le système a des dimensions D nettement plus grandes que le libre parcours moyen des particules λ ($\lambda << D$), on se trouve dans le cas classique de la diffusion d'une particule à l'intérieur d'un milieu. En moyenne, la densité de particules ρ répond alors aux équations de diffusion classiques. Lorsque $\lambda \sim D$, la notion même de densité de particules devient difficile à utiliser, et on préfère utiliser la simulation numérique. Le cas de la diffusion des nucléons dans le noyau rentre dans cette catégorie. Si $\lambda >> D$, on se trouve dans ce qu'on appelle le régime de Knudsen, la probabilité de collision est faible et des méthodes approchées du genre Glauber sont utilisables.

Les outils de simulation les plus utilisés pour le cas nucléaire sont les modèles de cascade intranucléaire (INC en abrégé : **I**ntra**N**uclear **C**ascade model). Il en existe plusieurs versions que nous allons maintenant brièvement passer en revue.

2.5.2 Les modèles de cascade intranucléaire

Le principe de base des modèles de cascade est de simuler la succession des collisions binaires NN responsables de la diffusion de l'énergie cinétique du projectile incident à l'intérieur du noyau. Pour ce faire, deux approches sont possibles.

- *Spatiale* : On considère le noyau comme un milieu continu et on attribue à tous les nucléons participant au processus de cascade (soit, au début de l'événement, uniquement les projectiles) un libre parcours moyen $\lambda = \frac{1}{\rho\sigma}$. Au bout de ce parcours, le nucléon est supposé entrer en collision avec un nucléon promu du continuum. C'est l'approche utilisée par les cascades de Bertini [18] ou ISABEL [19].
- *Temporelle* : Tous les nucléons sont explicitement considérés et le code attribue à chacun une position et une impulsion. Les particules sont propagées jusqu'à ce que deux d'entre elles soient considérées suffisamment proches pour interagir, c'est-à-dire lorsque la distance qui les sépare devient inférieure à une certaine valeur d_{int} exprimée en fonction de la section efficace totale d'interaction NN selon $d_{int} = \sqrt{\frac{\sigma_{NN,tot}}{\pi}}$. C'est notamment l'approche utilisée pour le modèle de cascade de Bruyères-le-Chatel (BRIC)[20] ou pour celui de Liège (INCL). Ce dernier modèle, qui est l'objet d'étude principal de cette thèse, sera décrit et commenté dans le prochain chapitre.

Les trois modèles de cascade intranucléaire les plus couramment utilisés sont les modèles de Bertini, Isabel et le modèle INCL. Leurs caractéristiques principales sont résumées dans le tableau synthétique suivant.

	Bertini	ISABEL	INCL
Modélisation du noyau	Milieu continu homogène	Milieu continu avec $\rho(r)$	Ensemble de nucléons ponctuels
Critère de collision NN	Libre parcours $P(l) = e^{\frac{-l}{\lambda}}$	$P(dx) = \rho\sigma dx$	$P = \theta_H(\sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} - \|\vec{r_i} - \vec{r_j}\|)$
Structure en temps	Pas de structure en temps	Pseudo-structure en temps	Succession temporelle des collisions
Production de pions	$NN \rightarrow NN\pi$	$NN \rightarrow N\Delta$ et $\Delta \rightarrow N\pi$	$NN \rightarrow N\Delta$ et $\Delta \rightarrow N\pi$
Absorption de pions	Libre parcours moyen λ_π	$N\pi \rightarrow \Delta$ et $\Delta N \rightarrow NN$	$N\pi \rightarrow \Delta$ et $\Delta N \rightarrow NN$
Principe de Pauli	Strict $k_{fin} > k_F$	Strict avec $k_F(r)$	Statistique à partir de la densité actualisée
σ_{NN}	Val. expérim. (fit élémentaire)	Val. expérim.	Val. expérim. sauf $\Delta N \rightarrow NN$
Critère d'arrêt	$E_i < E_{seuil}$	$E_i < E_{seuil}$	auto-consistant
Energie d'excitation E^*	$\sum_i \varepsilon_{pi} + \sum_i \varepsilon_{hi}$ avec $\varepsilon_{pi} = \varepsilon_i - \varepsilon_F$ et $\varepsilon_{hi} = \varepsilon_F - \varepsilon_i$	$\sum_i((E_i)_{résidu} - E_F)$ avec $\varepsilon_{pi} = \varepsilon_i - \varepsilon_F$ $\varepsilon_{hi} = \varepsilon_F - \varepsilon_i$	$\sum_i(E_i)_{résidu} - \sum_i(E_i)_{init}$

2.5.3 Fondements théoriques des modèles de cascade intranucléaire

Les conditions (2.8) dans lesquelles les modèles de cascade sont considérés comme valables rappellent les hypothèses de l'équation de Boltzmann. Rappelons que cette dernière régit l'évolution de la densité de particules f dans l'espace de phase selon :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m}.\vec{\nabla} f = \frac{1}{2}\int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3} W(12 \rightarrow 34)\left\{f_3f_4 - ff_2\right\}$$
$$\delta(\vec{p_1} + \vec{p_2} - \vec{p_3} - \vec{p_4})\delta(\frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} - \frac{p_3^2}{2m_3} - \frac{p_4^2}{2m_4}). \tag{2.10}$$

où on respecte les notations de [24]. Selon celles-ci, f_i représente $f(\vec{r}, \vec{p_i}, t)$, à savoir la probabilité d'avoir un nucléon en $\vec{r}$ avec une impulsion $\vec{p_i}$ à l'instant t ($\vec{p} \equiv \vec{p_1}$, et donc $f \equiv f_1$) et $W(12 \rightarrow 34)$ représente le "taux de transition" (*transition rate*) pour la collision $\vec{p_1} + \vec{p_2} \rightarrow \vec{p_3} + \vec{p_4}$. Le membre de gauche décrit l'évolution de la densité en l'absence de collisions et s'appelle le terme d'écoulement (*drift term*). Le membre de droite donne la contribution des collisions et prend en compte l'ensemble des collisions dont un des états initiaux ou finaux est $(\vec{r}, \vec{p_{(1)}}, t)$. On le nomme souvent $I(f)$.

De nombreux chercheurs ont tenté de trouver à cette équation classique des équivalents quantiques susceptibles d'être appliqués à un système de nucléons à l'intérieur du noyau [22, 23, 24, 25]. Ces travaux ont, notamment, permis l'introduction dans les années 1930 par Nordheim, Uehling et Uhlenbeck des effets du principe d'exclusion de Pauli dans le terme de collision selon

$$\begin{aligned} I(f) &= \frac{1}{2}\int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3} W(12 \to 34) \\ &\quad \{f_3 f_4 (1-f_1)(1-f_2) - f f_2 (1-f_3)(1-f_4)\} \\ &\quad \delta(\vec{p_1}+\vec{p_2}-\vec{p_3}-\vec{p_4})\,\delta\left(\frac{p_1^2}{2m_1}+\frac{p_2^2}{2m_2}-\frac{p_3^2}{2m_3}-\frac{p_4^2}{2m_4}\right). \end{aligned} \tag{2.11}$$

Les termes $(1-f_i)$ tiennent ici compte du fait que les états finaux de collision doivent être libres pour que la collision soit acceptée. Une autre modification envisagée par Vlasov en 1938 est l'introduction d'un terme de champ moyen dans lequel l'interaction de l'ensemble des particules est représentée par un potentiel unique [24].

Récemment a été proposée une version améliorée de l'équivalent de l'équation de Boltzmann pour l'étude des noyaux sous la forme (voir [24], tel que cité dans [21])

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m}.\vec{\nabla} f - \vec{\nabla} U.\vec{\nabla}_p f - \vec{\nabla}_p U.\vec{\nabla} f &= \int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3} |G(12 \to 34)|^2 \\ &\quad \{f_3 f_4(1-f_1)(1-f_2) - f f_2(1-f_3)(1-f_4)\delta(\vec{p})\delta(e(p))\}. \end{aligned} \tag{2.12}$$

Les deux fonctions δ tiennent compte symboliquement de la conservation de l'énergie et de l'impulsion. De plus, nous avons

$$e(p) = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r},\vec{p}) \tag{2.13}$$

avec

$$U(p) = \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} < \vec{p}\vec{p'}|G(\rho(r))|\vec{p}\vec{p'} >, \tag{2.14}$$

où $\rho(r)$ est la densité. Dans ces équations, G est la matrice de Brueckner, solution de

$$G = V + V\frac{Q}{E_{12}-H_{12}}G, \tag{2.15}$$

où Q est l'opérateur de Pauli agissant sur les états intermédiaires. La matrice G de Brueckner décrit la diffusion de deux nucléons en tenant compte des effets de milieu [24]. Elle se ramène à la matrice T classique lorsque l'on se trouve dans l'espace libre. D'ailleurs, l'équation (2.12) doit se ramener à l'équation classique (2.10) si on néglige les effets de milieu (G remplacé par T, U pris égal à 0 et les facteurs $(1-f_i)$ dus au principe d'exclusion de Pauli négligés).

En pratique, l'équation (2.12) peut être obtenue à partir de l'équation quantique de Von Neumann

$$\dot{\rho} = \frac{i}{\hbar}[H,\rho] \tag{2.16}$$

moyennant les approximations suivantes :

– suppression des corrélations autres que celles introduites dans G,
– indépendance des collisions successives,

– approximation des gradients faibles, requérant que les grandeurs varient lentement dans l'espace de phase,
– effets de retard négligés.

On peut montrer (voir notamment [26, 27]) que les modèles de cascade intranucléaire permettent de réaliser une évaluation stochastique du terme de collision. Ils permettent donc de résoudre l'équation (2.12) pour un potentiel U constant. Ils ont en outre l'avantage d'autoriser le calcul de grandeurs autres que la distribution moyenne f dans l'espace de phase, dont par exemple les fluctuations des grandeurs physiques et, en principe, les distributions à 2,3,.. corps, c'est-à-dire les corrélations à n'importe quel ordre.

2.6 Les modèles de pré-équilibre

Pour des énergies supérieures à 40 MeV environ, l'hypothèse de Bohr n'est plus expérimentalement vérifiée et les sections efficaces de réaction mesurées sont souvent sensiblement plus grandes que les valeurs prédites par la théorie du noyau composé. Souvent, la section efficace en excès est piquée vers l'avant et peut être attribuée à des processus directs en une étape (*one-step direct interaction*). Le modèle le plus courant pour traiter ce type d'interactions est l'approximation de Born pour ondes distordues, aussi appelée DWBA (***D**istorted-**W**ave **B**orn **A**pproximation*) (voir par exemple [28]).

Dans certains cas, pourtant, ce modèle ne suffit pas à expliquer les résultats expérimentaux de manière satisfaisante. Il faut alors envisager la possibilité que des phénomènes en plusieurs étapes aient lieu, trop complexes pour être traités par une approximation instantanée, mais pas assez longs pour que l'on puisse considérer que le noyau a atteint son équilibre thermique (comme pour les réactions du noyau composé). Comme à ces énergies, on ne peut pas, a priori, faire les hypothèses qui ont donné naissance aux modèles de haute énergie vus au paragraphe 2.5, de nouveaux types de modèles ont été conçus pour traiter ces réactions de pré-équilibre.

Le plus simple d'entre eux est le modèle de Harp-Miller-Borne [29], qui étudie la distribution des nucléons sur l'ensemble des états à une particule du noyau. L'évolution temporelle de la population sur ces différents états est ensuite calculée au prix d'une modélisation des probabilités de transition entre deux états et de la probabilité d'émission (voir [13] pour une formulation mathématique simplifiée de ce modèle). En pratique cependant, le nombre d'états disponibles, même pour des énergies incidentes relativement basses, est beaucoup trop élevé pour que cette méthode soit exploitable.

La plupart des modèles utilisés font intervenir la notion d'excitons. Un exciton est défini comme une excitation élémentaire à une particule du noyau. Cette excitation élémentaire peut prendre la forme d'un nucléon excité ou bien du trou que ce dernier laisse dans la mer de Fermi après avoir été promu vers un état d'énergie supérieure. Le nombre d'excitons n correspond ainsi à la somme du nombre de particules p et du nombre de trous h. L'ensemble des collisions successives va ainsi faire évoluer le système d'un état à 1 exciton vers un état à 3,5,7,9,.... excitons.

La densité des états à n excitons pour une énergie d'excitation E est donnée, si on néglige l'anti-symétrisation des états [31], par

$$\rho_n(E) = \frac{g^n E^{n-1}}{p!h!(n-1)!}, \tag{2.17}$$

où g est la densité (moyenne) des états à une particule, supposée constante.

Griffin a alors formulé une loi exprimant la probabilité d'émission par unité de temps d'un nucléon d'énergie comprise entre $[\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$ à partir d'un état à n excitons selon :

$$P_n(\varepsilon)d\varepsilon \propto \varepsilon \frac{\rho_{n-1}(U)}{\rho_n(E)}, \tag{2.18}$$

où U est l'énergie d'excitation du noyau résiduel ($U = E - \varepsilon$). La probabilité totale d'émission est alors donnée par

$$P(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{m\varepsilon}{\pi^2\hbar^3} \sum_{n=n_0}^{\bar{n}} \frac{\rho_{n-1}(U)}{\rho_n(E)} \tau_n d\varepsilon \tag{2.19}$$

où la sommation est limitée aux valeurs impaires de n et où $\bar{n}$ est le nombre d'excitons à l'équilibre, c'est-à-dire celui pour lequel la densité $\rho_n(E)$ est la plus grande ($\bar{n}(E) \sim \sqrt{2gE}$ en première approximation). Les grandeurs τ_n sont les temps de vie des états à n excitons. Elles étaient initialement considérées comme des paramètres libres, mais un nouveau modèle, appelé le Modèle Hybride, a été énoncé par Blann, qui fait disparaître ces paramètres supplémentaires τ_n en les exprimant en fonction des probabilités d'émission et d'excitation à l'intérieur du noyau [13].

Exprimés de la sorte, ces modèles d'exciton ne sont capables que de prédire la forme du spectre en énergie des éjectiles. Ils ne prédisent ni les sections efficaces d'émission, ni les distributions angulaires. On peut facilement remédier au premier point en utilisant une valeur de la section efficace totale de réaction obtenue par ailleurs. Les sections efficaces d'émission du modèle hybride peuvent ainsi s'écrire, en reprenant les notations de [32]

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma_R \sum_{n=n_0}^{\bar{n}} \frac{\tilde{\rho_n}(E^*, \varepsilon)}{\rho_n(E^*)} \frac{\lambda_c(\varepsilon)}{\lambda_c(\varepsilon) + \lambda_+} D_n, \tag{2.20}$$

où σ_R est la section efficace totale de réaction. La somme porte sur le nombre d'excitons. $\rho_n(E^*)$ est la densité des états à n excitons pour une énergie d'excitation E^* donnée. $\tilde{\rho_n}(E^*, \varepsilon)$ est la densité des états à n excitons pour une énergie d'excitation E^* donnée, mais où un des nucléons excités a une énergie égale à ε. $\lambda_c(\varepsilon)$ est lié au taux d'émission vers le continuum de nucléons d'énergie ε[3]. λ_+ est le libre parcours moyen pour que le nucléon génère dans la cible un transition d'un état à n vers un état à $n+2$ excitons. Enfin, D_n exprime la probabilité de survie d'un état à n excitons (voir [33] pour plus de détails sur ce modèle).

Dans le modèle **H**ybride, cette formule est appliquée directement en utilisant pour les paramètres présents ($\sigma(\varepsilon), \lambda_+$ et D_N) des valeurs moyennes. Pour permettre la prise en

[3]En pratique, $\lambda_c(\varepsilon) \sim \sigma(\varepsilon)\varepsilon m/h^2$ où $\sigma(\varepsilon)$ est la section efficace inverse pour un nucléon d'énergie ε.

compte explicite des effets géométriques, on peut également introduire une dépendance en fonction du paramètre d'impact b pour les différents paramètres et sommer ensuite les contributions des différents paramètres d'impact. On obtient alors ce qu'on appelle le modèle GDH (**G**eometry-**D**ependent **H**ybrid Model). La quantité λ_+ est en général évaluée à partir de la section efficace nucléon-nucléon, corrigée pour tenir compte du principe d'exclusion de Pauli selon la méthode de Kikuchi et Kawai [42]. Elle a aussi été reliée à la partie imaginaire W du potentiel optique selon la relation $\lambda_+ \sim \frac{\hbar v}{W}$ où v est la vitesse moyenne [33, 34].

Des tentatives ont par ailleurs été effectuées pour permettre au modèle de fournir des distributions angulaires, essentiellement en décrivant la distribution angulaire d'émission pour chaque niveau excitonique à l'aide de polynômes de Legendre (voir [13] ou, pour une description plus complète d'un tel modèle [35, 36]).

Nous n'en disons pas plus sur ces modèles afin de ne pas alourdir inutilement ce tour d'horizon théorique. Toutefois, au cours du chapitre 4, certains développements théoriques basés sur ces modèles (et particulièrement les modèles hybride et GDH) seront évoqués.

Nous terminons enfin en mentionnant l'existence de modèles plus récents, tels que le modèle FKK (**F**eshbach-**K**erman-**K**oonin) [37], qui couplent la description en termes d'excitons avec un calcul purement microscopique des probabilités de transitions entre les différents états, en général basées sur des méthodes DWBA statistiques (voir par exemple [38] ou [39]). Souvent, de tels modèles font intervenir de nombreux paramètres libres qui peuvent être ajustés par l'utilisateur pour améliorer la précision des résultats. L'efficacité indéniable de ces modèles complexes n'est donc pas uniquement due à la justesse des hypothèses sur lesquelles ils se basent. Il importe de garder ce point en mémoire quand nous les comparons avec des modèles sans paramètres, comme par exemple le modèle de cascade (voir à ce sujet [40]).

2.7 Pré-équilibre ou cascade intranucléaire à basse énergie ?

Des points communs lient tous les modèles de pré-équilibre que nous venons d'évoquer. Le noyau y est décrit comme un gaz de Fermi de nucléons indépendants et l'énergie d'excitation apportée par le projectile incident est distribuée sur un nombre de plus en plus grand de nucléons via des collisions binaires. A chaque stage d'excitation, la possibilité est laissée aux nucléons excités d'être émis et de quitter le système.

Cette vision des choses est finalement très semblable à celle qui régit le modèle de cascade intranucléaire. En conséquence, on peut se demander si ce dernier ne serait pas également applicable aux phénomènes de pré-équilibre et donc utilisable pour des énergies incidentes inférieures à la limite théorique présentée au paragraphe 2.5. Cette question est d'autant plus pertinente que les modèles construits sur les mêmes prémisses que le modèle de cascade (c'est-à-dire ceux que nous avons rassemblés au cours de ce chapitre dans la catégorie “modèles de haute énergie”) ont déjà prouvé leur efficacité pour des énergies nettement inférieures aux limites théoriques [41]. Néanmoins, cette constatation repose souvent sur des calculs préliminaires et est passée largement inaperçue dans la communauté des physiciens nucléaires. Citons cependant la référence [43] qui présente le modèle de cascade intranucléaire comme un modèle de pré-équilibre.

Le but de ce travail est, entre autres, d'étudier cette question dans le cas des modèles INCL3 et INCL4. Le chapitre 4 est ainsi consacré à une comparaison extensive de données expérimentales avec les résultats obtenus par certains des modèles de pré-équilibre mentionnés précédemment et le modèle de cascade intranucléaire de Liège (INCL3). Les résultats obtenus avec le modèle INCL4 seront abordés au chapitre 6.

Chapitre 3

Présentation du modèle de cascade intranucléaire de Liège

3.1 Introduction

Il n'existe pour l'instant aucune référence fournissant une description à la fois complète et détaillée du modèle de cascade intranucléaire de Liège. Certes, de nombreux articles ont été publiés mais ils se contentent souvent d'énoncer les grands principes physiques à la base du modèle et s'intéressent assez peu à leur implémentation pratique[1]. Or, cette dernière est, comme nous le verrons, d'une importance primordiale dans le cadre des travaux entrepris ici. Régulièrement, l'origine des problèmes auxquels nous fûmes confrontés a été trouvée dans l'écart entre le modèle tel qu'il fut conçu en théorie et sa traduction en termes de code de calcul. De plus, l'absence d'un texte de référence qui aurait permis une familiarisation plus rapide avec le code a été une source de frustration au début de nos travaux.

C'est dans cet esprit que nous allons à présent décrire le modèle de cascade intranucléaire de Liège. Des parallèles seront systématiquement effectués entre les grandeurs physiques mises en jeu et leurs représentations numériques dans le programme. Ces dernières apparaissent dans le texte en police de type "`Machine à écrire`". L'accent sera bien évidemment mis sur les versions du modèle que nous avons utilisées, c'est-à-dire les versions INCL3 et INCL4.

3.2 Historique du modèle de cascade de Liège

Avant de se lancer dans une description du code tel qu'il existe actuellement, nous allons rapidement esquisser les différentes étapes de la conception du modèle de cascade intranucléaire de Liège en insistant sur les points qui ont subsisté jusque dans les versions INCL3 et INCL4 ou, au contraire, en mettant en évidence les évolutions et raffinements successifs au cours des années.

[1] Citons néanmoins le mode d'emploi d'INCL4 publié dans le cadre de la collaboration européenne HINDAS [12] et les proceedings SARE-5 [44].

3.2.1 Genèse du modèle

Le modèle de cascade intranucléaire de Liège trouve son origine en 1980. L'idée était d'étudier les collisions entre deux ions lourds relativistes, et plus précisément le retour du système à l'équilibre thermique après collision. Pour ce faire, le mécanisme de réaction a été modélisé comme une succession de collisions baryon-baryon, que l'on supposait binaires, "on-shell" et relativistes [45]. Un code basé sur cette hypothèse a été écrit pour simuler la séquence de collisions. On retrouve dans ce premier modèle beaucoup de points qui ont survécu jusque dans les versions les plus récentes, par exemple :

- le traitement classique du mouvement des nucléons entre deux collisions,
- l'architecture du code, qui envisage chronologiquement les collisions élémentaires,
- le traitement des collisions inélastiques via la création d'une résonance Δ suivie de l'émission d'un pion,
- l'interdiction des collisions entre deux nucléons dont l'énergie totale dans le centre de masse est inférieure à 1925 MeV.

En revanche, les effets de champ moyen étaient négligés, de même que les effets du principe d'exclusion de Pauli.

En 1985, un code basé sur les mêmes prémisses a servi à étudier les réactions anti-proton-noyau [46]. Peu après, en 1987, le modèle a été utilisé pour étudier les réactions proton+noyau à haute énergie (entre 100 MeV et 20 GeV) [47]. Pour cette étude, le modèle a de nouveau été légèrement modifié :

- Le effets de champ moyen sont pris en compte via un puits de potentiel vecteur[2] de profondeur constante ($V_0 = 40$ MeV), ce qui rend nécessaire le traitement de l'émission des éjectiles à l'aide d'un coefficient de transmission T.
- La modélisation des Δ et des pions est améliorée.

Le suivi chronologique des collisions a permis d'obtenir des indications sur le déroulement de la réaction. Il suggère notamment une séparation en deux phases. Dans la première, le nucléon incident subit quelques collisions avec des nucléons de la cible. La deuxième commence lorsque le nucléon incident a quitté la cible. A cet instant (soit, à titre d'exemple, après environ 9 fm/c pour la réaction $p+^{40}Ca$ à 1 GeV), l'énergie d'excitation a atteint son maximum et les émissions sont encore très rares. Cette deuxième étape comprend la propagation et la dissipation de l'énergie d'excitation ainsi gagnée par le noyau. Le modèle de cascade est a priori utilisable pour simuler les deux étapes. On montre néanmoins que le processus de cascade tend vers un processus évaporatif après un temps suffisamment long (de l'ordre de 25 fm/c). Dès lors, il est à cette époque suggéré d'associer le code de cascade à un module d'évaporation.

Le code fut ensuite utilisé pour étudier les effets de milieu dans la production de pions [48]. A cette occasion, des simulations ont été effectuées pour des réactions noyau-noyau, proton-noyau et pion-noyau. Le code utilisé a de nouveau subi quelques modifications pour cette étude, notamment

- une prise en compte élémentaire de la surface diffuse (un simple profil trapézoïdal est utilisé pour $\rho(\vec{r})$),
- l'introduction d'une dépendance en isospin des sections efficaces élémentaires,

[2] La référence [47] parle d'un potentiel scalaire, sans doute à tort.

– le gel des nucléons spectateurs,
– une première implémentation statistique du principe de Pauli.

Cette étude a permis de montrer que les spectres de pion sont nettement mieux reproduits si on multiplie par un facteur 3 la section efficace pour la réaction $N\Delta \rightarrow NN$[3].

Une version similaire du code a servi à la même époque pour étudier la multifragmentation et les émissions de composites (les "fragments de masse intermédiaire") dans des réactions proton+noyau ou ions lourds+noyau[49]. Pour cela, on y a adjoint une procédure de percolation, enclenchée lorsque le nombre de collisions commence à diminuer dans la cascade. Utilisant comme point de départ la configuration du noyau-cible à la fin de la cascade, cette procédure isole les "amas" (*clusters*) de nucléons formés dans l'espace de phase. Plusieurs types de critères sont envisagés ($|\vec{r_i} - \vec{r_j}| < d_{min}$, $\frac{r_{ij}^2}{r_0^2} + \frac{p_{ij}^2}{p_0^2} < 1$ ou $r_{ij}p_{ij} < \xi\hbar$). Les résultats furent encourageants et confirment l'idée selon laquelle ce qui importe pour la fragmentation, ce sont les propriétés géométriques du système résultant des collisions effectuées par les particules incidentes au cours de la première étape[4].

3.2.2 Application aux réactions de spallation : INCL2 et INCL3 (1996)

L'émergence, depuis les années 80, de théories complexes capables de rendre compte de la dynamique du champ moyen a rendu le modèle de cascade quelque peu obsolète pour le traitement des collisions entre ions lourds. En revanche, ce dernier reste tout à fait indiqué pour l'étude de réactions dans lesquels le champ moyen peut être considéré comme constant. C'est par exemple le cas des réactions entre un projectile simple (nucléon ou composite léger) et un noyau lourd, pour lesquelles, le nombre d'éjectiles (de cascade) étant faible, on s'attend à ce que la densité nucléaire varie peu et à ce que champ moyen ne subisse que des faibles variations. De plus, à la même période, ce type de réactions, appelées "réactions de spallation", a subi un regain d'intérêt dans le cadre des recherches sur les réacteurs sous-critiques (voir chapitre 1).

En conséquence, le modèle de cascade de Liège a souvent été appliqué à de telles réactions. Le prédécesseur direct du code que j'ai utilisé voit ainsi le jour dans la seconde moitié des années 90 [50, 51]. L'optique suivie pour son élaboration fut de ne pas se contenter de modifications empiriques, par exemple via l'introduction de paramètres libres dont les valeurs seraient ajustées, mais de tenter d'améliorer la description physique contenue dans le modèle, de la rendre plus proche du déroulement réel de la réaction. Les modifications apportées pour mener à ce modèle (appelé INCL2)[5] sont les suivantes :

[3] Cette correction phénoménologique est encore effectuée dans les versions actuelles du code. Une justification théorique en est proposée dans [55].

[4] Cette idée a été relancée récemment. Son implémentation est en cours et la nouvelle version du code (INCL5) devrait normalement inclure une routine de percolation.

[5] Une nouvelle version du code (appelée INCL3) apparaît peu après. C'est elle que nous avons utilisé au cours de ce travail. Elle ne diffère que légèrement de la précédente. C'est pourquoi je les groupe ici. La principale évolution tient au traitement des événements pour lesquels l'énergie d'excitation devient négative. Dans INCL2, de tels événements sont autorisés et on pose simplement en sortie une énergie d'excitation nulle. Dans INCL3, au contraire, l'énergie d'excitation ne peut jamais devenir négative et l'événement est stoppé avant que cela ne puisse se produire. La première utilisation d'INCL3 est due à Benlliure et al. [52].

- le branchement systématique d'une routine d'évaporation après la cascade et l'établissement d'un critère d'arrêt "auto-consistant"[6] pour la cascade. La routine d'évaporation utilisant comme données l'état final du noyau laissé par la cascade, un soin particulier a dû être apporté à la détermination de celui-ci, notamment le calcul de l'énergie d'excitation,
- la prise en compte du champ moyen via l'introduction d'un potentiel attractif de type vectoriel ($V_0 = 40\ MeV$),
- l'introduction d'une barrière coulombienne pour le calcul du coefficient de transmission lors de l'émission des éjectiles,
- une nouvelle paramétrisation des sections efficaces élémentaires [53, 54].

Les résultats obtenus pour des énergies incidentes allant de 250 MeV à 2 GeV environ étaient encourageants, à la fois pour les spectres d'émission et les spectres de résidus. Pourtant, quelques défauts systématiques sont observables. La section efficace totale de réaction, qui peut être évaluée par le modèle, est sous-estimée d'environ 25%. Les pics élastique et quasi-élastique sont en général trop faibles et leur largeur à 0^o est par ailleurs sous-estimée. Ces derniers résultats sont a priori surprenants puisque ces pics reprennent en majorité des événements "directs" pour lesquels on s'attend à ce que le traitement par la cascade soit correct.

A la même époque, différentes études préliminaires ont été effectuées (sur les valeurs du temps d'arrêt ou l'implémentation du blocage des collisions par le principe de Pauli par exemple) et des modifications du code ont été envisagées (utilisation de sections efficaces élémentaires "in-medium", effet de cœur, dépendance en énergie du potentiel, réfraction des éjectiles, ajout d'une surface diffuse pour le noyau, conservation du moment angulaire lors des collisions élémentaires, instauration d'un "temps d'hadronisation" entre deux collisions, ajout d'un module de pré-équilibre entre la cascade et le module d'évaporation, etc.) [66].

3.2.3 Apparition de la version actuelle du code : INCL4 (2001)

De toutes les études effectuée à cette époque, la plus prometteuse semblait être l'instauration d'une surface diffuse, qui permettait une augmentation de 30% environ de la hauteur des pics élastique et quasi-élastique. Elle se retrouve donc dans la version la plus récente du code, INCL4, finalisée en 2002. A cette époque, nos travaux étaient déjà bien entamés. C'est pourquoi ceux-ci ont été effectués d'abord avec INCL3, puis seulement avec INCL4. Nous avons donc eu l'occasion de nous rendre compte dans le détail des évolutions entre les deux versions et la plupart d'entre elles seront explicitées dans la description du code. Nous nous contenterons donc ici de les citer [55] :

- l'instauration d'une surface diffuse et de corrélations ($\vec{r},\vec{p}$) pour l'initialisation des nucléon dans le noyau-cible,
- le blocage des collisions par un principe de Pauli dynamique (appelé “Consistent Dynamical Pauli Blocking” dans [55]),
- la suppression explicite des collisions entre spectateurs,
- une amélioration de la dynamique des pions,

[6] Ce néologisme fâcheux est la traduction littérale de “self-consistent”, un mot dont aucun terme français existant ne nous semble capable de rendre exactement le sens.

- l'adaptation du modèle au cas des composites incidents,
- le calcul du moment angulaire du résidu,
- l'adaptation du critère du temps d'arrêt pour tenir compte des modifications ci-dessus,
- une nouvelle méthode de calcul pour l'énergie d'excitation.

Mentionnons également qu'une future version du modèle, INCL5, est d'ores et déjà prévue. Elle devrait normalement présenter les améliorations suivantes :

- l'ajout d'une routine de percolation pour permettre l'émission de composites légers [56],
- l'instauration d'une dépendance en énergie et en isospin du potentiel V_0,
- des modifications pour améliorer le caractère prédictif du modèle à basse énergie.

3.3 Implémentation du code de cascade dans un processus de Monte-Carlo

Bien que le modèle de cascade intranucléaire soit, comme dit précédemment, utilisable pour d'autres types de réactions, nous l'avons uniquement employé dans le cadre de ce travail pour simuler la première phase d'une réaction entre un projectile léger et un noyau. Ces réactions se déroulent en général en deux étapes : une première étape, rapide, au cours de laquelle le projectile perd son énergie incidente via des collisions binaires avec les nucléons de la cible, puis une étape plus lente au cours de laquelle l'énergie d'excitation résiduelle est dissipée par évaporation. La simulation numérique de ces réactions est également divisée en deux étapes. La première est prise en charge par le modèle de cascade intranucléaire INCL proprement dit, la deuxième par une routine d'évaporation. Citons par exemple les routines de Dresner [57], ABLA [58] ou GEM [59, 60].

Au sens strict, la traduction informatique du modèle INCL comprend donc uniquement la routine `PNU` prenant en charge la simulation de la cascade, ainsi que les sous-routines et fonctions nécessaires à son bon fonctionnement (`COLLIS, DECAY, PAULI, LOREN, TIME, STOT, SEL`, etc.). C'est sous cette forme qu'elle est intégrée aux codes de transport de type LAHET ou MCNPX [61].

En pratique cependant, cette routine est souvent utilisée dans le cadre d'un procédé de type Monte-Carlo. Des ensembles intégrant le module de cascade avec un programme d'appel et une routine d'évaporation sont donc disponibles (voir [62] pour INCL4).

Soit une réaction dont nous voudrions évaluer les caractéristiques (sections efficaces, spectres d'émission, multiplicités ou distributions isotopiques par exemple). Dans le cadre d'un procédé Monte-Carlo, ces dernières sont calculées par moyenne d'ensemble, c'est-à-dire à partir d'un large échantillon d'occurrences de la réaction, appelées "runs" ou "événements". Un programme d'appel va lire dans le fichier de données fourni par l'utilisateur les caractéristiques de la réaction à étudier (essentiellement le type de noyau-cible, le type de projectile, l'énergie incidente et le nombre de runs désirés) et générer les événements. Pour chacun d'entre eux, les opérations suivantes sont effectuées :

1. La routine de cascade `PNU` est appelée pour simuler la première partie de la réaction.

2. La routine d'évaporation est ensuite appelée pour simuler la seconde partie de la réaction. Elle utilise comme point de départ l'état du résidu laissé par `PNU` (essentiellement sa masse, sa charge, son impulsion, son énergie d'excitation et son moment angulaire).
3. Les caractéristiques des éjectiles libérés au cours de ces deux étapes ainsi que celles du résidu sont stockées dans un fichier de type *hbook*.

Les événements générés diffèrent par les résultats des tirages aléatoires qui en déterminent l'issue. Dans la phase de cascade, ce sont par exemple l'initialisation des nucléons du noyau, le choix du paramètre d'impact, la détermination des états finaux des collisions binaires, le tirage du temps de vie des résonances Δ, etc. La phase d'évaporation est elle aussi soumise à des tirages aléatoires. En conséquence, chaque événement est unique et leur ensemble permet de reproduire les sections efficaces que l'on désire calculer. Une fois l'exécution du programme terminée, on peut reconstruire ces dernières à l'aide du fichier *hbook* et du logiciel PAW++ du CERN [63]. En général, 150 000 à 200 000 runs suffisent pour obtenir une bonne statistique sur la plupart des grandeurs à calculer.

En particulier, la section efficace totale de réaction (que dans le cadre de la cascade nous appelons parfois abusivement la section efficace totale) est calculée à l'aide de l'équation

$$\sigma_r = \sigma_{géom} \frac{Nbre\ runs\ total\ -\ Nbre\ runs\ transparents}{Nbre\ runs\ total} \tag{3.1}$$

où la section géométrique vaut $\sigma_{géom} = \pi b_{max}^2$ (voir paragraphe 3.5.2).

Les sections efficaces d'émissions pour un éjectile donné sont calculées selon :

$$\frac{d^2\sigma_{éj}}{d\Omega dE} = \frac{dn_{éj}(E,\Omega)}{d\Omega dE} \frac{\sigma_{géom}}{Nbre\ runs\ total} \tag{3.2}$$

où $\frac{dn_{éj}(E,\Omega)}{d\Omega dE}$ est le nombre d'éjectiles total obtenus dans un angle solide $d\Omega$ autour de la direction Ω et pour une énergie comprise entre E et $E+dE$. En pratique, $d\Omega = 2\pi\theta_{moy}d\theta$. Si on intègre cette grandeur par rapport à E et à θ, on obtient

$$\sigma_{éj} =< n_{éj} > \sigma_r$$

où la multiplicité moyenne en éjectiles $< n_{éj} >$ est calculée par rapport au nombre d'événements réels. Il suffit pour s'en convaincre de multiplier haut et bas par $(Nbre\ runs\ total\ -\ Nbre\ runs\ transparents)$.

Nous signalons enfin que l'ensemble des routines et le programme d'appel sont écrits en Fortran 77. Nous invitons le lecteur intéressé par de plus amples informations sur l'utilisation pratique de la cascade à consulter la référence [62].

3.4 Paramètres et données utilisés par le code

Le code traite le problème de la collision entre un nucléon ou un composite léger avec un noyau. En conséquence, les seules données fournies par l'utilisateur sont en général :

- le nombre de masse de la particule incidente A_{inc} (`IA1` dans le code)[7],
- la charge incidente Z_{inc} (`IZ1`)[8],
- la masse du noyau cible A_T (`IA2`)[9],
- la charge du noyau cible Z_T (`IZ2`),
- l'énergie (cinétique) incidente E_{inc}[10] (`TLAB`),
- le nombre de runs (`NRUN` ou `ICOUP` selon les versions).

Certaines autres grandeurs sont formellement laissées libres mais les valeurs standards proposées sont optimisées et il n'est pas conseillé de les modifier pour une utilisation standard du code. Ces grandeurs sont :

- la profondeur du puits de potentiel V_0 (`V0`),
- le facteur global à placer devant le temps d'arrêt de la cascade (`F(6)` ou `FACTEMP`=1) (voir paragraphe 3.5.3),
- le facteur `XFOISA=8`, qui permet de réguler la taille maximale du noyau dans INCL4 (voir paragraphe 3.5.1).

Le code contient en outre un certain nombre de 'clés' correspondant à des options du modèle théoriquement laissées à l'appréciation de l'utilisateur. Une fois encore cependant, la plupart d'entre elles sont fixées par l'usage et ne devraient pas être modifiées pour une utilisation normale. Certaines fourniraient même sans doute des messages d'erreur. Nous les indiquons donc surtout par souci d'exhaustivité.

- `K1` règle le choix du référentiel utilisé. On utilise toujours `K1=5` qui correspond au référentiel du laboratoire. Les autres choix ne sont pas implémentés.
- `K2` permet théoriquement de choisir entre une cinématique relativiste ou non-relativiste mais l'implémentation non-relativiste n'existe pas, ou plus. On utilise donc toujours `K2=0` qui correspond à une cinématique relativiste.
- `K3` autorise (`K3=0`) ou non (`K3=1`) la production de résonances Δ. Les deux possibilités sont implémentées, mais tous les calculs ont été effectués avec `K3=0`. Signalons ici que ce choix ne joue un rôle que pour des énergies incidentes suffisamment élevées (supérieures à 150 MeV environ).
- `K4` détermine le temps de vie des résonances Δ. `K4=0` correspond à un temps de vie nul ($\tau = 0$). Les Δ créés au cours des collisions inélastiques subissent donc instantanément une désexcitation selon $\Delta \rightarrow N\pi$. `K4=1` correspond à un temps de vie infini ($\tau = \infty$). Les Δ ne subissent aucune désintégration avant la fin de la cascade (ils sont néanmoins toujours libres de subir des collisions) et les pions ne sont créés que juste avant le branchement du module d'évaporation. La valeur conseillée est `K4=2`, pour laquelle on attribue aux Δ un temps de vie intrinsèque (au sens de temps propre) choisi aléatoirement selon une loi exponentielle (voir paragraphe 3.5.5).
- `K5` autorise ou non les "particules" Δ à subir des collision élastiques. `K5=0` interdit ainsi les interactions $\Delta N \rightarrow \Delta N$ et $\Delta\Delta \rightarrow \Delta\Delta$. La seule réaction possible pour

---

[7] Ce paramètre vaut 0 dans le cas d'un pion incident.

[8] Ces deux valeurs sont en pratique rassemblées en une seule, le type de particule incidente : $p, n, d, t, {}^3He$ ou ${}^4He$.

[9] T signifie ici "target".

[10] On adopte pour tous les nucléons la convention de désigner par E l'énergie cinétique, par M l'énergie de masse mc^2 et par E_{tot} la somme des deux ($E_{tot} = E + M$).

un Δ est alors la réaction de recombinaison $\Delta N \rightarrow NN$. La valeur conseillée `K5=1` implique quant à elle l'hypothèse suivante $\sigma_{\Delta N,él} = \sigma_{\Delta\Delta} = \sigma_{NN,él}$.

- `K6` indique si une correction est apportée (`K6=1`) ou non (l'option standard `K6=0`) pour garantir la conservation du moment angulaire lors des collisions. Ce point a été étudié en détail dans [50].
- `K7` (ou `NPAULSTR` dans la dernière version INCL4 du code) sert à déterminer l'implémentation utilisée pour le principe d'exclusion de Pauli. `K7=1 (NPAULSTR=0)` correspond à l'implémentation statistique. `K7=2 (NPAULSTR=1)` correspond à l'implémentation stricte. `K7=0 (NPAULSTR=2)` signifie qu'aucun blocage n'est effectué.
- `NOSURF` permet de choisir dans INCL4 le type de modélisation utilisé pour la surface du noyau (nette ou diffuse) ainsi que la valeur du temps d'arrêt de la cascade. La signification précise des différentes valeurs possibles est donnée dans le paragraphe suivant.

Rappelons que le simple utilisateur du code de cascade n'a souvent pas accès à ces paramètres qui, pour la plupart, ne sont pas mentionnés dans les fichiers de données. A la fin de ce chapitre, nous ferons un résumé de ce que nous appelons les versions standards de INCL3 et INCL4, ainsi qu'une liste des valeurs des paramètres auxquelles elles correspondent.

3.5 Structure du code

Nous allons à présent décrire plus en détail le code de cascade proprement dit en suivant l'ordre chronologique de son exécution.

3.5.1 Modélisation et initialisation du noyau

Le modèle INCL modélise le noyau comme un ensemble de nucléons indépendants dans un puits de potentiel de profondeur V_0 (`V0`) constante et identique pour les protons et les neutrons. On suppose le potentiel statique. Cela implique notamment qu'on le suppose indépendant de la masse, de la charge ou des caractéristiques individuelles ou collectives des nucléons (pas d'effets de déformations par exemple). Les nucléons sont répartis à l'intérieur de ce potentiel selon la distribution d'un gaz de Fermi de nucléons indépendants. On suppose la position et l'impulsion de tous les nucléons parfaitement connues à tout moment.

La distribution des nucléons dans l'espace de phase ainsi que la forme du potentiel varient selon les versions du modèle. Regardons d'abord ce qu'il en est pour INCL3.

INCL3

Les Z_T protons et $N_T = A_T - Z_T$ neutrons composant le noyau sont répartis au hasard dans un volume sphérique de rayon R_{noyau}, selon une densité de probabilité uniforme. Le rayon R_{noyau} (`R2`) est pris égal à $r_0 A_T^{\frac{1}{3}}$, avec $r_0 = 1.12\ fm$ (`R02`). Cette valeur correspond numériquement au rayon $R_{\frac{1}{2}}$ de la distribution de Saxon-Woods (aussi appelée distribution de Fermi) couramment utilisée pour représenter la distribution de charge mesurée par diffusion d'électrons [64].

En réalité, la densité nucléaire varie continûment d'une valeur maximale au centre jusqu'à une valeur nulle à grande distance. Dès lors, attribuer une valeur précise au rayon du noyau, comme le fait INCL, est un choix essentiellement arbitraire. Le choix qui a été effectué ici semble a priori raisonnable. Nous verrons cependant qu'il est une des causes de la sous-estimation générale des sections efficaces totales de réaction avec INCL3 qui rend nécessaire une renormalisation a posteriori des sections efficaces calculées. Il est à noter que, si l'on suppose une densité de charge uniforme (comme le fait INCL3), les expériences de diffusion d'électrons suggèrent une taille du noyau donnée par $R_C = (1.2 - 1.3)A^{\frac{1}{3}}\ fm$. Peut-être aurait-il été plus adéquat d'utiliser cette valeur.

Dans l'espace des impulsions $\vec{p}$, les nucléons sont uniformément répartis dans une sphère dont le rayon correspond à l'impulsion de Fermi p_F (`PF`), que l'on pose égale à $270.34\ MeV/c$. Cette valeur, conjuguée au choix de la valeur de R_{noyau}, garantit que la cellule élémentaire que l'on peut associer à chaque nucléon dans l'espace de phase $(\vec{r},\vec{p})$ est environ de volume h^3. En effet, le volume total accessible aux nucléons est

$$(\frac{4}{3}\pi)^2(R_{noyau}p_F)^3 = (\frac{4}{3}\pi)^2 A_T(r_0p_F)^3 \sim \frac{A_T}{4}h^3$$

et chaque cellule (complète) de volume h^3 peut donc contenir 4 nucléons (de spin et isospin différents), et ce quelle que soit sa position. La distribution de densité de population dans l'espace de phase est donc une fonction échelon du type :

$$f(\vec{r},\vec{p}) = A_T\frac{\theta_H(R_{noyau}-r)\theta_H(p_F-p)}{(\frac{4\pi}{3})^2R^3_{noyau}p^3_F} \sim \frac{4}{h^3}\theta_H(R_{noyau}-r)\theta_H(p_F-p) \tag{3.3}$$

où θ_H est la fonction "échelon" de Heaviside ($\theta_H(x) = 0$ si $x < 0$ et $\theta_H(x) = 1$ si $x \geq 0$).

Les énergies et les masses sont exprimées dans le programme en MeV, les impulsions en MeV/c. La masse du nucléon (proton ou neutron) m_N vaut ainsi `FMP`$= m_Nc^2 = 938.2796\ MeV$. L'énergie de Fermi (`TF`) vaut $T_F \equiv E_F = \sqrt{p_F^2c^2 + m_N^2c^4} - m_Nc^2$, soit $38.17\ MeV$.

Il faut ensuite garantir la stabilité du noyau ainsi formé. Autrement dit, si on laisse évoluer librement les nucléons sans influence extérieure, la configuration choisie ne doit pas être modifiée en moyenne (sur l'ensemble des runs). Pour ce faire, le code INCL3 considère un puits de potentiel vecteur[11] carré de symétrie sphérique, de profondeur constante V_0 (`V0`) et dont le rayon égal au rayon du noyau :

$$V(\vec{r}) = -V_0\ \theta_H(R_{noyau} - |\vec{r}|).$$

Par défaut, le programme utilise la valeur $V_0 = 45\ MeV$. Cette valeur garantit une énergie de séparation élémentaire par nucléons égale à $V_0 - T_F$, soit environ $7\ MeV$. Cette valeur est supposée identique pour tous les noyaux. Le potentiel étant supposé constant, les nucléons, en l'absence de collisions avec d'autres nucléons, s'y déplacent en ligne droite.

[11]Nous entendons ici le terme de potentiel vecteur au sens de Lorentz. Cela signifie en pratique que, dans un repère où le potentiel est au repos, il intervient dans la relation énergie-impulsion des nucléons qu'il influence sous la forme $E_{tot} = \sqrt{p^2 + m^2} + V$.

INCL4

Le modèle a été adapté pour tenir compte d'une densité nucléaire dotée d'une surface diffuse, plus réaliste. Le modèle INCL4 utilise une distribution de Saxon-Woods tronquée à grande distance[55] :

$$\begin{cases} \rho(r) = \frac{\rho_0}{1+\exp(\frac{r-R_0}{a})} & pour\ r < R_{max} \\ \rho(r) = 0 & sinon \end{cases} \tag{3.4}$$

Les paramètres utilisés si $A_T > 28$ sont

$$R_0 = (2.745 * 10^{-4} A_T + 1.063) A_T^{\frac{1}{3}}\ fm,$$

$$a = 0.510 + 1.63 * 10^{-4} A_T\ fm$$

et

$$R_{max} = R_0 + 8a.$$

La valeur de ρ_0 est déterminée par la normalisation suivante :

$$\int_0^{R_{max}} \rho(r) d\vec{r} = A_T.$$

Ces valeurs de R_0 et a ont été déterminées à l'aide de mesures de diffusion d'électrons. La valeur de R_0 est, dans le cas d'un noyau de ^{208}Pb, identique à celle utilisée par INCL3.

La troncation à grande distance de la densité $\rho(r)$ est nécessaire pour éviter de se retrouver lors de la simulation avec des nucléons très éloignés du centre du noyau. Le facteur 8 placé devant le facteur de diffusivité a (`ADIF`) est en fait la valeur par défaut d'un paramètre laissé en entrée (`XFOISA`) dans le fichier de données.

La distribution en impulsion correspond à celle d'un gaz de Fermi, comme dans INCL3. Les deux distributions (en $\vec{r}$ et en $\vec{p}$) ne peuvent cependant plus être générées indépendamment à cause de l'introduction du potentiel nucléaire. Il est souhaitable de choisir un puits carré, ce qui permet de calculer a priori l'instant où les événements élémentaires (réflexions et collisions) sont prévus et donc d'effectuer la propagation des nucléons entre ces événements en un seul pas de temps. Cependant, ce puits ne peut pas être unique, sinon la distribution en $\vec{r}$ ne serait pas stable (invariante) en l'absence de collisions : elle tendrait naturellement vers une distribution uniforme. L'idée est donc d'utiliser un puits carré avec un rayon $R(p)$ dépendant du module de l'impulsion $p = |\vec{p}|$: les nucléons avec une petite impulsion sont confinés dans un puits de potentiel de faible étendue et se propagent donc moins loin que les nucléons avec une grande impulsion, en accord avec les modèles de particules indépendantes dans un potentiel de Saxon-Woods. Cette variation de la valeur du rayon en fonction de l'impulsion permet de générer naturellement les variations de densité $\rho(r)$ et de garantir sa stabilité en l'absence de collisions.

Cette fonction $R(p)$ doit correspondre à la densité $\rho(r)$ choisie. Nous supposons que les nucléons avec une impulsion dont le module est compris entre p et $p + dp$ se meuvent dans une sphère de rayon $R(p)$ et contribuent à la densité par une tranche $d\rho$. Pour trouver la fonction $R(p)$, on requiert que le nombre de nucléons dans la tranche $d\rho$ soit le même que

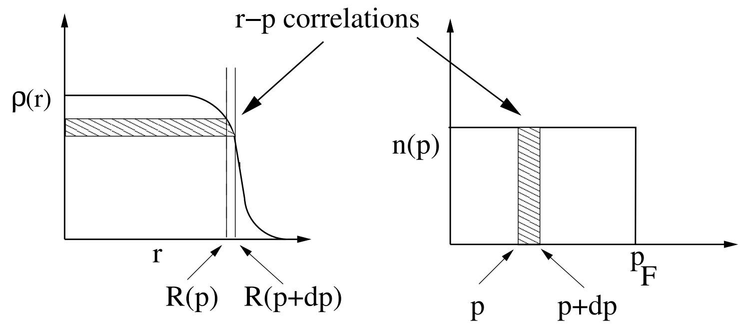

FIG. 3.1: Illustration des corrélations $r - p$ choisies. Les zones hachurées dans les deux graphes contiennent le même nombre de nucléons. Voir texte pour détails. Cette figure est tirée de la référence [55].

dans la tranche dp (voir figure 3.1). Le point important est que $d\rho = \rho(R(p+dp)) - \rho(R(p))$ puisque l'on veut que la somme des "tranches horizontales" redonne la fonction de densité $\rho(r)$. Exprimant l'égalité du nombre de nucléons dans les deux "tranches", nous avons

$$\left[-\frac{d\rho(r)}{dr}\bigg|_{r=R(p)} dR(p)\right]\frac{4\pi}{3}R^3(p) = A_T\frac{4\pi p^2 dp}{\frac{4\pi}{3}p_F^3}, \tag{3.5}$$

où le terme entre crochets correspond à $d\rho$. En intégrant la relation précédente et en imposant que $R(0) = 0$, nous obtenons l'équation

$$\left(\frac{p}{p_F}\right)^3 = -\frac{4\pi}{3A_T}\int_0^{R(p)}\frac{d\rho(r)}{dr}r^3 dr, \tag{3.6}$$

qui permet de déterminer la variation du rayon $R(p)$ en fonction de l'impulsion. La fonction $R(p)$ est croissante et on montre facilement que $r(p_F) = R_{max}$. Balayer l'ensemble des "tranches horizontales" $d\rho$ de haut en bas revient donc à balayer les tranches dp de gauche à droite. Bien que la fonction $R(p)$ définie par l'équation (3.6) donne des valeurs supérieures à R_{max} lorsque $p > p_F$, le code utilise en pratique $R(p) = R_{max}$ pour $p \geq p_F$.

Des valeurs de la fonction $R(p)$ sont calculées à l'aide de l'équation (3.6) pour quelques dizaines de valeurs de p lors de l'initialisation de la cascade et stockées dans les vecteurs `XX` et `YY`. Les valeurs intermédiaires sont calculées au cours de la simulation par interpolation linéaire (grâce à la sous-routine `FLIN`).

Le fait de placer les nucléons d'impulsion $\vec{p}$ aléatoirement dans un potentiel sphérique de rayon $R(p)$ introduit des corrélations $r - p$ et la distribution initiale des nucléons dans l'espace de phase est donnée par :

$$\frac{dn}{d^3\vec{r}d^3\vec{p}} = f(\vec{r},\vec{p}) = A_T\frac{\theta_H(R(p)-r)\theta_H(p_F-p)}{(\frac{4\pi}{3})^3R^3(p)p_F^3}, \tag{3.7}$$

avec $r = |\vec{r}|$ et $p = |\vec{p}|$. Il est facile de montrer que cette expression assure à la fois une distribution spatiale en $\rho(r)$ et une distribution uniforme en impulsion, comme attendu :

$$\int f(\vec{r},\vec{p})d^{3}\vec{p} = \rho(\vec{r})$$

et

$$\int f(\vec{r},\vec{p})d^{3}\vec{r} = A_T \frac{\theta_H(p_F - p)}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)p_F^3}.$$

Cette modélisation garantit donc une bonne distribution moyenne en position et en impulsion. En particulier, nous verrons que la représentation réaliste du profil de densité permet une très bonne reproduction des sections efficaces totales de réaction à haute énergie. De plus, les corrélations position-énergie sont correctement représentées, en ce sens que les nucléons peuplant les régions périphériques du noyau sont bien ceux qui disposent de la plus grande énergie totale. En revanche, les corrélations position-impulsion ne correspondent pas à la réalité. En effet, dans notre modèle, les nucléons présents à la périphérie du noyau ont une impulsion proche de l'impulsion de Fermi alors qu'en réalité, les nucléons proches de la surface du noyau sont caractérisés par une énergie cinétique et une impulsion faibles. Comme expliqué dans l'appendice B, l'équation (3.7) garantit en outre la stabilité du noyau.

La fonction $R(p)$ est représentée sur la figure 3.2 pour un noyau de ^{208}Pb. On constate qu'elle est monotone croissante, que $R(0) = 0$ et que $R(p_F) = R_{max}$. Pour les valeurs extrêmes de l'impulsion, $R(p)$ subit une croissance très rapide, avec une augmentation plus lente aux valeurs intermédiaires. On peut voir l'aire sous la courbe de la figure 3.2 comme la partie de l'espace de phase initialement accessible aux nucléons de la cible. Cette situation est à comparer à celle rencontrée dans INCL3, où la valeur maximale autorisée de $|\vec{r}|$ était la même pour tous les nucléons, quelle qu'en soit l'impulsion. Elle valait, à titre de comparaison $R_{noyau} = 1.12A^{\frac{1}{3}}$, soit $6.637\ fm$ pour le ^{208}Pb.

En pratique, l'initialisation des nucléons s'effectue selon le processus suivant :

1. L'impulsion $\vec{p}$ est tirée au hasard dans une sphère de rayon p_F.
2. $R(p)$ est calculée selon la relation (3.6).
3. La position $\vec{r}$ est tirée au hasard dans une sphère de rayon $R(p)$.

Notons qu'aucun contrôle n'est prévu pour garantir événement par événement une position du centre de masse du noyau au centre du puits de potentiel ou une impulsion totale nulle. En général, nous avons donc $\sum_{i=1}^{A_T} \vec{r_i} \neq 0$ et $\sum_{i=1}^{A_T} \vec{p_i} \neq 0$ bien que les égalités soient évidemment vérifiées en moyenne. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 4.4.4, mais nous pouvons déjà dire que, l'effet de la moyenne aidant, cette absence de contrôle n'a que peu d'influences sur les résultats obtenus.

Définition des variables liées aux différentes particules

On définit, dans le repère du laboratoire, un système d'axes dont l'origine est placée au centre du puits de potentiel. L'axe $\vec{e_3}$ est dirigé dans le même sens que le faisceau incident. On définit pour tous les nucléons (y compris ceux provenant du projectile incident) et les Δ, les grandeurs suivantes :

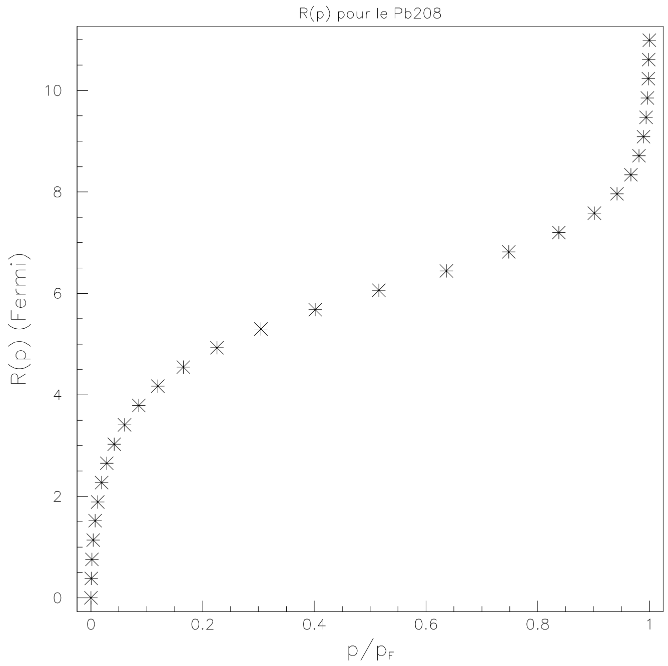

FIG. 3.2: Allure de la fonction $R(p)$ pour un noyau de ^{208}Pb

- X1,X2,X3 : les coordonnées cartésiennes du vecteur position $\vec{r}$,
- P1,P2,P3 : les coordonnées cartésiennes du vecteur impulsion $\vec{p}$,
- EPS : la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie de masse[12].

Nous définissons également les marqueurs suivants :
- IND1 : une valeur nulle indique un nucléon, une valeur de 1 indique un Δ.
- IND2 correspond à deux fois la composante I_z de l'isospin,

Type de particule	IND2$= 2 * I_z$
n	-1
p	+1
Δ^{++}	+3
Δ^{+}	+1
Δ^{0}	-1
Δ^{-}	-3

- NESC : une valeur nulle indique un nucléon se trouvant à l'intérieur du puits de potentiel, une valeur de 1 indique un nucléon ayant été émis (ou bien, dans le cas d'un projectile composite, n'ayant pas encore pénétré dans le noyau),
- JPARTICIP indique si le nucléon est participant (valeur >0) ou spectateur (valeur nulle)[13].

Les pions ont, pour des raisons historiques, un statut un peu différent. Ils ne sont notamment pas stockés dans les mêmes vecteurs que les autres particules (nucléons et résonances Δ). Les coordonnées de leur position et de leur impulsion sont par exemple conservées dans les vecteurs Y1,Y2,Y2 et Q1,Q2,Q3, respectivement. Leur énergie est stockée dans la variable Q4. Leurs numéros d'ordre sont donc choisis indépendamment de ceux des nucléons.

3.5.2 Modélisation et initialisation du projectile

Dans le code, les nucléons provenant du projectile incident sont toujours désignés par les numéros d'ordre les plus bas (1 pour un proton ou un neutron, 1 et 2 pour un deuton, etc.).

Proton ou neutron incident

Partant de l'énergie cinétique incidente E_{inc} (TLAB) et de la masse incidente (FMPINC, exprimée en MeV), ici égale à $m_N c^2$, on déduit les grandeurs suivantes :
- le paramètre $\beta_{inc} = \frac{v_{inc}}{c} = \frac{\sqrt{E_{inc}^2 + 2E_{inc} m_N c^2}}{E_{inc} + m_N c^2}$ (BINC),
- le paramètre $\gamma_{inc} = (1 - \beta_{inc}^2)^{\frac{-1}{2}}$ (GINC),
- l'impulsion incidente $p_{inc} = \gamma_{inc} m_N v_{inc}$ (PINC, en MeV/c).

Le paramètre d'impact b (B) est tiré selon une loi linéaire en b, ce qui revient à dire que le faisceau incident de particules est supposé présenter une densité homogène dans la section droite du faisceau incident. La valeur maximale choisie b_{max} (BMAX) est le rayon du noyau

[12] L'énergie totale est donc égale à EPS-V0 pour peu que le nucléon se trouve à l'intérieur du noyau.

[13] Cette distinction est primordiale puisque les collisions entre deux nucléons spectateurs sont interdites par le modèle.

R_{noyau} dans INCL3 et R_{max} dans INCL4, auquel on ajoute le rayon quadratique moyen du projectile si celui-ci est un composite. Le code ne génère donc pas d'événements pour $b > R_{max}$, même si ceux-ci pourraient fournir des événements non transparents puisque la distance d'interaction $\sqrt{\frac{\sigma_{réac}(s)}{\pi}}$ est non-négligeable. Ce problème se pose principalement pour INCL3 puisque, pour INCL4, la densité nucléaire en $r \sim R_{max}$ est très faible.

Au début du run, le nucléon incident est placé à l'intérieur du noyau au point d'incidence, soit au premier point d'intersection de la trajectoire incidente et de la surface extérieure du noyau. Le système présentant une symétrie cylindrique autour de l'axe incident, on décide pour INCL3 de placer le point d'incidence sur l'axe $\vec{e_1}$. Les coordonnées du vecteur position au début du run sont donc $(b, 0, -\sqrt{R^2_{noyau} - b^2})$. Dans INCL4, malgré ces considérations de symétrie, on tire au hasard l'angle azimutal d'entrée. On a donc $(b \cos\phi, b \sin\phi, -\sqrt{R^2_{max} - b^2})$.

En $t = 0$, l'énergie $E_{inc,tot}$ `EPS(1)` du nucléon incident vaut $\gamma_{inc} mc^2 + V_0$. On en déduit l'impulsion correspondante $\vec{p} = \sqrt{(E_{inc,tot} + V_0)^2 - m_N c^2} \vec{e_3}$.

Pion incident

Le processus est essentiellement le même, avec bien évidemment une valeur différente de la masse incidente (`FMPINC` vaut $m_\pi = 138\ MeV$). Les pions sont de plus supposés être insensibles au potentiel V_0.

Composite incident

La version la plus récente INCL4 du code permet de traiter le cas de projectiles composites légers $(d, t, {}^3He, {}^4He)$. Le processus d'initialisation est alors légèrement plus complexe. Le code commence par décrire le composite dans le repère de son centre de masse. Soit $A_{inc} \leq 4$ (`IA1`), le nombre de masse du projectile incident. La position des $A_{inc} - 1$ premiers nucléons est tirée selon une probabilité gaussienne dont la largeur est choisie de telle sorte que le rayon quadratique moyen `RMS1` est égal au rayon quadratique moyen de charge a :

$$\rho(r) = exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right).$$

De même, les impulsions sont générées selon une probabilité gaussienne dont la largeur provient de la littérature, sauf pour le deuton pour lequel on utilise la paramétrisation provenant du potentiel dit "de Paris" [65]. La figure 3.3 représente la distribution en impulsion utilisée pour initialiser le deuton. On remarque une contribution non négligeable des impulsions supérieures à 300 MeV/c. Ce choix permet notamment une meilleure reproduction des spectres de haute énergie, comme expliqué dans [55] et au chapitre 8. Les valeurs numériques des largeurs caractéristiques des gaussiennes utilisées sont reprises dans la table 3.1.

Après l'initialisation des $A_{inc} - 1$ premiers nucléons, la position et l'impulsion du $A^{ème}_{inc}$ nucléon sont choisies de telle sorte que l'impulsion totale soit nulle dans le repère du centre de masse et que la position du centre de masse se situe à l'origine dans le même repère.

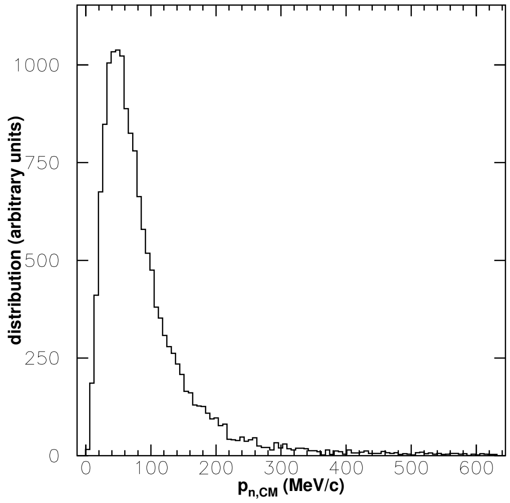

FIG. 3.3: Distribution de l'impulsion des deux nucléons formant le deuton, dans le centre de masse de ce dernier et en accord avec selon le potentiel de Paris ($|p_{n,\vec{C}M}| = |p_{p,\vec{C}M}|$).

Particule	$\sqrt{< r^2 >}$ (fm)	$\sqrt{< p^2 >}$ (MeV/c)
d	2.1	77
t	1.8	110
^3He	1.8	110
^4He	1.63	153

TAB. 3.1: Largeurs caractéristiques des gaussiennes utilisées pour initialiser les composites incidents. La valeur de $\sqrt{< p^2 >}$ donnée pour le deuton n'est pas utilisée en pratique (voir texte).

Il faut ensuite “booster” le projectile avec l'énergie incidente choisie et exprimer les valeurs finales de l'impulsion et de la position dans le repère du laboratoire, tout en respectant la condition suivante :

$$\sum_{i=1}^{A_{inc}} E_i + A_{inc} m_N c^2 = E_{inc} + M_{inc}, \tag{3.8}$$

où nous notons M_{inc} l'énergie de masse $A_{inc} m_N c^2$. Cette condition peut également s'écrire sous la forme

$$\sum_{i=1}^{A_{inc}} E_i = E_{inc} - E_{liaison,inc}. \tag{3.9}$$

La valeur du membre de droite est fixée par l'utilisateur tandis que celle du membre de gauche varie avec les valeurs obtenues lors de l'initialisation du projectile incident pour les impulsions dans le centre de masse des A_{inc} nucléons qui le composent. En conséquence, cette égalité n'est en général pas vérifiée et l'impulsion des nucléons incidents doit être recalculée (ce qui nécessite dans certains cas d'effectuer des itérations). Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 8.4.1.

Une implémentation spécifique a par ailleurs été prévue pour les cas où l'énergie incidente est tellement faible (en fait inférieure à l'énergie de liaison du composite) que l'égalité (3.9) ne peut être vérifiée. On associe dans ce cas à chaque nucléon une énergie totale égale à $\frac{E_{tot,inc}}{A_{inc}} = \frac{E_{inc}+M_{inc}}{A_{inc}}$ et une impulsion $\vec{p} = \frac{p_{inc}}{A_{inc}}$, ce qui revient à négliger l'énergie de liaison.

Au début de l'événement, le premier nucléon à atteindre la surface du noyau-cible est placé juste à l'intérieur du puits de potentiel (à un distance R_{max} du centre) et son énergie cinétique est augmentée de V_0, exactement comme dans le cas d'un proton ou d'un neutron incident. Si la géométrie s'y prête, les $A_{inc} - 1$ autres nucléons incidents pénètreront dans la noyau en cours de cascade.

3.5.3 Calcul du temps de coupure de la cascade

Le choix du temps d'arrêt de la cascade est en général assez arbitraire dans les modèles de cascade. Pour le modèle de Bertini par exemple, la cascade s'arrête lorsque tous les nucléons ont une énergie inférieure à une valeur seuil fournie par l'utilisateur. De tels critères introduisent une part d'arbitraire et leur traduction en termes temporels est délicate [66].

De ce point de vue, le modèle de Liège, qui permet de suivre naturellement l'évolution de la réaction au cours du temps, présente un avantage certain. L'optique suivie au cours de sa conception a été de faire déterminer au modèle de cascade lui-même le temps après lequel il devait être arrêté. Pour cela, quelques réactions représentatives ont été étudiées. Pour chacune d'entre elles, les valeurs de certaines grandeurs indicatrices de la dynamique de la réaction ont été mesurées à différents stades d'avancement de la cascade. Parmi ces grandeurs, citons l'énergie d'excitation, sa dérivée temporelle, l'énergie cinétique moyenne des particules émises et une grandeur construite pour mesurer l'anisotropie de l'impulsion des nucléons [50, 55]. Les résultats obtenus indiquent que, si on laisse la cascade se dérouler suffisamment longtemps, l'évolution (moyennée sur un grand nombre d'événements) de chacune de ces grandeurs présente un point où, après avoir subi des variations rapides, elle se met à varier plus lentement (voir figure 3.4). Ainsi, l'énergie d'excitation commence à diminuer moins rapidement, de même que l'énergie moyenne des éjectiles. De plus, à peu près au même moment, l'anisotropie des impulsions se résorbe, ce qui indique un perte de mémoire par le noyau cible de la direction incidente. On s'attend donc à ce qu'à partir de cet instant (marqué d'une flèche sur la figure 3.4), seuls des nucléons de faible énergie soient émis et qu'ils le soient de manière isotrope. De telles émissions sont bien rendues par un processus de type évaporatif. Il apparaît donc naturel de choisir ce point comme temps d'arrêt de la cascade.

Dès lors, sur base de ces analyses, le temps d'arrêt à utiliser `TEMFIN` a été exprimé comme une fonction du paramètre d'impact b, du type de la particule incidente et de la masse du noyau A_T. Sa valeur est calculée, pour chaque événement, juste après l'initialisation du projectile. La possibilité a été laissée à l'utilisateur de le modifier à l'aide du facteur correctif `FACTEMP`.

INCL3

Pour un nucléon incident, le temps d'arrêt est donné par l'équation [66] :

$$t_{stop} = 1.25 * \frac{X(E_{inc})}{Max(1, 0.854 + 0.438 * \frac{b}{R_{noyau}})} * A_T^{\frac{Y(E_{inc})}{Max(1,0.941+0.177*\frac{b}{R_{noyau}})}} \tag{3.10}$$

Les expressions des coefficients $X(E_{inc})$ et $Y(E_{inc})$ sont données dans la table suivante :

E_{inc} (MeV)	$X(E_{inc})$	$Y(E_{inc})$
$0 < E_{inc} < 400$	$6.86 - 0.0035E_{inc}$	$0.32 - 0.00005E_{inc}$
$400 < E_{inc} < 1000$	$5.23 + 0.000575E_{inc}$	$0.32 - 0.00005E_{inc}$
$1000 < E_{inc} < 2000$	$5.73 + 0.00007E_{inc}$	$0.283 - 0.000013E_{inc}$

Pour les pions incidents, la paramétrisation utilisée est

$$t_{stop} = 30 * \left(\frac{A_T}{208}\right)^{0.25} * (1 - 0.2\frac{b}{R_{noyau}}) * (1 - \frac{E_{inc}}{1250}),$$

qui n'est évidemment valable que pour des énergies incidentes suffisamment basses (inférieures à 500 MeV environ).

INCL4

Vu l'introduction d'une surface diffuse dans INCL4, on s'attend à ce que l'évolution de la cascade au cours du temps soit différente et à ce que la paramétrisation du temps d'arrêt s'en ressente.

La clé `NOSURF` permet ainsi à l'utilisateur de choisir la modélisation de la surface qu'il souhaite utiliser et le temps d'arrêt correspondant. Pour des projectiles non composites, nous avons :

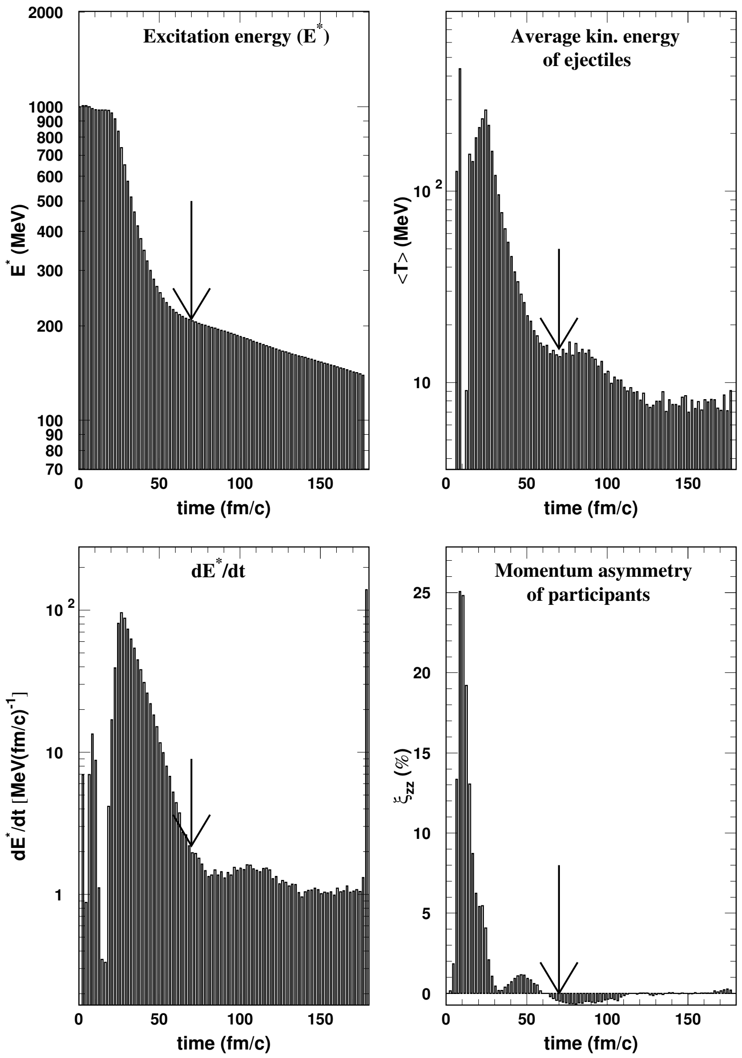

Fig. 3.4: Evolution moyenne au cours du temps de quelques grandeurs caractéristiques de la réaction $p +^{208} Pb$ à 1 GeV. Partant d'en haut à gauche, dans le sens des aiguilles d'une montre, nous avons successivement, l'énergie d'excitation du noyau, l'énergie cinétique moyenne des éjectiles, une grandeur qui mesure de l'asymétrie dans les impulsions individuelles des nucléons (voir [55] pour son expression exacte) et la variation temporelle de l'énergie d'excitation. La flèche indique le temps d'arrêt choisi. Cette figure est reproduite de la référence [55].

- `NOSURF=-2` est la valeur par défaut. La surface est diffuse. Puisque la distance à parcourir à l'intérieur du noyau est sensiblement allongée par l'augmentation du rayon théorique R_{max} de ce dernier, on s'attend à ce que les valeurs de t_{stop} soient notablement plus élevées que pour INCL3. De plus, le projectile étant placé en début de run à plus grande distance du centre du noyau, on s'attend à ce que les dépendances en b et E_{inc} soient atténuées. En pratique, on utilise la paramétrisation suivante, qui ne fait intervenir aucune dépendance en b ou en E_{inc} [55] :

$$t_{stop} = f_{stop} t_0 \left(\frac{A_T}{208}\right)^{0.16}, \tag{3.11}$$

où $f_{stop} = 1$ et $t_0 = 70\ fm/c$.
- `NOSURF=-1` : La surface est diffuse. On reprend la paramétrisation de INCL3 mais en lui appliquant un facteur correctif global $70/30.6349 = 2.285$ pour tenir compte de l'effet de l'agrandissement du noyau.
- `NOSURF=0` : La surface est diffuse. Le calcul de t_{stop} se fait comme pour `NOSURF=-1` mais en prenant b/R_{noyau} (`BRED`) égal à 0 dans l'équation (3.10).
- `NOSURF=1` : La densité présente une surface nette (comme pour INCL3). On reprend la paramétrisation de INCL3.

Pour des projectiles composites, la paramétrisation est la même mais on y introduit l'énergie incidente *par nucléon*. Aucune autre dépendance en A_{inc} n'est implémentée.

3.5.4 Création de la matrice des temps

Une des caractéristiques du modèle de cascade de Liège est qu'il reproduit naturellement l'évolution temporelle de la réaction. Les événements élémentaires[14] composant cette dernière sont envisagés chronologiquement. Pour ce faire, le code crée ce qu'on appelle la matrice des temps, qui contient tous les avatars a priori envisageables ainsi que les temps auxquels ils sont censés se produire. Elle se compose de trois vecteurs (`IND, JND` et `CROIS`) de longueur `K` égale au nombre total d'avatars. Pour chaque avatar, les vecteurs `IND` et `JND` indiquent quels sont les nucléons concernés tandis que `CROIS` contient le temps auquel il est prévu. Tous les temps sont exprimés en fm/c.

Les avatars envisagés par le modèle sont :

1. Une collision entre deux nucléons. Le programme prend en compte les collisions élastiques ($NN \to NN$, $N\Delta \to N\Delta$ et $\Delta\Delta \to \Delta\Delta$) et inélastiques. Ces dernières sont supposées se dérouler via la création ou l'annihilation d'une résonance Δ ($NN \leftrightarrow N\Delta$). On néglige les réactions $N\Delta \to \Delta\Delta$. `IND` et `JND` contiennent les numéros d'ordre des deux nucléons impliqués (`JND` $<$ `IND`). `CROIS` contient le temps auquel ces derniers atteindront leur distance minimale d'approche, pourvu que celle-ci soit inférieure à la distance d'interaction d_{int} prise égale à $\sqrt{\frac{\sigma_{tot}(s))}{\pi}}$, où σ_{tot} est la section

[14] Afin d'éviter la confusion que ce terme pourrait générer dans l'esprit du lecteur avec les événements (runs) utilisés dans le cadre d'un processus de Monte-Carlo, nous utiliserons pour désigner ces événements élémentaires ou micro-événements le terme d'*avatars*, qui est employé dans ce sens par les concepteurs du code.

efficace totale de réaction pour la paire de nucléons envisagée et s l'énergie totale dans le centre du masse du système des deux nucléons. Pour des énergies supérieures à 100 MeV, d_{int} est de l'ordre de 1 fm (un peu plus grand pour une collision np que pour une collision pp ou nn). La distance d'interaction d'approche diverge pour les faibles impulsions relatives. Le problème sera, comme nous allons le voir au paragraphe suivant, contourné par l'instauration d'une énergie minimale de collision. Le code n'envisage pas la possibilité que les deux nucléons puissent interagir avant d'atteindre leur distance relative minimale.

Dans un premier temps, toutes les collisions possibles entre les nucléons étaient envisagées. Rapidement cependant, une distinction a été effectuée entre ce que nous avons appelé les nucléons participants et les nucléons spectateurs. Sont participants le nucléon incident et tout nucléon ayant subi une collision avec un autre nucléon participant. Tous les autres nucléons sont supposés spectateurs. Le marqueur `JPARTICIP` permet de distinguer ces deux types de nucléons. Tous les pions sont participants. Dans les dernières versions du programme, seules les collisions faisant intervenir au moins un nucléon participant sont comprises dans la matrice des temps. Ce choix revient à interdire toute collision entre deux nucléons spectateurs. Il est rendu nécessaire par le fait que, si les collisions entre nucléons spectateurs étaient autorisées, l'implémentation stochastique du principe de Pauli (introduite au prochain paragraphe) pourrait mener dans certains cas un noyau non perturbé à émettre des nucléons.

2. Une collision entre un pion et un nucléon : $N\pi \rightarrow \Delta$. La collision n'est envisagée que si l'énergie s du système $\pi - N$ dans son centre de masse est supérieure à $m_\pi c^2 + m_N c^2 + 40\ MeV$ (soit 1117 MeV) et inférieure à 3000 MeV (au-dessus de cette valeur, la paramétrisation de la section efficace choisie n'est plus valable [53]). Le critère de collision est analogue à celui utilisé pour deux nucléons : $d < \sqrt{\frac{\sigma_{\pi N}(s)}{\pi}}$. `JND` contient alors le numéro d'ordre du nucléon et `IND` contient le numéro d'ordre du pion[15].

3. La réflexion d'un nucléon sur la surface nucléaire ou sa transmission à travers celle-ci. Le vecteur `IND` contient alors le numéro du nucléon concerné et l'élément correspondant du vecteur `JND` est fixé égal à -1. Le temps auquel le nucléon atteint la surface du noyau est calculé grâce à la sous-routine `REF` et stocké dans le vecteur `CROIS`. Rappelons que, dans INCL3, la surface est située à une distance R_{noyau} du centre du puits de potentiel sphérique pour tous les nucléons et que, dans INCL4, sa position varie selon l'impulsion du nucléon considéré selon la loi $R(p)$. Lorsque $p > p_F$, la collision est supposée se dérouler en $|\vec{r}| = R(p_F) = R_{max}$.

4. La désintégration d'une "particule" Δ ($\Delta \rightarrow N\pi$). `IND` contient alors le numéro d'ordre du Δ dont la désexcitation est prévue et l'élément correspondant de `JND` est fixé à 0. `CROIS` contient le temps auquel la désintégration est prévue.

Pour des réactions nucléon-noyau, seuls les avatars de type 1 et 3 peuvent exister lors de l'initialisation de la matrice des temps. Remarquons également que le seul avatar envisagé

[15] Comme dit précédemment, les numéros d'ordre des pions sont choisis indépendamment de ceux des nucléons. Pour le remplissage de la matrice des temps, on leur attribue néanmoins un numéro d'ordre compatible avec celui des nucléons. Sa valeur est toujours supérieure à $A_{inc} + A_T$.

pour les pions est la collision avec un nucléon. Les collisions entre deux pions sont négligées et les transmissions/réflexions sont négligées puisque l'on n'introduit pas de potentiel pour les pions (les propriétés de ce dernier sont encore mal connues).

3.5.5 Etude des avatars

Après cette initialisation de la matrice des temps, le processus de cascade proprement dit peut commencer. Le programme va chercher le premier avatar dans l'ordre chronologique, c'est-à-dire celui présentant la plus petite valeur de `CROIS` (appelons-la t_{min}). Les valeurs correspondantes de `IND` et `JND` sont placées dans les variables `L1` et `L2` respectivement. On donne aux positions et aux impulsions de tous les nucléons leur valeur pour $t = t_{min}$. L'existence de la matrice des temps permet ainsi de passer d'un avatar à l'autre en un seul pas de temps.

Après l'étude de chaque avatar (que celui-ci ait été effectivement réalisé ou non), la matrice des temps est remise à jour. Les entrées faisant intervenir un nucléon ayant vu son état modifié au cours de l'étude sont effacées et des nouvelles valeurs des temps `CROIS` sont recalculées pour tous les événements envisageables impliquant ce nucléon (réflexions, collisions et désintégration s'il y a lieu), à l'exception d'une nouvelle collision pour le couple `(L1,L2)`. On interdit ainsi à un couple de deux nucléons de subir deux collisions successives (sauf si un des deux nucléons a subi entre-temps une réflexion ou une autre collision).

Intéressons-nous à présent aux différents types d'avatars.

Collision entre deux nucléons

Paramétrisation des sections efficaces utilisées Dans un premier temps, la collision entre deux nucléons est supposée se dérouler comme dans l'espace libre. Ce n'est qu'a posteriori que les effets de milieu entrent en jeu via une vérification du principe d'exclusion de Pauli et un éventuel blocage de la collision. En conséquence, la réalisation des collisions entre deux nucléons se base sur les sections efficaces dans l'espace libre. Sur base des données expérimentales disponibles, celles-ci ont été paramétrées sous la forme de fonctions simples de l'impulsion [53] :

- La section efficace totale est calculée par la fonction `STOT`. Les sections $\sigma_{nn} = \sigma_{pp}$ et σ_{np} sont représentées sur les figures 1 et 2 de la référence [53] et reproduites dans l'annexe C. Leur comportement est à peu près identique. Elles divergent pour les faibles valeurs de p_{lab}, atteignent un minimum de l'ordre de 25 mb entre 0.5 et 1 GeV/c (soit pour une énergie cinétique dans le centre de masse E_{CM} comprise entre 60 et 200 MeV) et tendent vers une valeur constante d'environ 40 mb pour $p_{lab} \geq$ 1.8 GeV/c ($E_{CM} \geq 480$ MeV).
- La section efficace élastique est calculée par la fonction `SEL`. Les sections $\sigma_{nn,él} = \sigma_{pp,él}$ et $\sigma_{np,él}$ sont représentées sur les figures 3 et 4 de la référence [53] et reproduites dans l'annexe C. Les sections efficaces élastiques sont égales aux sections efficaces totales pour p_{lab} inférieur à 0.8 MeV/c (soit $E_{CM} < 140$ MeV/c). Elles diminuent ensuite régulièrement au fur et à mesure que les canaux inélastiques prennent de l'importance. Ainsi, pour $p_{lab} = 5$ GeV/c, la section efficace élastique ne représente

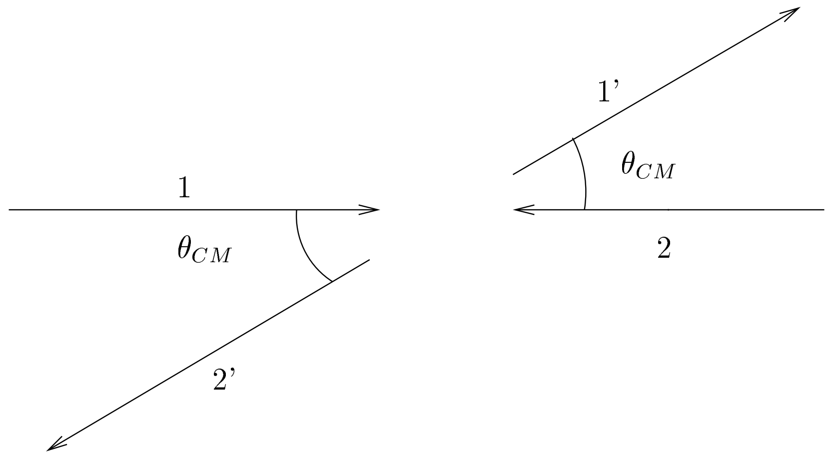

FIG. 3.5: Définition de l'angle θ_{CM} pour une collision entre deux nucléons.

plus qu'environ un quart de la section efficace totale.

– La section inélastique est assimilée à la section efficace totale de production d'un Δ ($NN \rightarrow N\Delta$) et calculée à l'aide de la fonction `SPRO`. Cela revient à supposer que toutes les productions de π passent par la création d'une résonance Δ. Sa forme se déduit directement des deux précédentes. Elle est nulle pour les faibles impulsions, puis augmente continûment pour $p_{lab} > 0.8\ MeV/c$.
– La section de recombinaison ($N\Delta \rightarrow NN$) est calculée par la fonction `SREC` à l'aide du principe de la balance détaillée (voir la page 289 de [66]).

Les sections efficaces élastiques différentielles ont également été paramétrées [53, 54]. Elles sont exprimées en fonction des variables t et u de Mandelstam, que l'on peut exprimer, pour des particules de masse identique, sous la forme :

$$t = -2p_{CM}^2(1 - cos\theta_{CM})$$

et

$$u = -2p_{CM}^2(1 + cos\theta_{CM}),$$

où p_{CM} est l'impulsion totale dans le repère du centre de masse des deux nucléons et l'angle θ_{CM} est défini comme dans la figure 3.5. Nous avons :

– pour une collision élastique n-n ou p-p :

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \exp{(B_{pp}t)},$$

où B_{pp} est une fonction croissante de l'énergie du centre de masse ou, en pratique, de p_{inc}, l'impulsion incidente dans le repère du laboratoire (voir la figure 5 de [53] reproduite à l'annexe C). La section efficace différentielle est donc piquée vers l'avant, et ce d'autant plus que l'impulsion est grande.

– pour une collision élastique n-p :

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \exp{(B_{np}t)} + a\exp{(B_{np}u)} + c\exp{(\alpha_c u)},$$

où tous les paramètres sont fonction de l'impulsion incidente (voir la figure 7 de [53] reproduite à l'annexe C). Le premier terme correspond à la diffusion directe, les deux suivants à l'échange de charge. Comme expliqué dans [54], tout se passe comme si on avait une section différentielle piquée vers l'avant, mais avec un échange possible entre le n et le p dont la probabilité décroît avec l'impulsion incidente.

Les variations angulaires des sections efficaces différentielles inélastiques ($NN \to N\Delta$) ont une forme du même type ([54]) :

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \exp\left(B_{in} t\right).$$

Cette distribution est d'autant plus piquée vers l'avant que l'énergie de collision est grande. Rigoureusement, cette forme devrait être symétrisée pour exprimer que les deux nucléons ont une probabilité égale de se transformer en Δ. En pratique cependant, on utilise la distribution angulaire donnée par l'équation ci-dessus, puis on détermine au hasard lequel des deux nucléons sera transformé en Δ, ce qui revient au même.

Le temps de vie du Δ (dans son repère propre) est tiré aléatoirement selon la loi exponentielle suivante :

$$\rho(\tau) = \exp\left(\frac{-\Gamma_0 \tau}{\hbar}\right), \tag{3.12}$$

où Γ_0 est la largeur caractéristique de la résonance Δ et vaut 115 MeV. La valeur moyenne ainsi obtenue est de $\tau_0 = \frac{\hbar}{\Gamma_0}$. Le temps de vie est exprimé dans le programme en fm/c.

Enfin, la distribution en masse du Δ est prise proportionnelle à la section efficace $\sigma_{\pi N}$[16] :

$$f(m_\Delta) \propto \frac{q^3}{q^3 + 180^3} \frac{1}{1 + 4\left(\frac{m_\Delta - 1232}{130}\right)^2},$$

où

$$q = \frac{\sqrt{[m_\Delta^2 - (m_N + m_\pi)^2][m_\Delta^2 - (m_N - m_\pi)^2]}}{2m_\Delta}.$$

Toutes les masses sont exprimées en MeV. Notons que la largeur présente ici (130 MeV) diffère de celle utilisée dans l'équation (3.12). Largeur et temps de vie ne sont rigoureusement identiques que pour des résonances de Breit-Wigner. La valeur de 115 MeV utilisée pour calculer le temps de vie était la valeur du Particle Data Group à la naissance d'INCL. Elle est probablement trop basse d'environ 5 MeV si on la compare aux valeurs les plus récentes. La valeur de 130 MeV utilisée ici provient quant à elle d'un "fit" de la section efficace $\sigma_{\pi N}$.

Dans INCL4, la distribution des temps de vie du Δ a été légèrement modifiée. Le temps moyen n'est plus pris égal à $\tau_0 = \frac{\hbar}{\Gamma_0}$, mais à $\frac{q^3+q_0^3}{q^3}\tau_0$ avec $q_0 = 180$ MeV afin de tenir compte de l'effet du principe de Pauli pour les désexcitations menant à des paires πN de faible énergie [55].

[16] L'article [54] indique une valeur de 1215 MeV à la place de 1232 MeV comme position du sommet de la Lorentzienne. J'ai reproduit ici la valeur réellement utilisée dans le code.

Génération de l'état final Dans le code, les positions et impulsions de tous les nucléons sont définies dans le repère du laboratoire, dont l'origine est fixée au centre du puits de potentiel contenant le noyau. Or, les sections efficaces différentielles élémentaires pour les collisions nucléon-nucléon sont définies dans le repère du centre de masse du système des deux nucléons. On commence donc par effectuer un changement de repère pour passer du repère du laboratoire vers le repère du centre de masse, dont la vitesse a été préalablement calculée selon

$$\frac{\beta_i}{c} = \frac{(p_i(L1) + p_i(L2))}{(E_{tot}(L1) + E_{tot}(L2))},$$

où i désigne tour à tour les trois directions de l'espace. L'ensemble de la sous-routine de collision `COLLIS` est donc exprimée en fonction des énergies et des impulsions dans le centre de masse.

Nous avons vu que la section efficace totale NN diverge pour les faibles impulsions relatives. Cela signifie que la distance minimale d'interaction diverge elle aussi. Le critère de collision choisi impose donc que le code doive, pour un nucléon de faible énergie, envisager des collisions avec un grand nombre d'autres nucléons. En conséquence, partant de l'hypothèse que le principe de Pauli allait empêcher la plupart des collisions douces (c'est-à-dire celles avec un faible transfert d'impulsion), le code interdit toutes les collisions dont l'énergie dans le centre de masse est inférieure à 1925 MeV, ou autrement dit dont l'énergie cinétique dans le centre de masse est inférieure à 50 MeV environ[17]. Remarquons que cette valeur est notablement plus élevée que celle de l'énergie cinétique relative moyenne entre deux nucléons de la mer de Fermi (qui vaut environ 30 MeV). Pour de faibles énergies incidentes, nous verrons au paragraphe 4.7.2 que ce choix n'est pas sans conséquences.

Dans son utilisation habituelle (clé `K4=2`), le code de cascade de Liège associe aux résonances Δ un temps de vie aléatoire (selon une loi exponentielle). Il est également possible de leur attribuer un temps de vie nul (`K4=0`) ou infini (`K4=1`), auquel cas ce qui suit peut être légèrement modifié.

Pour une collision entre deux nucléons, le code détermine d'abord si la collision sera élastique ou non. Pour cela, il compare, pour l'énergie considérée, un nombre aléatoire compris entre 0 et 1 au rapport entre la section efficace élastique et la section efficace totale de réaction[18]. L'état final (y compris la masse et le temps de vie du Δ s'il y a lieu) est alors calculé en accord avec les paramétrisations précédemment évoquées. L'angle azimutal dans le repère du centre de masse est généré au hasard.

Si un des deux nucléons impliqués est un Δ, et que l'on autorise les interactions $N\Delta$ et $\Delta\Delta$ (clé `K5=1`), le code détermine de la même façon s'il s'agira d'une collision élastique ou d'un processus de "recombinaison" et calcule l'état final en conséquence.

Nous avons jusqu'à présent supposé que la collision se déroulait comme dans l'espace libre. La prise en compte de l'existence des autres nucléons doit donc être effectuée a

[17]Une justification plus théorique peut être avancée. Comme on l'a vu, le modèle de cascade intranucléaire permet d'évaluer stochastiquement le terme de collisions dans l'équation de Boltzmann. Il semble raisonnable de traiter les collisions les plus douces, responsables d'un réarrangement de faible amplitude des nucléons au sein de la mer de Fermi, via le champ moyen.

[18]Toute collision dont l'énergie dans le centre de masse est inférieure à 2065 MeV est considérée comme forcément élastique.

posteriori. En conséquence, après avoir tout réexprimé dans le repère du laboratoire, le code va ensuite vérifier que la collision qui vient d'être effectuée ne viole pas le principe d'exclusion de Pauli. En pratique, pour l'implémentation dite "statistique", l'état final calculé par la sous-routine `COLLIS` pour chacun des deux nucléons ne sera accepté que s'il se situe dans une zone de l'espace de phase $(\vec{r}, \vec{p})$ qui n'est pas trop densément peuplée.

Envisageons le cas général d'une collision au cours de laquelle deux nucléons i et j d'isospin I_i et I_j verraient leurs coordonnées dans l'espace de phase passer de

$$(\vec{r_{0\alpha}}, \vec{p_{0\alpha}}) \longrightarrow (\vec{r_{1\alpha}}, \vec{p_{1\alpha}}), \qquad \alpha = i, j.$$

On construit alors pour chacun de deux nucléons une zone de test formée du produit de deux sphères de rayon r_{test} et p_{test} centrées respectivement en $\vec{r_{1\alpha}}$ et $\vec{p_{1\alpha}}$. Son volume est exprimé en unités de h^3 :

$$Vol = (\frac{4}{3}\pi)^2 (\frac{r_{test} p_{test}}{h})^3. \tag{3.13}$$

On compte ensuite le nombre n_α de nucléons d'isospin I_α compris à l'intérieur de ce volume et on calcule la probabilité partielle f_α que le nucléon α puisse occuper le point de l'espace de phase $(\vec{r_{1\alpha}}, \vec{p_{1\alpha}})$ suivant l'expression

$$f_\alpha = min(1, \frac{n_\alpha}{2Vol}).$$

Au final, la collision sera acceptée avec la probabilité $(1 - f_i)(1 - f_j)$.

Il existe également une implémentation stricte qui interdit toute collision menant à un état final dont l'impulsion $|\vec{p_{1\alpha}}|$ est inférieure à l'impulsion de Fermi p_F. Cette dernière implémentation ne permet donc pas de tenir compte de la dépopulation du noyau au cours de la cascade. Nous n'allons pas nous attarder ici sur cette question qui sera abondamment développée au paragraphe 4.4.

Un contrôle supplémentaire est effectué dans la version INCL4 du code. L'énergie d'excitation due au réarrangement à l'intérieur de la mer de Fermi, c'est-à-dire le terme entre accolades de l'équation (3.19), est évaluée et toute collision qui la rend négative est bloquée. Cette condition est appelée "principe de Pauli dynamique" et souvent notée CDPB (ou CDPP) pour **C**onsistent **D**ynamical **P**auli **B**locking (ou **P**rinciple).

Notons enfin que le code garantit que le nucléon avec le numéro d'ordre 1 est le nucléon dont l'impulsion a la plus grande composante vers l'avant (p_z maximum). Pour ce faire, les numéros d'ordre des deux nucléons peuvent être échangés après chaque collision.

Réflexion ou émission d'un nucléon

Lorsqu'un nucléon atteint la surface du noyau, il peut être transmis, pour peu que son énergie soit suffisante. La probabilité de transmission est fournie par la relation suivante :

$$T = \frac{4pp'}{(p + p')^2} G$$

où p et p' sont les impulsions du nucléons dans et hors du noyau, respectivement. Le facteur de Gamow G rend compte de l'effet de la barrière coulombienne et vaut [66] :

$$G = \exp\left\{-\left[\frac{4Z_{noyau}z_{éj}e^2}{\hbar}\sqrt{\frac{mc^2}{2(E-V_0)}}(\arccos x - x\sqrt{1-x^2})\right]\right\}$$

avec[19] $x = \left(\frac{R_0(E-V_0)}{z_{ej}Z_Te^2}\right)^{\frac{1}{2}}$. Remarquons donc que, même pour INCL4, on calcule l'effet de la barrière coulombienne en R_0 et non en $R(p)$. Si $x > 1$, l'éjectile a une énergie supérieure à la hauteur de la barrière coulombienne et on prend $G = 1$. Cette expression de G provient d'une approximation de type WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) pour une particule non-relativiste et une barrière coulombienne radiale [67].

La version INCL3 du code utilise les relations non-relativistes entre l'énergie et l'impulsion pour le calcul de la probabilité de transmission[20] (c=1) :

$$E = \frac{p^2}{2M} + V_0 = \frac{p'^2}{2M}$$

où E est l'énergie cinétique dans le noyau du nucléon dont l'émission est envisagée. On obtient alors

$$T = \frac{4\sqrt{E(E-V_0)}}{2E - V_0 + 2\sqrt{E(E-V_0)}}G.$$

Puisque cette hypothèse n'est en rien nécessaire au fonctionnement du modèle, la version la plus récente INCL4 la lève et utilise les relations relativistes entre l'énergie et l'impulsion :

$$M + E = \sqrt{p^2 + M^2} - V_0 = \sqrt{p'^2 + M^2}$$

L'expression relativiste de la probabilité de transmission pour un nucléon de masse M vaut alors

$$T = \frac{4X}{(2M(2E - V_0) + E^2 + (E - V0)^2 + 2X)}G \tag{3.14}$$

avec

$$X = \sqrt{(2M * E + E^2)(2M(E - V_0) + (E - V_0)^2)}.$$

Les versions les plus récentes du modèle contiennent également une formulation relativiste du facteur de Gamow.

Sur base de cette probabilité T, un tirage aléatoire est effectué pour décider si le nucléon sera transmis à travers la barrière ou bien réfléchi. Si la transmission est refusée, le nucléon est réfléchi selon les lois de l'optique géométrique sur un dioptre plan et la matrice des temps remise à jour. Si la transmission est acceptée, l'énergie et l'impulsion de l'éjectile sont calculées (son énergie cinétique est diminuée de V_0 et le module de son impulsion

[19] Si l'on désire exprimer cette grandeur dans les unités standard du système international, il faut rajouter un $4\pi\varepsilon_0$ au numérateur.

[20] Cette hypothèse semble raisonnable puisque le facteur de transmission jouera surtout un rôle pour les nucléons dont l'énergie cinétique n'est pas très grande par rapport à V_0. Pour de tels nucléons, l'approximation non-relativiste est certainement valable.

modifié en conséquence). Dans son état standard, le code néglige tous les effets réfractifs (voir chapitre 5). On vérifie ensuite que l'émission ne pose aucun problème dans le bilan en énergie. En particulier :

- L'énergie maximale possible pour le *premier* éjectile est E_{inc}. Si un nucléon est émis avec une énergie supérieure, celle-ci est arbitrairement ramenée à E_{inc}, l'énergie d'excitation est considérée comme nulle et la cascade arrêtée. Cela peut arriver si une collision 'indue' (c'est-à-dire au cours de laquelle le nucléon de recul aurait perdu de l'énergie) s'est produite au cœur de la mer de Fermi ou bien pour un événement transparent (pour des questions d'arrondis).
- Dans INCL3, si l'émission en cours de cascade d'un nucléon mène à un noyau dont l'énergie d'excitation est négative (à l'exception du cas quasi-élastique ci-dessus), l'émission est empêchée et la cascade arrêtée. La version antérieure INCL2 du code traitait ces cas comme ci-dessus en acceptant la collision et en posant l'énergie d'excitation égale à 0.
- Dans INCL3 toujours, une condition a été rajoutée pour empêcher l'émission d'une particule peu énergétique (en pratique dont l'énergie est inférieure à $T_F/4$) en début de cascade (soit tant que l'énergie émise n'est pas d'au moins $\frac{E_{inc}}{8}$). Une telle émission obligerait en effet souvent le code à interdire l'émission ultérieure d'un nucléon d'énergie proche de l'énergie incidente, ce qui se traduit par une sous-estimation du pic quasi-élastique. Pour le dire autrement, on impose que le premier nucléon émis lors de la cascade emporte une part non-négligeable de l'énergie incidente.

Ces deux dernières conditions ont été rendues caduques par l'introduction dans INCL4 du principe de Pauli dynamique et ont donc disparu des dernières versions du programme.

Collision pion-nucléon : $\pi N \rightarrow \Delta$

Un événement de ce type ne peut exister que si on a choisi l'option `K4=2`. En effet, si `K4=0`, il ne sert à rien de créer des résonances Δ qui devraient de toutes façons être immédiatement désintégrées. De même, si `K4=1`, il n'existe pas de pions.

La section efficace πN a été paramétrée de la même façon que les sections NN. La fonction `SPN` calcule ainsi la section efficace pour la réaction $\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}$ dont on peut déduire les autres collisions $\pi - N$ à l'aide du modèle isobare [53].

Si `K4=2`, le temps de vie de la résonance Δ dans son repère propre est tiré au sort (la largeur naturelle Γ_0 est prise égale à 115 MeV). L'impulsion et l'énergie du Δ sont la somme de celles du π et du N initiaux.

Désexcitation d'une résonance Δ : $\Delta \rightarrow \pi N$

Dans le cadre du modèle, la désintégration du Δ est anisotrope et la distribution angulaire choisie pour les pions produits (ou les nucléons émis) est [54] :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 1 + 3\lambda \cos^2 \theta_\pi$$

où θ_π est l'angle entre la direction du pion et la direction du Δ dans le repère propre de ce dernier. L'hélicité λ de la résonance Δ est prise égale à $\cos^2 \theta$ où θ est l'angle polaire (dans le repère du centre de masse) auquel cette dernière a été produite lors de la collision de deux nucléons[21].

La désintégration est soumise au principe d'exclusion de Pauli. Si la désintégration est empêchée, le temps de vie du Δ est augmenté de

$$\Delta t = \tau_0 \frac{XPB}{1 - XPB}$$

où τ_0 est le temps de vie moyen d'une résonance Δ (voir équation 3.12) et XPB est la probabilité de rejet de la désintégration calculée par la sous-routine `PAULI` (voir paragraphe 3.5.5).

3.5.6 Fin de la cascade

Le processus de cascade peut se terminer pour l'une des raisons suivantes :

- le temps maximal `TEMFIN` est atteint,
- une collision a été bloquée parce qu'elle résultait en une énergie d'excitation négative,
- plus aucun événement n'est prévu dans la matrice des temps.

Le code finalise alors la cascade. D'abord, toutes les résonances Δ subsistantes subissent une désexcitation forcée. Il n'y a plus à ce stade de vérification du principe de Pauli. La validité de l'événement est ensuite contrôlée. En particulier, on s'assure que les lois de conservation ne sont pas enfreintes.

Deux lois de conservation sont trivialement vérifiées par la cascade :

- la conservation de la masse : $A_{inc} + A_T = N_{éj} + A_{rés}$ où $N_{éj}$ est le nombre de baryons émis et $A_{rés}$ est la masse du noyau résiduel[22],
- la conservation de la charge : $Z_{inc} + Z_T = Z_{é} + Z_\pi + Z_{rés}$ où Z_π est la charge totale transportée par les pions émis au cours de la cascade.

La cascade assure également la conservation de l'énergie, comme nous allons le montrer. Nous pouvons écrire, en négligeant dans un premier temps l'énergie de recul, le bilan d'énergie sous la forme

$$E_{inc} = \sum_{j=1}^{A_{éj}} \bar{T}_j + W_\pi + E^* + S, \qquad (3.15)$$

où T_j représente l'énergie cinétique des éjectiles[23], E^* est l'énergie d'excitation du résidu et S l'énergie de séparation, c'est-à-dire la différence entre les énergies des états fondamentaux de la cible et du résidu ($S = E_0^{rés} - E_0^T$). Cette relation est tout à fait générale et s'applique au système tel qu'il existe à la fin de la cascade. Dans le modèle INCL, nous pouvons également écrire la relation de conservation d'une autre manière [50] :

$$E_{inc} + \sum_{i=1}^{A_T} (T_i^0 - V_0) = \sum_{j=1}^{A_{éj}} \bar{T}_j + W_\pi + \sum_{k \in A_{rés}} (\bar{T}_k - V_0), \qquad (3.16)$$

[21] L'hélicité d'une résonance Δ créée au cours d'une collision $\pi - N$ est nulle en moyenne. Le code la prend donc égale à 0.

[22] Rappelons que la cascade ne permet pas à ce stade l'émission de composites.

[23] La barre surmontant certaines énergies cinétiques T dans ce paragraphe signifie que le surplus de masse associé aux résonances Δ est inclus si nécessaire.

où T_i^0 est l'énergie cinétique initiale des nucléons de la cible, W_π est l'énergie totale transportée par les pions. Cette expression est valable à tout moment. Si on néglige les interactions entre les résidus, les éjectiles et les pions, ce que fait INCL, l'expression (3.15) est également valable à tout moment. Comparant (3.15) et (3.16), on peut alors définir une énergie d'excitation E^* à tout moment dans la cascade, pour autant que l'on choisisse une évaluation de l'énergie de séparation S. Le modèle INCL utilise

$$S = (A_T - A_{rés})(V_0 - T_F), \tag{3.17}$$

qui est une bonne approximation si le nombre d'éjectiles est faible[24]. On obtient alors l'expression de l'énergie d'excitation (`EH5` ou `ESREM`)

$$E^* = \sum_{i \in A_{rés}} \bar{T}_i - \left[\sum_{i=1}^{A_T} T_i^0 - (A_T - A_{rés})(T_F) \right], \tag{3.18}$$

que l'on peut réécrire sous la forme

$$E^* = \sum_{i \in A_{rés}}^{p_i > p_F} (\bar{T}_i - T_F) + \left\{ \sum_{i \in A_{rés}}^{p_i \leq p_F} \bar{T}_i - \left[\sum_{i=1}^{A_T} T_i^0 - (A_T - A_{rés}^F) T_F \right] \right\}, \tag{3.19}$$

où $A^F_{rés}$ est le nombre de nucléons dans le résidu dont l'impulsion est inférieure à p_F (c'est-à-dire le nombre de termes de la somme $\sum_{i \in A_{rés}}^{p_i \leq p_F}$).

L'équation (3.19) permet de mettre en évidence différentes composantes de l'énergie d'excitation. En particulier, le terme entre crochets représente l'état fondamental de la mer de Fermi du résidu (dépeuplée donc des $A_T - A^F_{rés}$ nucléons qui ont été soit émis, soit promus à une énergie supérieure à l'énergie de Fermi T_F). Le terme entre accolades représente donc l'énergie d'excitation due au réarrangement à l'intérieur de la mer de Fermi. Comme mentionné précédemment, toute collision qui rendrait cette quantité négative est bloquée dans INCL4 (en accord avec ce que nous avons appelé le principe de Pauli dynamique). Cette vérification garantit par exemple que la première collision de la cascade ne peut faire diminuer l'énergie du nucléon de recul entrant en collision avec le projectile incident.

Le bilan en impulsion n'est quant à lui pas garanti. L'impulsion est bien conservée lors des interactions hadron-hadron mais elle ne l'est pas pour les réflexions sur la surface ni pour les transmissions des éjectiles à travers cette dernière. Cela revient à faire l'hypothèse d'un noyau infiniment lourd. En conséquence, l'équation de conservation de l'impulsion, que l'on peut écrire

$$\vec{p_{inc}} = \vec{p_{éj}} + \vec{p_\pi} + \vec{p_{rés}},$$

n'est pas rigoureusement vérifiée. Pour qu'elle le soit, il faudrait associer au résidu une vitesse de recul pour chaque transmission ou chaque réflexion. Celle-ci serait alors de l'ordre de $\frac{p_{éj}}{A_{rés}}$. L'erreur relative effectuée sur $p_{éj}$ est donc de l'ordre de $\frac{1}{A_{rés}}$. En conséquence, pour

[24] Elle sous-entend en fait que l'on peut considérer la valeur de l'énergie de Fermi T_F constante au cours de la réaction

des noyaux suffisamment lourds, on peut considérer que l'erreur sur $p_{éj}$ est faible et écrire $\vec{p_{rés}} \sim \vec{p_{inc}} - \vec{p_{éj}} - \vec{p_{\pi}}$. On en déduit l'énergie de recul selon

$$E_{rec} = \frac{p_{rés}^2}{2m_N A_{rés}}$$

où m_N est la masse d'un nucléon. Cette valeur est toujours très faible par rapport aux autres termes de l'équation (3.15). Néanmoins, le code diminue légèrement l'énergie cinétique et l'impulsion de tous les éjectiles de telle sorte que le bilan d'énergie effectivement observé par l'utilisateur prend la forme usuelle

$$E_{inc} = \sum_{j=1}^{A_{éj}} \bar{T_j} + W_\pi + E^* + E_{rec} + S. \tag{3.20}$$

Après chaque événement, ce bilan en énergie est contrôlé. Dans de très rares cas, il peut apparaître comme n'étant pas vérifié, le plus souvent à cause d'erreurs d'arrondi au cours de l'exécution du programme. Dans ce cas, par mesure de précaution, l'événement est négligé.

Signalons enfin que le moment angulaire par rapport au centre de masse n'est pas conservé, ni lors des transmissions, ni lors des collisions baryon-baryon. Une tentative de correction de ce dernier point a été abordée dans [50] sans apporter de différences sensibles dans le moment angulaire résultant, ce qui permet d'émettre l'hypothèse selon laquelle le transfert de moment angulaire ne dépend guère du détail des collisions au cours de la cascade. Dès lors, puisque le transfert en impulsion est correctement reproduit par le modèle, on peut évaluer le moment angulaire interne du résidu selon

$$\vec{l^*} = \vec{l_{inc}} - (\vec{l_{éj}} + \vec{l_\pi} + \vec{R_{rés}} \wedge \vec{p_{rés}}),$$

où $\vec{R_{rés}}$ est la position du centre de masse du résidu [55]. Cette valeur joue un rôle important dans le traitement de la fission par le module d'évaporation-fission.

3.6 Versions standards du modèle

La présentation faite dans les pages précédentes pourrait donner l'impression que le modèle INCL contient un grand nombre de paramètres dont les valeurs sont laissées libres. Il n'en est rien et sa force est justement de pouvoir donner des bons résultats sur une grande variété de réactions avec un seul ensemble de paramètres, qui sont donc considérés comme les valeurs standard. Ce sont les valeurs que les concepteurs du code conseillent d'utiliser. Sauf mention contraire (pour `NPAULSTR` notamment), ce sont également les valeurs que nous employons. La plupart d'entre elles ont déjà été mentionnées au cours de la description, mais il nous apparaît utile de les rassembler ici.

- La profondeur du puits de potentiel V_0 est prise égale à 45 MeV.
- Le temps d'arrêt de la cascade est pris tel quel (`F(6)` ou `FACTEMP=1`).
- Le référentiel de référence est celui du laboratoire (`K1=5`).
- On utilise une cinématique relativiste (`K2=0`).

- On autorise la production de résonances Δ (`K3=0`).
- Le temps de vie des Δ est déterminé aléatoirement selon une distribution exponentielle (`K4=2`).
- Les sections efficaces $\sigma_{N\Delta}$ et $\sigma_{\Delta\Delta}$ sont prises égales à $\sigma_{N-N,él}$ (`K5=1`).
- Le moment angulaire n'est pas conservé lors des collisions entre deux nucléons (`K6=0`).
- On utilise l'implémentation statistique du principe de Pauli (`K7=1` ou `NPAULSTR=0`).

Les deux paramètres qui suivent ne s'appliquent que pour INCL4.

- Le rayon maximum du noyau R_{max} est calculé avec `XFOISA=8`.
- La surface est diffuse et on utilise la paramétrisation la plus récente du temps d'arrêt (`NOSURF=-2`).

A notre connaissance, la version INCL3 standard ne contient pas de fichier d'entrées standardisé. Les valeurs des paramètres mentionnés ci-dessus ne peuvent donc être changées qu'en allant modifier la source du code. Néanmoins, les concepteurs du modèle disent en général qu'il ne contient que deux paramètres : la profondeur du puits de potentiel V_0 (`V0`) et le facteur à placer devant le temps d'arrêt de la cascade (`F(6)`). En revanche, la version INCL4 du programme contient un fichier d'entrée standardisé. Les variables qui y sont explicitement laissées à l'appréciation de l'utilisateur sont, en plus de `V0` et `FACTEMP`, `NPAULSTR, XFOISA` et `NOSURF`.

Bien que la valeur standard conseillée pour `NOSURF` soit -2, la plupart de nos calculs ont été effectués avec `NOSURF=0` car la version du programme que nous avons utilisée contenait cette valeur par défaut. Cette différence ne devrait pas porter à conséquence puisque les résultats sont relativement insensibles à des modifications de faible valeur de la valeur du temps d'arrêt, grâce à une compensation entre la phase de cascade et la phase d'évaporation.

3.7 Résultats précédemment obtenus avec les modèles INCL3 et INCL4

Avant de présenter au chapitre suivant les résultats de nos travaux, il nous semble opportun de faire un rapide tour d'horizon des résultats précédemment obtenus à l'aide du modèle INCL, essentiellement à haute énergie.

L'article le plus récent présentant le modèle INCL avant sa version INCL4 est [50], qui traite de la version INCL2. Il propose quelques résultats de simulation pour les réactions $p +^{208} Pb$ et $p +^{54} Fe$ à 256, 597 et 800 MeV. L'accord général est bon, malgré une sous-estimation des émissions de haute énergie à l'avant. Il n'existe malheureusement pas d'article de référence faisant un tour d'horizon général des résultats obtenus à haute énergie avec le modèle INCL3, mais plusieurs articles proposent quelques calculs isolés, souvent consacrés aux produits de fission [52, 68, 69].

Afin de donner malgré tout au lecteur une idée des performances du modèle INCL3 standard, nous avons effectué au cours de notre travail quelques calculs pour des réactions à $p +^{208} Pb$ à 250 et 800 MeV en utilisant le modèle INCL3 tel qu'il existait en 1999. Les résultats obtenus pour les spectres d'émission en neutrons sont présentés dans les panneaux de gauche des figures 4.27 et 4.28 (l'implémentation statistique est l'implémentation standard dans INCL3). Ils sont dans l'ensemble satisfaisants, surtout à 800 MeV, malgré une reproduction approximative du pic quasi-élastique.

Le modèle INCL4 a quant à lui été présenté en détail dans la référence [55] et les résultats obtenus y sont longuement discutés. Les principales conclusions sont les suivantes :

- les spectres d'émission de protons et de neutrons sont correctement décrits pour des énergies incidentes supérieures à 250 MeV (l'intensité du pic quasi-élastique en particulier est plus proche des valeurs expérimentales),
- les sections efficaces totales de réaction calculées sont compatibles avec les valeurs expérimentales pour des énergies incidentes supérieures à 200 MeV environ (voir la figure 3 de la référence [55])
- le pic de spallation est mieux reproduit dans les spectres de résidu (voir les figures 15 et 17 de la référence [55]).

Chapitre 4

Etude du comportement du code INCL3 à basse énergie

Afin de rassembler dans ce chapitre tout ce qui a trait à l'extension du modèle INCL3 à basse énergie, nous allons tout d'abord discuter la question de la validité des modèles de haute énergie dont la cascade intranucléaire fait partie. Nous présentons ensuite au paragraphe 4.2 les résultats obtenus avec le modèle INCL3 sur un large éventail de réactions entre 15 et 250 MeV. Le paragraphe 4.5 contient un comparatif de ces résultats avec ceux fournis par des modèles de pré-équilibre spécialement conçus pour ces énergies. L'influence de l'implémentation choisie pour le principe d'exclusion de Pauli sur les résultats fournis par la cascade est longuement étudiée au paragraphe 4.4. Sur base des résultats présentés au cours de ce paragraphe, des implémentations alternatives ont été mises au point. Elles sont présentées dans les paragraphes 4.7 et 4.8.

4.1 Limite inférieure en énergie de la validité théorique du modèle de cascade

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.5, le modèle de cascade se base sur l'hypothèse selon laquelle on peut assimiler le processus de réaction à une succession de collisions binaires, bien séparées dans le temps et dans l'espace. Cette hypothèse est motivée par la comparaison de la valeur de la longueur d'onde de de Broglie $\lambdabar_B$ du nucléon incident et des distances caractéristiques du système. Elle a tout d'abord été formulée de manière tout à fait empirique en exigeant que l'on puisse considérer que le nucléon incident interagit avec chaque nucléon individuellement, ce que l'on peut traduire par la condition

$$\lambdabar_B << d, \tag{4.1}$$

où d est la distance moyenne entre deux nucléons.

Plus récemment (voir paragraphe 2.5), une condition de validité plus strcite a été formulée. Selon cette dernière, il est suffisant, pour que les modèles de cascade soient valables, que les deux conditions suivantes soient remplies :

1. que l'onde de diffusion du mouvement relatif des deux nucléons en interaction ait retrouvé sa forme asymptotique avant qu'une autre collision (impliquant l'une de ces deux particules) ne puisse se produire. En d'autres termes, une collision doit être terminée avant que la suivante ne puisse commencer. Nous devons pour cela requérir

$$vt_{coll} << d, \tag{4.2}$$

   où v est la vitesse relative moyenne et t_{coll} est l'intervalle de temps au cours duquel l'onde de diffusion n'est pas dans son état asymptotique. Le signe $<<$ ne doit pas ici être pris dans son acception la plus forte. Il suffit en fait que d soit plus grand que vt_{coll}. Comme cette dernière grandeur n'est pas toujours définie de façon précise, on peut néanmoins requérir que d soit quelques fois plus grand que le membre de gauche.

2. que l'on puisse considérer que, entre deux collisions, les nucléons suivent des trajectoires classiques. Cette condition peut se traduire par l'inégalité suivante

$$\lambda\!\!\!^{-}_B << r_s, \tag{4.3}$$

   où r_s est la distance maximale d'interaction entre deux nucléons.

Puisque la durée de l'interaction est au moins égale à r_s/v, la condition suffisante de validité des modèles de cascade intranucléaire peut se résumer en une seule ligne sous la forme

$$\lambda\!\!\!^{-}_B << r_s \leq vt_{coll} << d. \tag{4.4}$$

Sur cette base, il a longtemps été considéré que le modèle de cascade intranucléaire était valable pour des énergies incidentes supérieures à environ 250 MeV par nucléon. Il faut néanmoins faire attention que, stricto sensu, la condition (4.4) devrait être vérifiée pour toutes les collisions, et pas uniquement pour celle qui initie le processus de cascade[1]. Or, au cours de la cascade, l'énergie moyenne des collisions décroît au fur et à mesure que l'énergie incidente se répartit sur un nombre de plus en plus grand de nucléons. En conséquence, même si l'énergie incidente est supérieure à 250 MeV, la majorité des collisions secondaires ne satisfont pas à la condition (4.4). Pourtant, l'efficacité du modèle dans ces conditions est manifeste.

De plus, si on regarde l'évolution des spectres d'émission en fonction de l'énergie incidente, on constate une grande continuité. La figure 4.1 reprend ainsi quelques spectres expérimentaux d'émission de neutrons obtenus pour la réaction $p +^{208} Pb$ à des énergies variant entre 62.9 MeV et 3 GeV (représentés par des cercles noirs sur les figures). Comme mentionné dans l'introduction, ces spectres présentent des formes assez comparables.

Ces deux remarques incitent à se demander si la condition (4.4) est également une condition nécessaire de validité. Le consensus qui régnait jusqu'il y a peu dans la communauté scientifique était que l'utilisation des modèles de cascade pour des énergies incidentes

[1] Pour simplifier l'écriture, nous raisonnons ici dans le cas d'une réaction initiée par une particule simple (n, p ou π).

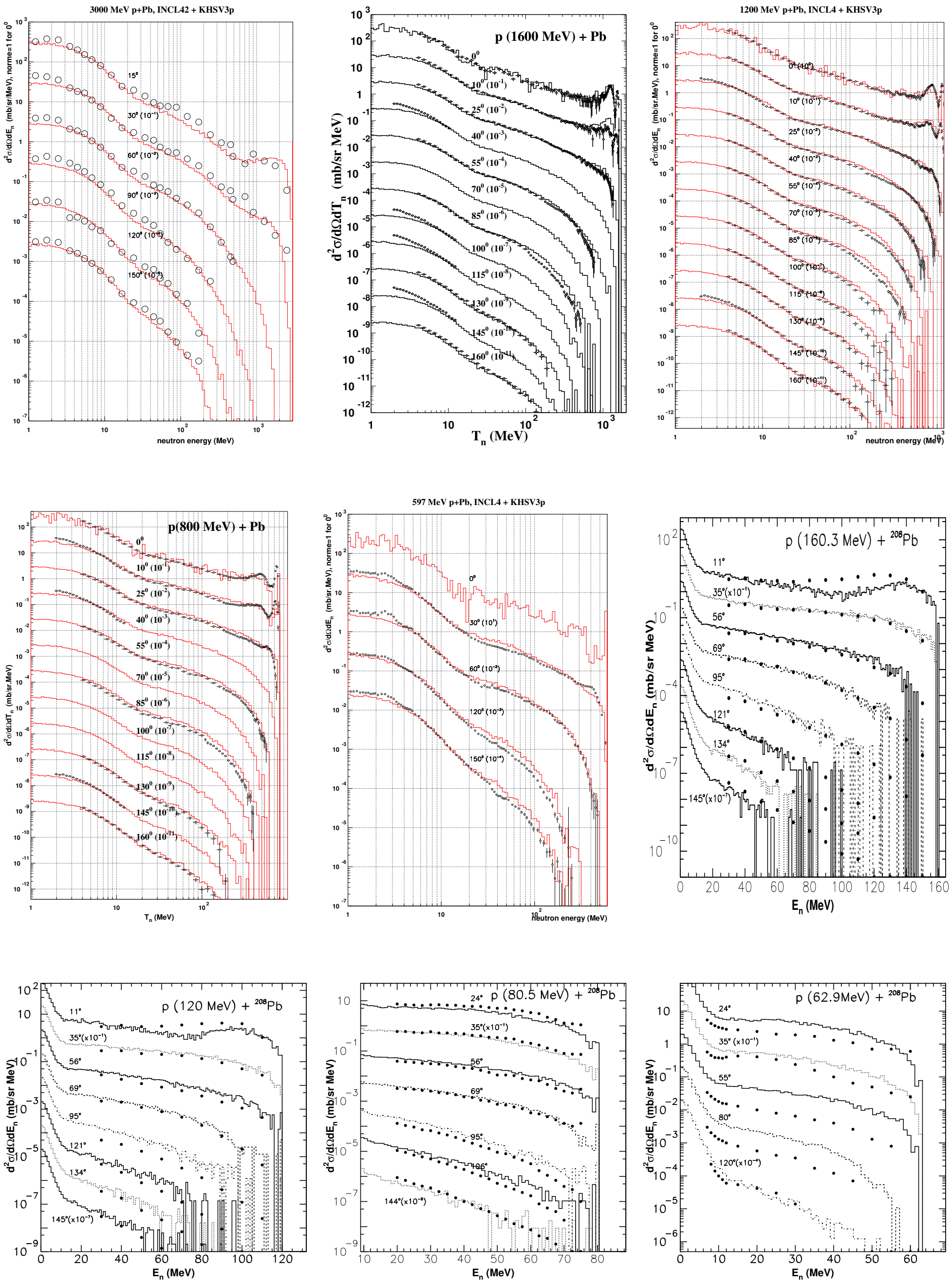

Fig. 4.1: Spectres d'émission de neutrons obtenus pour la réaction $p +^{208} Pb$ à des énergies variant entre 62.9 MeV et 3 GeV (représentés par des cercles noirs sur les figures). Les histogrammes peuvent être ignorés pour l'instant. Les références des données pour les énergies inférieures à 256 MeV sont listées dans la table 4.1, celles pour $E_n = 597$ MeV proviennent de [73]. Celles pour $E_n = 800$, 1200 et 1600 MeV proviennent de [74]. Les spectres pour $E_n = 3000$ MeV ont été mesurés par K. Ishibashi et al. [75, 76, 77].

inférieures à 250 MeV serait une erreur. Pour citer un exemple concret, on peut mentionner le projet HINDAS, mis sur pied en 2000 et qui a explicitement cantonné les modèles de cascade au traitement des réactions au-delà de 200 MeV [12].

Tous les résultats qui semblaient contredire cette règle étaient plus ou moins ignorés. Ainsi, en 1974, Bertini et Harp ont publié un article dans lequel ils ont commenté des calculs effectués à l'aide de modèle de cascades pour des réactions (p, xp) à 39 et 62 MeV [70]. Les deux modèles de cascade testés sont le modèle ORNL de Bertini (**O**ak **R**idge **N**ational **L**aboratory) et le modèle BNL de Harp (**B**rookhaven **N**ational **L**aboratory). Leurs conclusions sont les suivantes pour les spectres à 62 MeV.

- Les spectres en énergie (intégrés sur les angles) sont en accord raisonnable avec l'expérience. Ce résultat s'explique par le fait que les angles d'émission pour lesquels les spectres expérimentaux sont reproduits de manière satisfaisante par les modèles (entre 25° et 75° environ) contiennent plus de 70% de la section efficace totale de réaction. Mentionnons néanmoins que le modèle BNL, suite à l'introduction de la réfraction, sous-estime fortement l'importance des émissions de basse énergie, pour lesquelles l'angle de réflexion totale devient grand[2].
- La forme générale des spectres aux petits angles ($\theta < 25°$) est mal reproduite. Cependant, la prise en compte des phénomènes de réfraction dans le modèle BNL permet de réduire les désaccords entre les résultats obtenus et les données expérimentales. En particulier, le pic quasi-élastique, nettement surestimé avec ORNL, est réduit et l'émission aux énergies plus faibles est légèrement augmentée. En conséquence, la forme générale du spectre est nettement mieux reproduite (voir figures 1 et 3 de [70]).
- Les spectres à l'arrière ($\theta > 90°$) sont fortement sous-estimés par les deux versions (plus sévèrement par le modèle ORNL).

Pour une énergie incidente de 39 MeV, les résultats sont du même ordre, avec une légère aggravation des défauts constatés, en accord avec l'intuition. Pour ces énergies, les pics observés dans les spectres d'émission sont nombreux et très localisés. Le modèle de cascade est bien évidemment incapable d'en rendre compte. Pourtant, les auteurs de l'article prétendent que le modèle restitue de manière assez précise la valeur de la section efficace totale de réaction[3]. En résumé, à l'exception des angles très faibles et des angles arrière, les calculs présentent un accord raisonnable avec les caractéristiques générales des spectres et notamment les spectres intégrés sur les angles. Les auteurs en tirent la conclusion suivante : "Le fait que les résultats obtenus soient aussi satisfaisants semble indiquer que la limite [de validité en énergie] communément admise depuis longtemps et basée sur des considérations liées à la longueur d'onde de de Broglie n'est peut-être pas appropriée. Cette limite devrait plutôt être atteinte lorsque les excitations directes d'états de faible énergie ou les processus à l'équilibre (*equilibrium processes*) commencent à régir l'allure des spectres."

Notons également que les auteurs mentionnent qu'une augmentation significative des

[2] Cette introduction de la réfraction s'effectue d'une manière identique à celle que nous allons employer au chapitre 5, c'est-à-dire en modifiant la valeur de l'impulsion radiale lors du passage d'une région à l'autre.

[3] Malheureusement, les auteurs ne proposent aucun chiffre à l'appui de cette affirmation, qui ne manque pas de surprendre quand on la compare à ce que le modèle INCL prévoit comme section efficace totale de réaction à ces énergies.

émissions à l'arrière peut être obtenue en introduisant au sein du modèle de cascade une diffusion des nucléons par des clusters corrélés de nucléons (en pratique en forçant les collisions élémentaires à s'effectuer entre particules de masse 2 ou 4).

Plus récemment, il a également été montré que les hypothèses typiques des modèles de haute énergie permettaient d'expliquer de manière tout à fait satisfaisante les propriétés des spectres de particules émises lors de réactions entre ions lourds pour des énergies inférieures à 100 MeV par nucléon [71, 72].

Cette accumulation d'éléments suggère que le code de cascade INCL pourrait lui aussi être utilisé tel quel pour des énergies inférieures à 250 MeV. Une étude approfondie du comportement du modèle INCL3 à basse énergie a donc été effectuée. Pour ce faire, le module d'évaporation de Dresner[57] a été adjoint au module de cascade INCL3.

4.2 Comparaison avec les données expérimentales

La table 4.1 reprend une liste des données expérimentales disponibles pour des réactions *nucléon* + *noyau* entre 25 et 256 MeV. Nous n'y avons pas inclus les résultats qui nous semblaient trop parcellaires (peu d'angles disponibles ou seuils de détection trop contraignants par exemple). Pour toutes les réactions mentionnées dans ce tableau, des sections efficaces doublement différentielles d'émission ont été calculées à l'aide du modèle de cascade INCL3. Les résultats obtenus ont déjà été publiés en 2003 [32]. Nous allons les reprendre ici, en développant quelque peu les idées qui nous apparaissent essentielles.

Commençons tout d'abord par deux points extrêmement importants ayant trait aux résultats qui vont suivre.

- **Utilisation d'un principe de Pauli Strict.** Tous les résultats que nous allons présenter dans ce paragraphe ont été obtenus avec l'implémentation stricte du principe de Pauli. En effet, les essais préliminaires que nous avons effectués ont rapidement montré que l'implémentation statistique utilisée par défaut à haute énergie menait à une surestimation chronique des émissions pour des énergies proches de l'énergie incidente (voir figure 4.21 par exemple). En conséquence, la première série de résultats a été obtenue avec l'implémentation stricte qui avait l'avantage de prévoir une forme correcte des spectres d'émission pour les réactions (p, xn), c'est-à-dire celles qui présentent le plus grand intérêt technologique et pour lesquelles les données sont les plus nombreuses. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 4.4.
- **Normalisation des résultats.** Même à haute énergie, la section efficace totale de réaction prévue par INCL3 est inférieure de 25% aux données expérimentales. En conséquence, pour pouvoir être comparés aux données expérimentales, les résultats doivent être renormalisés[4]. Nous utilisons pour cela la valeur de la section efficace totale de réaction évaluée à l'aide de la formule empirique de Wellisch et Axen [102] ou sur base des données expérimentales disponibles. Les valeurs utilisées pour chaque réaction sont indiquées dans la table 4.1.

[4]Cette limitation est sans conséquence pratique quand on se sert du modèle de cascade pour générer des spectres d'émission. Elle n'empêche pas non plus l'implantation du modèle de cascade dans des codes de transport (MCNPX,...) car ce dernier fixe souvent lui-même la section efficace totale de réaction.

TAB. 4.1: Liste des réactions p+*noyau* et n+*noyau* pour lesquels des calculs ont été effectués et comparés avec les données expérimentales disponibles dans les références indiquées. Les nombres présents dans le tableau donnent les valeurs des sections efficaces (totales) de réaction (en mb) utilisées. Les lettres n et p indiquent la nature du spectre d'émission étudié (de neutrons ou de protons).

T_{lab} (MeV)	^{12}C	^{27}Al	^{48}Ca	^{54}Fe	^{58}Ni	^{90}Zr	^{93}Nb	^{120}Sn	^{197}Au	^{208}Pb	^{209}Bi
					p + noyau						
25						1343 n[79, 78]					
39				948 p[78, 80]							1760 p[78, 80]
45			878 n[78]			1218 n[78]		1433 n[78]		1807 n[78]	
62	293 p[80]			812 p[80]						1847 n[100]	1848 p[80]
80.5						1064 n[85]				1841 n[85]	
90		462 p[86]									1837 p[86]
100					750 p [86, 93, 88]				1758 p[90]		
113										1816 n[89]	
120					727 p[88]	995 n[92]			1740 p[90]	1811 n[92]	
150					708 p[88]				1719 p[90]		
160.3		418 n[92]				966 n[92]				1789 n[92]	
164					703 p[93]						
175									1707 p[90]		
200		412 p[82]			695 p[88]						
256										1765 n[94]	
					n + noyau						
15							235 n[99]				
62.7										2300 p[101]	
65				356 n[83]				668 n[83]		2100 n[83]	
96.5										2300 p[96]	

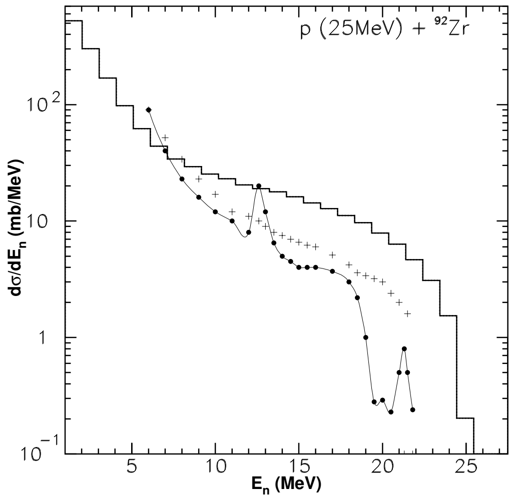

FIG. 4.2: Section efficace différentielle en énergie de production de neutrons pour la réaction $p +^{92} Zr$ à 25 MeV. Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL3 sont donnés par les histogrammes. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [79]. Les auteurs annoncent une incertitude sur leurs mesures d'environ 25%. Les croix '+' représentent les résultats, cités dans [79], d'un calcul effectué avec le modèle GDH.

– Tous les résultats présentés dans ce chapitre proviennent de simulations réalisées avec au moins 200 000 itérations. On peut évaluer l'erreur statistique sur ces résultats à environ 7% en moyenne. Dans les zones peu peuplées de l'espace de phase, les erreurs statistiques peuvent être nettement plus importantes, jusqu'à donner naissance à un comportement apparemment erratique des spectres. C'est typiquement le cas de la partie de haute énergie des spectres pour les angles arrière (voir par exemple la figure 4.5).

Nous allons présenter les résultats en les classant selon le nature du spectre étudié : (p, xn), (p, xp), (n, xn) et (n, xp).

4.2.1 Réactions induites par des protons

Emission de neutrons : réactions (p, xn).

Nous présentons dans la figure 4.2 le spectre d'émission en énergie pour la réaction $p + {}^{92}Zr$ à 25 MeV, c'est-à-dire la plus basse énergie incidente considérée pour ce type de réactions. Comme on pouvait s'y attendre, les résultats ne sont pas très bons, bien que la forme générale du spectre soit bien rendue. On obtient une décroissance rapide dans la zone évaporative (soit pour $E_n < 7\ MeV$), puis plus lente dans la région qui correspond aux réactions de pré-équilibre, mais avec une surestimation du nombre d'éjectiles de haute énergie qui peut aller jusqu'à un facteur 3.

Les pics que l'on peut observer dans les données expérimentales correspondent à des

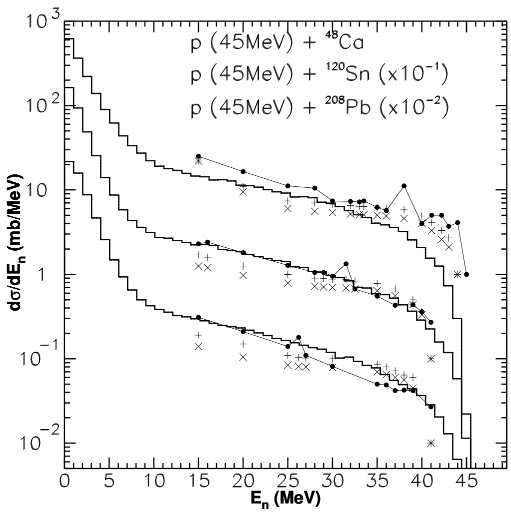

FIG. 4.3: Spectres en énergie d'émission de neutrons pour les réactions $p + {}^{48}Ca$, $p+{}^{120}Sn$ et $p+{}^{208}Pb$ à $E_{inc} = 45\ MeV$. Les spectres pour les deux noyaux les plus lourds ont été multipliés par un facteur d'échelle afin de faciliter la lecture, comme indiqué sur la figure. Les données expérimentales (annoncées avec une incertitude d'environ 20%) sont tirées de la référence [78] et représentées par les cercles noirs. Sont également montrés les résultats obtenus à l'aide du modèle GDH où la quantité λ_+ utilisée dans l'équation (2.20) est évaluée à l'aide de la section efficace NN('$\times$') ou à l'aide de la partie imaginaire du potentiel optique ('+') (voir paragraphe 4.5 pour plus de détails).

réactions cohérentes vers des états excités de faible énergie et ne peuvent donc pas être prédites par le code de cascade, qui ne prend en compte que des réactions incohérentes. Leur importance décroît rapidement avec l'énergie incidente.

Suite à l'hypothèse selon laquelle l'énergie de séparation est la même pour tous les noyaux, le modèle prédit toujours pour les éjectiles une énergie maximale qui est égale à l'énergie incidente. L'influence de cette hypothèse sur la forme des spectres est faible pour des énergies supérieures à 60 MeV environ, mais elle apparaît ici de manière flagrante. Notons néanmoins que, pour cette réaction, la différence entre les énergies de séparation des deux noyaux n'est que de $-1.8\ MeV$ et ne suffit donc pas à expliquer la totalité du décalage observé.

La figure 4.3 présente trois spectres d'émission (en énergie) pour une énergie incidente de 45 MeV et trois cibles différentes. On voit que le modèle INCL est en très bon accord avec les données expérimentales pour les deux noyaux les plus lourds et présente une sous-estimation de 40% environ dans le cas du ${}^{48}Ca$, surtout à haute énergie. Le panneau de gauche de la figure 4.4 montre le même de genre d'accord avec l'expérience pour une énergie incidente de 80.5 MeV dans le cas d'une cible de ${}^{208}Pb$.

Une comparaison plus fine des résultats obtenus pour la même réaction est possible

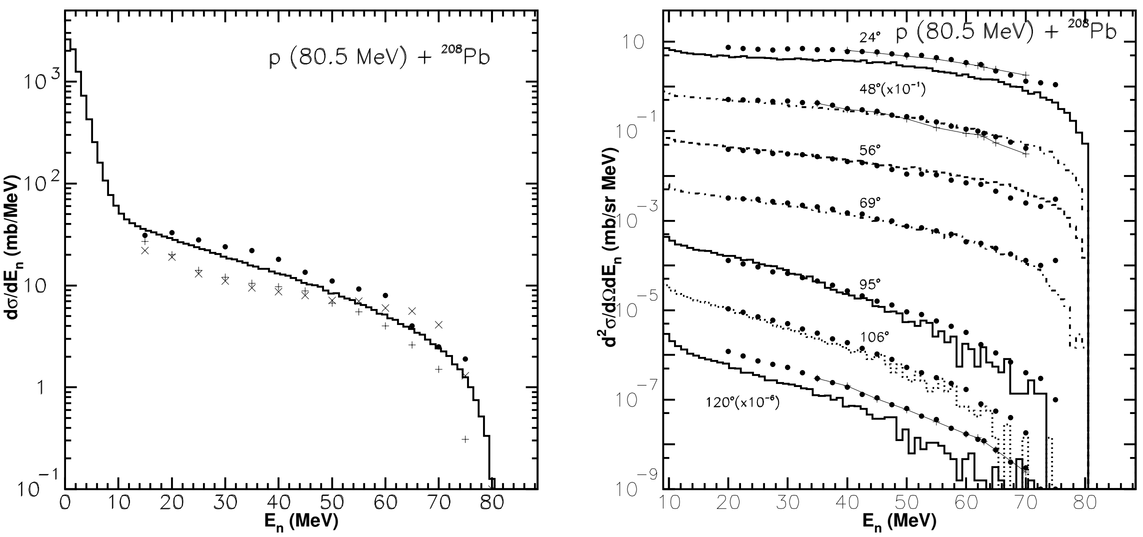

FIG. 4.4: Sections efficaces différentielles en énergie (à gauche) et doublement différentielles (à droite) de production de neutrons pour la réaction $p + {}^{208}Pb$ à 80.5 MeV. Les données (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Sur le panneau de droite, les spectres expérimentaux ne sont présentés que jusqu'à 75 MeV afin de ne pas encombrer la figure avec les pics provenant des réactions cohérentes. Afin d'éviter les recouvrements et de faciliter la comparaison des différents résultats, les sections efficaces doublement différentielles obtenues pour les différents angles sont multipliées par un facteur 10^{-n}, où n est un entier qui croît avec la valeur des angles en partant de $n = 0$ pour le plus petit angle. Sauf indication contraire, cette convention s'applique à toutes les figures regroupant les spectres d'émission pour différents angles. Sur le *panneau de gauche*, les données sont comparées avec les prédictions du modèle INCL3 (histogrammes) et avec celles des modèles hybride (H) et GDH, telles que présentées dans [85]. Ces dernières sont représentées par les symboles + et ×, respectivement. Sur le *panneau de droite*, les résultats du modèle INCL3 (histogrammes) sont comparés avec ceux du modèle Multi-Step Direct (MSD) de la référence [103], tels que cités dans [85]. Les auteurs de [85] annoncent une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°.

en regardant le panneau de droite de la figure 4.4 qui donne les spectres d'émission pour quelques valeurs de l'angle θ. On y constate un bon accord pour tous les angles présents sur la figure, à l'exception du spectre à 120°, légèrement sous-évalué[5]. Nous devons néanmoins mentionner le fait que les auteurs des mesures utilisées émettent des doutes quant à la validité de ces dernières pour les angles $\theta = 95°$ et $\theta = 106°$, où les sections efficaces mesurées semblent sous-estimées d'un facteur 1.5 à 2 par rapport au comportement régulier attendu de l'évolution des sections efficaces mesurées en fonction des angles (voir [85] pour plus de détails). Cette remarque s'applique également aux données présentées dans les figures 4.5 et 4.6. L'accord constaté sur la figure entre les données et les résultats de la simulation pour ces deux angles est donc sans doute légèrement trompeur. Prenant cette précision en compte, il semblerait que l'accord soit très bon pour les angles intermédiaires, mais qu'une sous-estimation d'un facteur inférieur ou égal à 2 se fasse jour pour les angles arrière. Notons que nous ne disposons pas, pour cette réaction, de données pour des angles inférieurs à 20° ou supérieurs à 120°. Nous ne savons donc a priori rien de la validité de nos résultats pour cette plage angulaire[6].

Un éclaircissement partiel peut être apporté par la figure 4.5 qui présente les résultats pour la réaction $p +^{90} Zr$ à 120 MeV et contient des spectres pour $\theta = 11°$, 134° et 145°. On constate que les résultats sont bien reproduits à l'exception des angles extrêmes 11° et 145° pour lesquels les sections efficaces sont sous-estimées. La sous-estimation des données expérimentales à 95° (aussi présente pour cette réaction) tend ici à valider les résultats obtenus par le modèle INCL3. A 11°, on constate un déficit en neutrons pour des énergies de l'ordre de 60 MeV tandis que les valeurs à plus basse et haute énergie sont bien reproduites. Ceci signifie que, pour cet angle, la dépendance en énergie du spectre est mal reproduite. Au contraire, à 134 et 145°, la sous-estimation observée est régulière sur tout le domaine en énergie et les spectres sont donc simplement décalés d'un facteur global. Rappelons que le comportement apparemment erratique des spectres à l'arrière pour les énergies supérieures à $E_{inc}/2$ est dû à une statistique insuffisante des résultats dans cette région de l'espace de phase. Signalons également que les spectres obtenus pour les réactions $p +^{90} Zr$ à 80,5 MeV et $p +^{208} Pb$ à 120 MeV sont présentés sur les panneaux de gauche des figures 6.4 et 6.5, respectivement.

Continuant notre présentation des résultats par ordre d'énergie incidente croissante, nous montrons dans la figure 4.6 nos résultats pour la réaction $p+^{90} Zr$ à 160.3 MeV, et plus précisément les distributions angulaires d'émission de neutrons, d'abord parce que celles-ci sont souvent considérées comme des tests plus sévères pour valider un modèle, et ensuite pour mettre en évidence la sous-estimation probable des mesures effectuées entre 82 et 106°[92]. Présentés sous cette forme, les résultats semblent un peu moins bons car le détail de la forme des distributions angulaires n'est parfaitement rendu pour aucune énergie des éjectiles, bien que les caractéristiques principales en soient correctement prédites. Pourtant,

[5]Notons la multiplication des sections efficaces obtenues pour les différents angles par un facteur d'échelle de la forme 10^{-n} afin de faciliter la lecture des résultats. Cette convention vaut pour toutes les sections efficaces doublement différentielles présentées au cours de ce chapitre, et plus généralement de toute la thèse.

[6]Cette limitation est d'une importance relative puisque moins de 10% des neutrons sont émis à ces angles.

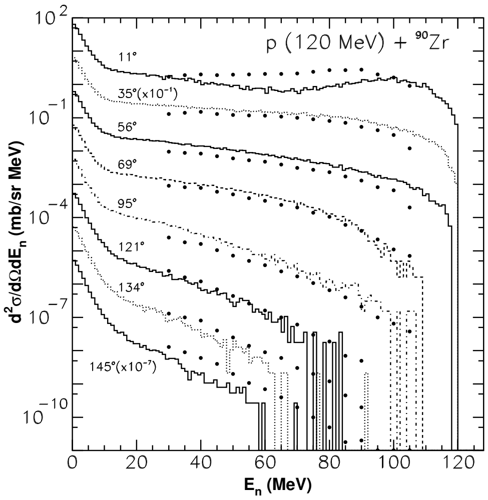

FIG. 4.5: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $p+^{90}Zr$ à 120 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [92] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Elles sont comparées avec les prédictions du modèle INCL3 (histogrammes). Les données expérimentales à 95° sont sous-estimées d'un facteur 1.5 environ.

une étude plus attentive de la figure montre que les défauts de prédiction du modèle INCL qui s'y font jour sont les mêmes que ceux déjà présents dans la figure 4.5 avec, en particulier, une sous-estimation du spectre à 10° pour les énergies intermédiaires et des spectres aux angles supérieurs à 120°.

Enfin, nous présentons dans la figure 4.7 les résultats obtenus pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 256 MeV, c'est-à-dire une énergie proche de la limite inférieure de validité généralement admise pour les modèles de cascade intranucléaire. Comme nous possédons ici des données expérimentales pour le pic d'évaporation, nous avons voulu les mettre en évidence en choisissant une échelle logarithmique en abscisse. Nous constatons que l'accord obtenu à cette énergie n'est pas sensiblement meilleur que celui obtenu à plus basse énergie, notamment pour les angles les plus faibles et les angles arrière. En particulier, le nombre des éjectiles de cascade (ici des neutrons) aux angles arrière et aux petits angles pour les énergies proches de $E_{inc}/2$ (qui apparaissent à l'extrême droite de la figure 4.7) est toujours sous-estimé. De plus, les résultats aux angles intermédiaires sont moins bons que ce qu'ils étaient pour la même réaction à 80.5 MeV (voir le panneau de droite de la figure 4.4).

Emission de protons : réactions (p,xp).

Comme pour l'émission de neutrons, nous allons considérer les différents résultats par ordre d'énergie incidente croissante. Le cas de la réaction $p+^{54}Fe$ à 39 MeV et 62 MeV est illustré dans la figure 4.8. On voit que l'accord n'est pas très bon, particulièrement pour les éjectiles de plus haute énergie dont le nombre est nettement sous-estimé. Ce sera une

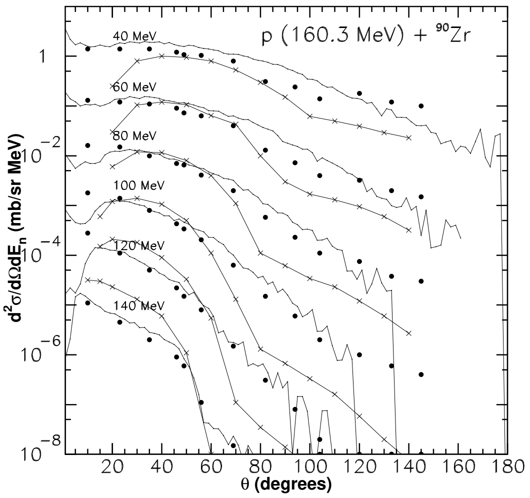

FIG. 4.6: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $p+^{90}Zr$ à 160.3 MeV, présentées en fonction de l'angle d'émission. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [92] et annoncées avec une incertitude d'environ 20 %). Les prédictions du modèle INCL3 sont représentées par les lignes continues, celles du modèle GDH par des croix '×' reliées entre elles par des traits pleins (tirées de [92]). Les données expérimentales souffrent d'une erreur systématique entre 82 et 102° où elles devraient être multipliées par un facteur correctif compris entre 1 et 2.

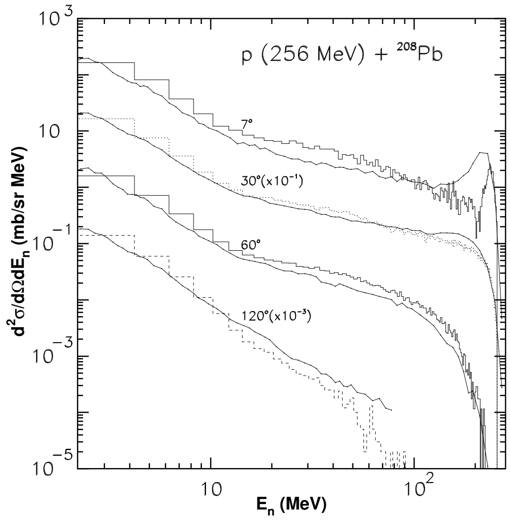

FIG. 4.7: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 256 MeV. Les données expérimentales (lignes) sont tirées de la référence [94] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 10%. Les résultats de la simulation par le modèle INCL3 sont représentés par les histogrammes.

caractéristique récurrente de nos résultats pour les réactions (p, xp). La diffusion cohérente menant à des états faiblement excités de la cible est plus fréquente que pour les réactions (p, xn) à énergie équivalente et génère un surcroît de section efficace, surtout pour les angles avant[7]. Les données expérimentales tirées de [80] s'étendent jusqu'au pic d'évaporation où elles sont en accord raisonnable, mais pas excellent, avec le modèle. L'accord est meilleur à 62 MeV, surtout pour les énergies juste au-delà du pic d'évaporation, où la surestimation est moins forte.

La figure 4.9 présente les sections efficaces doublement différentielles pour la réaction $p+^{54}Fe$ à 62 MeV. L'accord n'est pas très bon, contrairement à ce que nous avons observé dans les figures 4.3 et 4.4 pour des énergies proches. Dans cette gamme d'énergie, l'accord semble être moins bon pour les réactions (p, xp) que pour les réactions (p, xn). La situation s'améliore pour les réactions $p+^{27}Al$ et $p+^{209}Bi$ à 90 MeV, comme le montre la figure 4.10. Si l'on néglige les pics expérimentaux à haute énergie qui s'expliquent par des réactions cohérentes non prises en compte par le modèle, l'accord est satisfaisant pour les deux cibles, mais légèrement meilleur pour ^{27}Al que pour ^{209}Bi, où l'on constate une légère surestimation des spectres entre 20 et 40 MeV pour les angles supérieurs à 20°. Au vu des résultats présentés, il semblerait que le modèle sous-estime les données expérimentales pour les angles faibles et les surestime pour les plus grands angles ($< 90°$). En conséquence, l'accord est optimal pour un angle intermédiaire, qui se trouve être environ 30° pour les

[7]La présence de cette remontée des spectres aux hautes énergies à l'avant n'est pas systématique cependant (voir par exemple les figures 4.8, 4.10 et 4.14 comparées aux figures 4.9, 4.11 et 4.12)

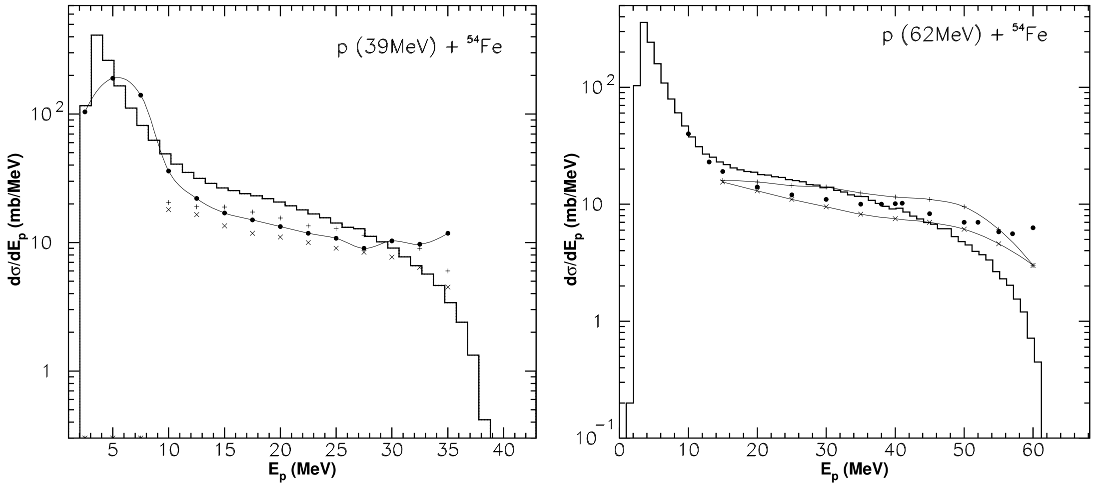

FIG. 4.8: Sections efficaces différentielles en énergie de production de protons pour la réaction $p+^{54}Fe$ à 39 MeV (panneau de gauche) et 62 MeV (panneau de droite). Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [80] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Elles sont comparées avec les prédictions du modèles INCL3 (histogrammes) et avec celles du modèle GDH où on calcule le libre parcours moyen λ_+ à l'aide de la partie imaginaire du potentiel du modèle optique (+) ou à l'aide de la section efficace nucléon-nucléon ($\times$), comme expliqué dans [78].

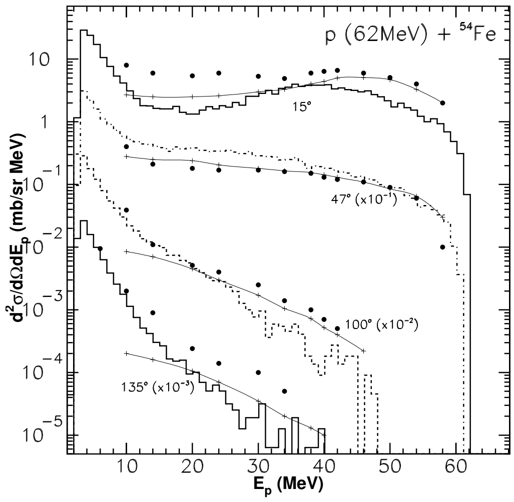

FIG. 4.9: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $p+^{54}Fe$ à 62 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [80] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 10%. Les résultats de la simulation par le modèle INCL3 sont représentés par les histogrammes et ceux du modèle de [104] par les croix (+) reliées par des traits pleins.

deux réactions présentées ici.

La figure 4.11 présente les résultats pour la réaction $p+^{58}Ni$ à trois énergies différentes : 100, 150 et 200 MeV. A 100 MeV, la situation est semblable à celle de la figure précédente, avec une sous-estimation aux petits angles et une surestimation aux angles intermédiaires, sauf que la présence ici d'un spectre pour $\theta = 120°$ remet en évidence la sous-estimation déjà rencontrée des sections efficaces à l'arrière. Les performances du modèle sont assez moyennes pour les spectres à 15°, avec une sous-estimation d'un facteur 2 à 4 pour les énergies proches de $E_{inc}/2$. On constate également une légère surestimation pour les angles intermédiaires (50 et 70° particulièrement) de la partie du spectre située juste au-delà du pic évaporatif (soit ici pour des énergies de l'ordre de 20 MeV). L'accord semble s'améliorer au fur et à mesure que l'énergie incidente augmente, jusqu'à être excellent à 200 MeV. Le panneau de droite de la figure 4.29 contient en outre les résultats obtenus pour la réaction $p+^{197}Au$ à 100 MeV. On y constate une aggravation de la surestimation aux énergies de l'ordre de 20 MeV pour les angles intermédiaires.

4.2.2 Réactions induites par des neutrons

Les données expérimentales dont on dispose pour les réactions $n+noyau$ sont plus rares et moins précises que pour les réactions $p+noyau$. Nous présentons dans la figure 4.12 les spectres d'émission de neutrons pour la réaction $n+^{93}Nb$ à 15 MeV. L'accord du modèle INCL3 avec l'expérience est étonnamment bon mais il s'agit sans doute d'un heureux

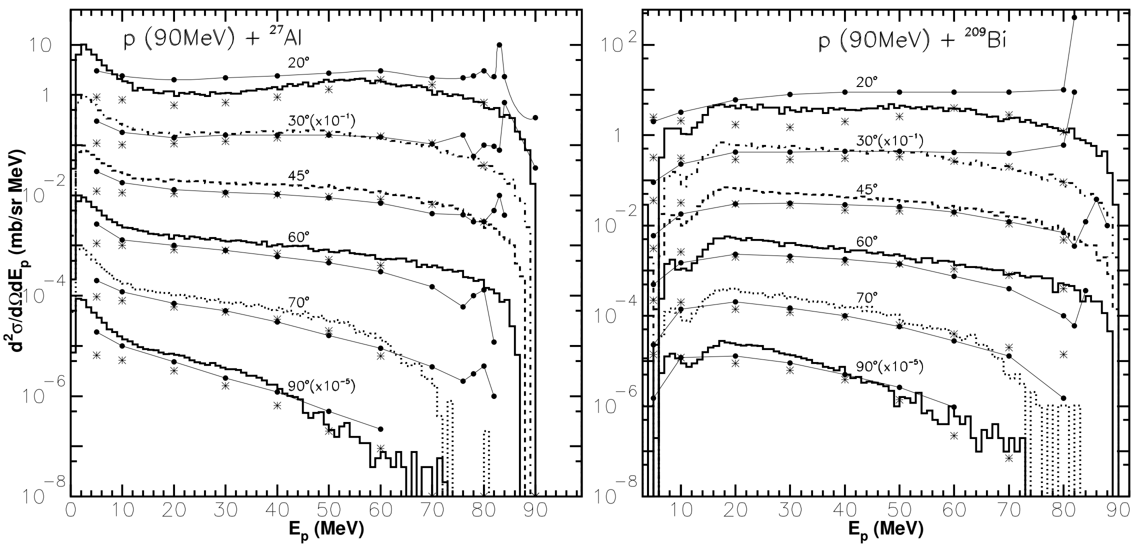

FIG. 4.10: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour les réactions $p +^{27} Al$ (panneau de gauche) et $p +^{209} Bi$ (panneau de droite) à 90 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [86] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 10%. Les résultats de la simulation par le modèle INCL3 sont représentés par les histogrammes et celles du modèle de [105] par les étoiles.

hasard.

Des données plus récentes ont été obtenues dans le cadre du projet européen HINDAS [12]. Elles concernent des spectres d'émission de protons pour la réaction $n + ^{208}Pb$ à 62.7 MeV et sont représentées aux côtés des prédictions du modèle INCL3 dans la figure 4.13. L'accord observé entre l'expérience et les résultats du modèle est du même ordre de qualité que pour les réactions induites pour les protons à cette énergie (voir figures 4.3 et 4.4). Les résultats obtenus sont légèrement meilleurs pour le plus petit angle (ici 20°) et légèrement moins bons pour les grands angles. Pour tous les angles, on observe une surestimation systématique des sections efficaces aux alentours de $15 - 20$ MeV. Ce défaut pourrait provenir d'une surévaluation de la barrière coulombienne dans le module de cascade et d'une sous-estimation de la même barrière dans le module d'évaporation de Dresner.

En se basant sur les spectres de protons présentés sur le panneau de droite de la figure 4.10 et sur les figures 4.13 et 4.15, on peut évaluer la hauteur de la barrière coulombienne pour un noyau de ^{208}Pb à environ 15 MeV pour la cascade et à environ 6 MeV pour l'évaporation[8]. Une telle hauteur de barrière dans la routine de cascade réduit la production de protons avec des énergies de l'ordre de 10 ou 15 MeV, ce qui cause un surcroît d'énergie d'excitation pouvant être évacué par des éjectiles d'énergie juste supérieure

[8]Pour une cible de ^{54}Fe (voir figure 4.8), ces chiffres sont de 9 MeV et 4 MeV, qui confirme ce rapport d'environ 2 entre les deux hauteurs.

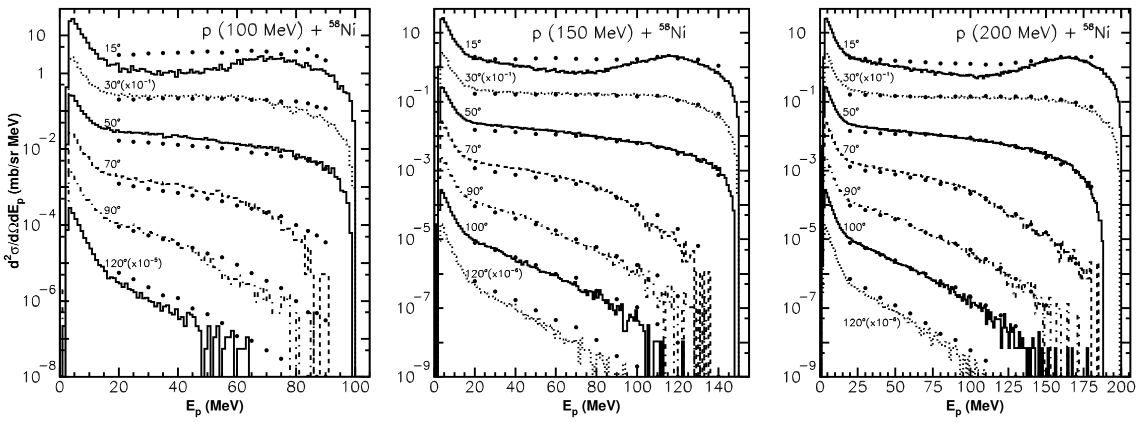

FIG. 4.11: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $p +^{58} Ni$ à 100, 150 et 200 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [88] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 10 à 20%. Les résultats de la simulation par le modèle INCL3 sont représentés par les histogrammes.

à la barrière coulombienne, soit justement la gamme d'énergie pour laquelle les sections efficaces semblent surévaluées. Il est peu probable cependant que cette explication suffise à interpréter les surestimations par un facteur 2 observées sur les figures 4.10 et 4.13 pour les noyaux les plus lourds. Cette absence d'uniformité des effets coulombiens entre les modèles chargés de traiter les deux étapes de la réaction est également responsable du petit pic qui apparaît sur ces figures aux alentours de 6 MeV[9]. Confrontés à la pauvreté des données disponibles pour les spectres de protons de très basse énergie, nous n'avons pas étudié plus avant cette question, d'autant que l'utilisation de la routine d'évaporation ABLA [58] en lieu et place de la routine de Dresner [57] avec la version INCL4 du modèle de cascade intranucléaire de Liège rendra ce problème caduc.

Sur la figure 4.14, nous présentons les résultats obtenus pour la réaction $n +^{54} Fe$ à 65 MeV, une énergie très proche de celle qui correspond à la figure 4.13. Les résultats obtenus sont d'ailleurs du même ordre, excepté bien sûr pour l'augmentation observée des spectres à haute énergie, augmentation qui provient de réactions cohérentes comme déjà signalé.

Nous concluons cette partie de l'exposé en présentant les spectres de protons obtenus pour la réaction $n +^{208} Pb$ à une énergie légèrement supérieure, soit 97 MeV (voir figure 4.15). Pour les angles supérieurs à 15°, l'accord est très bon et similaire à celui observé pour les réactions $p + noyau$ à ces angles et pour cette gamme d'énergie (voir par exemple les figures 4.4, 4.5 et 4.11). L'émission à 11° est légèrement sous-estimée aux alentours de 50 MeV, comme c'était déjà le cas sur la figure 4.5. Le principal intérêt de ces données

[9]Inspirés par l'allure du spectre à basse énergie que l'on observe sur le panneau de droite de la figure 4.10 ou dans la figure 4.15, nous appellerons souvent dans la suite de notre exposé cet artefact du modèle le "double pic".

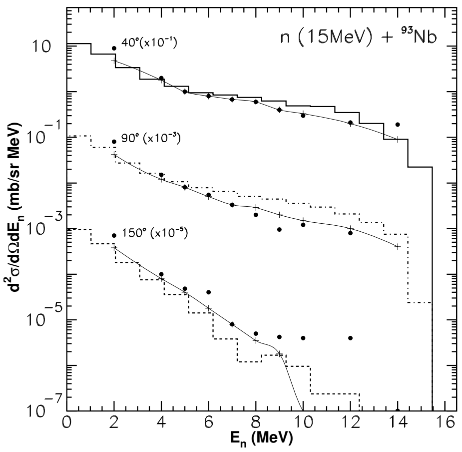

FIG. 4.12: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $n+^{93}Nb$ à 15 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [99] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 20%. Les résultats de la simulation par le modèle INCL3 sont représentés par les histogrammes et celles du modèle de [105] par des croix (+) reliées par des traits pleins.

est qu'elles s'étendent jusqu'à des angles très petits et permettent d'évaluer l'efficacité du modèle INCL3 dans une zone de l'espace de phase non testée jusqu'ici. Les résultats sont particulièrement éclairants, puisqu'ils mettent en évidence une sous-estimation critique de la section efficace pour des énergies détectées proches de 80 MeV. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 4.3.

4.2.3 Résumé

La première conclusion que nous pouvons tirer de l'ensemble des résultats que nous venons de présenter est que le modèle INCL3 fournit de bons résultats pour des énergies incidentes bien inférieures à 250 MeV, la limite théorique rappelée en introduction de ce chapitre. On ne pourrait trop insister sur l'importance de ce résultat général.

Néanmoins, l'accord obtenu semble parfois subir des variations erratiques (par exemple si on compare les panneaux de droite des figures 4.4 et 4.10), ce qui suggère une possible dépendance des données en fonction de la structure des noyaux-cibles. Une telle dépendance erratique, vis-à-vis de la masse de la cible ou de l'énergie incidente par exemple, ne peut évidemment pas provenir du modèle INCL3 lui-même puisque toutes les grandeurs y intervenant, en particulier celles relatives aux caractéristiques du potentiel ou à l'initialisation du noyau, sont des fonctions régulières de la masse de la cible et/ou de l'énergie incidente. Les sections efficaces élémentaires sont, elles, fixées une fois pour toutes. Dès lors, le caractère parfois imprévisible de l'accord obtenu suggère l'existence de phénomènes quantiques et/ou d'effets de structure.

Cependant, ces effets quantiques ou de structure ne causent que des perturbations

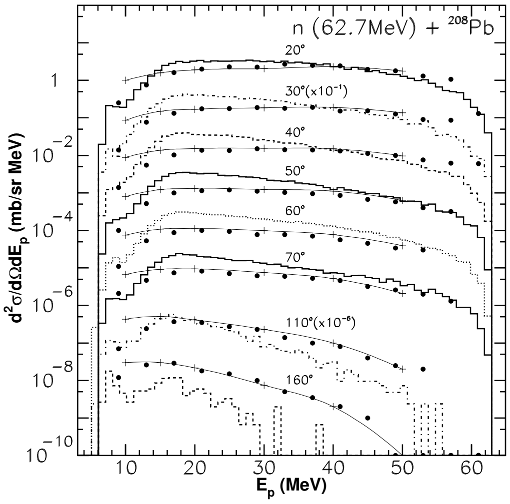

Fig. 4.13: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $n +^{208} Pb$ à 62.7 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [101] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 10%. Les résultats de la simulation par le modèle INCL3 sont représentés par les histogrammes et ceux de la simulation par le modèle TALYS [106] (tirés de [107]) par des croix (+) reliées par des traits pleins.

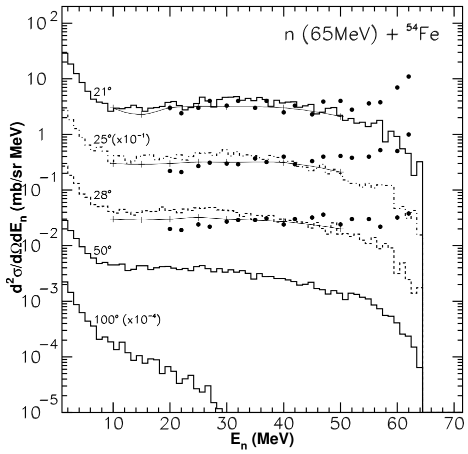

FIG. 4.14: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $n+^{54}Fe$ à 65 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [83] et annoncées avec une incertitude d'environ 25% pour le spectre à 21° et d'environ 15% pour les autres angles. Les résultats de la simulation par le modèle INCL3 sont représentés par les histogrammes et ceux de la simulation par le modèle de [108] (tirés de [83]) par des croix (+) reliées par des traits pleins.

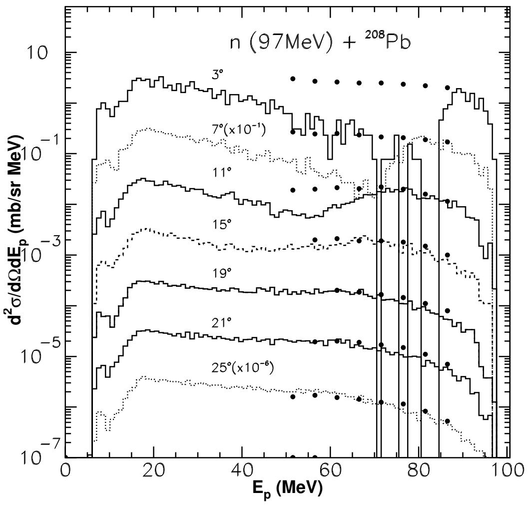

FIG. 4.15: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $n+^{208}Pb$ à 97 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [96] et annoncées avec une incertitude d'environ 5%. Les résultats de la simulation par le modèle INCL3 sont représentés par les histogrammes.

autour d'une tendance générale que l'on peut résumer comme suit. Le modèle INCL3 donne de bons résultats pour les réactions (p, xn) au-dessus de 45 MeV. L'accord est d'autant meilleur que l'énergie incidente et la masse de la cible sont grandes. Il est aussi en général meilleur pour les angles intermédiaires que pour les angles extrêmes.

Pour les réactions (p, xp), les tendances sont similaires mais plus prononcées et la dégradation de l'accord observée lorsque l'énergie incidente diminue semble plus rapide.

Le nombre limité de réactions $n + noyau$ pour lesquelles nous disposons de données expérimentales empêche que l'on puisse réellement déduire des tendances générales. Disons donc simplement que les évolutions semblent être approximativement les mêmes, avec un accord généralement un peu moins bon.

Bien que l'enseignement général de ce chapitre soit le bon accord global des résultats obtenus à l'aide du modèle de cascade INCL3 et des données expérimentales, nous avons beaucoup insisté au cours de l'exposé sur les points de désaccord, passant souvent plus rapidement sur les nombreux cas où l'accord était bon. Ce parti-pris s'explique par le fait que nous avons déjà en point de mire les tentatives d'amélioration du modèle qui vont être présentées dans la suite de ce chapitre. Dans cette même optique, une autre manière de résumer l'ensemble de ces résultats est de faire la liste des zones de l'espace de phase pour lesquelles l'accord se dégrade. Nous avons ainsi :

- une sous-estimation des spectres pour les grands angles (voir figures 4.4, 4.5, 4.6, 4.9, 4.11 et 4.13).
- une sous-estimation des spectres pour les angles faibles et les énergies intermédiaires (voir figures 4.5, 4.6, 4.7, 4.9, 4.10, 4.11 et 4.15)
- une décroissance trop rapide des spectres en fonction de l'énergie pour les réactions (p, xp) (voir figures 4.8, 4.9, 4.10 (pour le Bi, sauf à $60°$) et 4.29) et (n, xp) (voir figure 4.13). Cette tendance est d'autant plus marquée que les noyaux sont lourds.
- la non-prise en compte des réactions cohérentes, surtout apparente dans les spectres (p, xp) et (n, xn) (voir figures 4.8,4.10 et 4.14)

Avant de nous intéresser à l'influence du principe d'exclusion de Pauli, nous allons définir une grandeur qui nous sera très utile pour étudier la dynamique des réactions : le nombre d'activation.

4.3 Introduction du nombre d'activation n_a

Afin de mieux interpréter les résultats obtenus, nous avons dû inventer un moyen de suivre l'évolution temporelle de la réaction et, plus précisément, de déterminer à quel stade de la cascade étaient émis les différents éjectiles. Dans la version standard de la cascade, la seule grandeur qui aurait pu remplir ce rôle est le nombre de collisions subies par chaque nucléon (`NC`). Il est cependant très vite apparu que cet indicateur n'avait qu'un intérêt pratique limité. En effet, des nucléons peuvent être émis après avoir subi une seule collision à tous les stades de la cascade. Dès lors, il ne fournit que des indications difficilement interprétables sur la dynamique de la réaction. De plus, cette grandeur dépend de la numérotation des nucléons. Lorsque deux nucléons i et j subissent une collision, il n'est pas possible de suivre le devenir des deux nucléons individuellement. En conséquence, pour

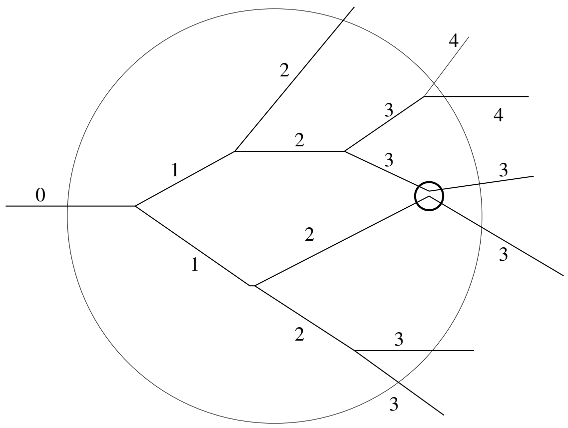

FIG. 4.16: Représentation schématique de la structure en arbre du processus de cascade. Les valeurs du nombre d'activation pour les nucléons participants sont indiquées. Le cercle met en évidence un exemple de collision entre deux nucléons participants. Voir le texte pour de plus amples explications.

être cohérent, il est préférable d'utiliser une grandeur qui fournisse après chaque collision NN la même valeur pour les deux nucléons impliqués.

Nous avons donc mis au point un nouvel indicateur, que nous avons appelé le **nombre d'activation** n_a. Il indique à quel stade de la cascade un nucléon a été activé. Au début de la réaction, tous les nucléons sont spectateurs et ont par définition un nombre d'activation nul[10]. Après la première collision, les deux nucléons impliqués (le projectile incident et un des nucléons de la cible) voient leur nombre d'activation passer à 1. Au cours de la cascade, chaque collision entre deux nucléons où l'un est spectateur ($n_a = 0$) et l'autre pas ($n_a > 0$) fait augmenter de 1 la valeur du nombre d'activation du nucléon participant tandis que celui du nucléon spectateur prend la même valeur. Si on trace un graphe schématisant la succession des collisions (voir figure 4.16), on voit facilement que, ainsi défini, le nombre d'activation d'un nucléon représente le nombre de bifurcations menant à la branche correspondant à son activation. Il permet également d'évaluer la perte progressive de l'information provenant du projectile (sa direction incidente, son énergie) et reçue par le nucléon. Dans cette optique, lorsqu'une collision implique deux nucléons participants i et j (comme celle mise en évidence d'un cercle sur la figure 4.16), nous avons choisi de donner un nombre d'activation égal à $min(n_{a,i}, n_{a,j}) + 1$ aux deux nucléons. Nous considérons également que la valeur de n_a n'est pas modifiée par une réflexion. Enfin, à défaut d'avoir pu trouver une formule complètement satisfaisante, nous donnons par convention une valeur de 1 pour le nombre d'activation des pions produits[11].

Comme exemple du type d'enseignement que l'on peut tirer de cette nouvelle grandeur,

[10] Lors d'un événement transparent, le(s) nucléon(s) incident(s) a (ont) aussi formellement un nombre d'activation nul.

[11] Ce choix vient quelque peu perturber la lecture des valeurs de n_a comme évaluation de l'information résiduelle du projectile incident, mais cela ne devrait pas jouer de rôle important dans la gamme d'énergie que nous envisageons ici.

nous allons tenter de répondre à une question souvent débattue : les éjectiles produits au début du processus de cascade sont-ils confinés dans une zone particulière de l'espace de phase ? Ou, inversement, existe-t-il des zones de l'espace de phase qui ne sont peuplées que par de tels éjectiles ? La figure 4.17 apporte, dans le cadre de notre modèle, une réponse partielle à ces questions pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV. On y voit la décomposition en fonction du nombre d'activation de la distribution en énergie (intégrée sur les angles) des neutrons émis lors de la cascade[12] et des spectres d'émission pour deux valeurs de θ (10° et 69°).

- $\boxed{n_a = 1}$ Comme attendu, les éjectiles de plus haute énergie ont dans leur immense majorité un nombre d'activation $n_a = 1$. Le panneau de gauche nous indique néanmoins que les éjectiles avec $n_a = 1$ sont plus nombreux à basse qu'à haute énergie, ce qui s'explique par le fait que, après la première collision, c'est le nucléon qui a emporté la plus petite part de l'énergie de collision qui a le moins de chances de subir une nouvelle interaction (et donc de voir son nombre d'activation modifié avant émission). Cette diminution de la probabilité de réinteraction pour les nucléons de basse énergie s'explique essentiellement par le principe de Pauli (implémenté strictement ici) qui bloque la majorité des collisions de faible énergie.
  Le panneau central de la figure 4.17 nous présente le spectre d'émission pour $\theta = 10°$. Les nucléons caractérisés par $n_a = 1$ sont essentiellement émis à haute énergie. Cela se comprend facilement si on considère la cinématique de la diffusion quasi-élastique. Négligeons dans un premier temps le mouvement de Fermi. Pour des énergies incidentes de cet ordre, la première collision est forcément élastique et les deux nucléons suivent, après collision, deux trajectoires perpendiculaires. Le nucléon dont la trajectoire est la plus dirigée vers l'avant est forcément le plus énergétique. On s'attend donc à observer un pic étroit dans la zone de haute énergie du spectre d'émission à 10°. Le nucléon le moins énergétique a une trajectoire après collision plus en arrière. Il peut néanmoins être émis selon un angle $\theta \sim 10°$ s'il subit entre-temps une réflexion. C'est l'origine de la faible contribution $n_a = 1$ à basse énergie dans le panneau central. Le mouvement de Fermi élargit ensuite considérablement la largeur du pic à haute énergie. Pour $\theta = 69°$, la situation est en gros inversée et la majorité des éjectiles caractérisés par $n_a = 1$ sont de faible énergie.
- $\boxed{n_a > 1}$ La composante $n_a = 2$ est globalement presque aussi importante que la composante $n_a = 1$ (inférieure de 5% seulement en nombre de neutrons émis) mais présente un maximum pour une énergie plus faible. Sa forme varie peu selon l'angle considéré. L'importance des autres composantes décroît rapidement pour des valeurs plus élevées de n_a[13] tandis que leur forme, assez proche de la forme obtenue pour la composante $n_a = 2$, varie peu. La comparaison entre le panneau central de la figure 4.17 et la figure 4.15 suggère que, dans le modèle INCL, la forme des composantes $n_a = 1$ et/ou $n_a = 2$ est mal représentée. Ceci pourrait par exemple suggérer que la distribution initiale en impulsion des nucléons de la cible n'est pas satisfaisante ou bien que des effets d'interférence se manifestent explicitement dans

[12] Les éjectiles émis durant la phase d'évaporation ne sont pas pris en compte ici.

[13] Pour des raisons de clarté, seule la composante $n_a = 3$ a été représentée sur la figure 4.17 mais l'importance relative des différentes composantes sera illustrée par la figure 4.24.

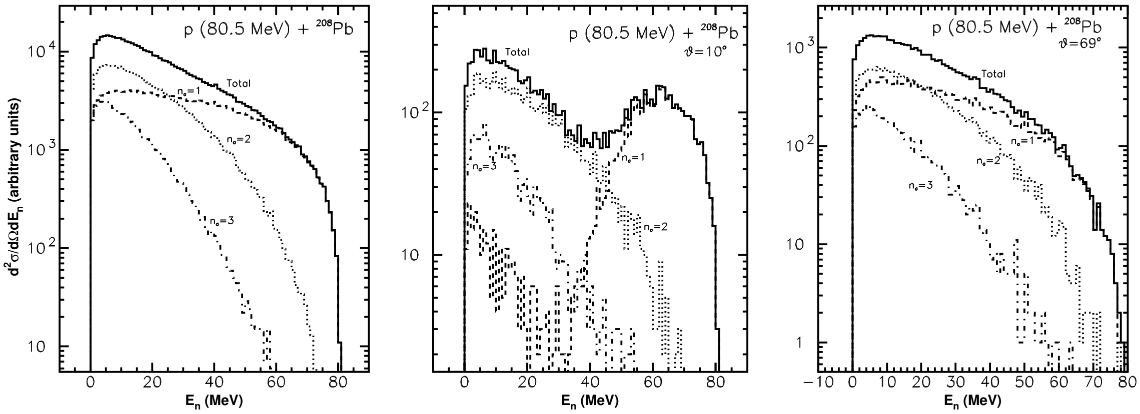

FIG. 4.17: Décomposition selon le nombre d'activation des spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV. Les distributions sont ici données en unités arbitraires. Le panneau de gauche présente le spectre intégré sur les angles, le panneau du centre le spectre observé à $\theta = 10°$ et celui de droite le spectre à $\theta = 69°$.

cette région de l'espace de phase. Cette deuxième hypothèse est néanmoins sujette à caution puisque ces problèmes se retrouvent également pour des énergies incidentes nettement plus grandes, comme le montre par exemple le spectre à $7,5°$ sur la figure 2 de la référence [50] ou le spectre à 10° sur le panneau de droite de la figure 4.28 pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 800 MeV. Nous verrons au chapitre 5 que ce problème pourrait être lié aux effets réfractifs.

Nous avons vu au cours du paragraphe précédent que les spectres (p, xp) présentaient pour les noyaux les plus lourds une décroissance trop forte en fonction de l'énergie (voir figures 4.10 ou 4.13 par exemple). Face à ce résultat, la première réaction est de se dire que les émissions de protons telles que calculées par le modèle INCL3 sont, pour une raison encore inexpliquée, plus piquées vers les basses énergies que les émissions de neutrons. Il n'en est rien. Prenons l'exemple de la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV. Nous présentons dans la figure 4.18 l'équivalent de la figure 4.17 mais pour l'émission de protons. En comparant les deux figures, on constate que la pente moyenne du spectre d'émission en énergie est en fait légèrement plus faible (en valeur absolue) pour les protons. Ce résultat s'explique aisément grâce à la décomposition selon le nombre d'activation, comme nous allons à présent l'expliquer.

Si on ne regarde que les énergies supérieures à 20 MeV pour pouvoir négliger l'effet de la barrière coulombienne, on constate que, en excellente approximation, les composantes $n_a = 2$ sont d'importance égale pour les protons et les neutrons. De même, les composantes $n_a = 3$ et $n_a = 4$ sont très proches, le spectre en protons étant inférieur de seulement 10% à celui en neutrons. L'essentiel de la différence observée entre les deux spectres provient donc de la composante $n_a = 1$ qui est deux fois plus élevée pour les protons que pour les neutrons à 20 MeV et 50% plus élevée environ à 70 MeV. Cet important écart entre le nombre de protons et de neutrons ayant été émis avec $n_a = 1$ s'explique par la nature du

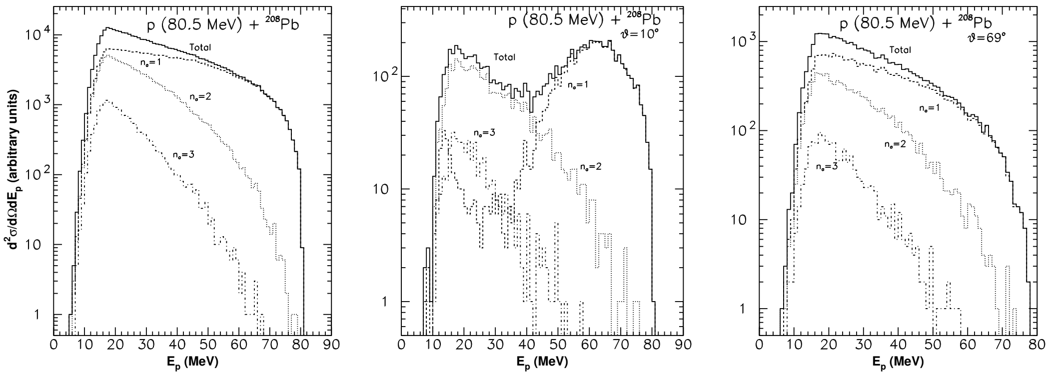

FIG. 4.18: Décomposition selon le nombre d'activation des spectres d'émission de protons pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV. Les distributions sont ici données en unités arbitraires. Le panneau de gauche présente le spectre intégré sur les angles, le panneau du centre le spectre observé à $\theta = 10°$ et celui de droite le spectre à $\theta = 69°$.

faisceau incident et l'asymétrie du noyau. En première approximation, on a, dans le cas d'une réaction induite par un proton :

$$< p >_{n_a=1, E_p>20\ MeV} \propto Z\sigma_{pp} + N\sigma_{pn}^{dir} \tag{4.5}$$

et

$$< n >_{n_a=1, E_n>20\ MeV} \propto N\sigma_{np}^{éch} \tag{4.6}$$

Comme on peut écrire en première approximation que $\sigma_{pp} \sim \sigma_{pn}^{dir} \sim \sigma_{np}^{éch}$, on obtient (toujours dans le cas d'un proton incident)

$$\frac{< p >_{n_a=1, E_p>20\ MeV}}{< n >_{n_a=1, E_p>20\ MeV}} \sim \frac{N+Z}{N} \sim \frac{5}{3} \tag{4.7}$$

Ce rapport de $\frac{5}{3}$ se retrouve à peu près dans les résultats obtenus à l'aide du code de cascade. Sous ces deux conditions ($n_a = 1$ et $E_p > 20\ MeV$), on voit donc que la multiplicité en protons est sensiblement plus grande que la multiplicité en neutrons[14].

La plus grande importance de la composante $n_a = 1$ dans le spectre en protons explique que la décroissance y soit légèrement moindre que dans le spectre en neutrons (voir les panneaux de gauche des figures 4.17 et 4.18) puisque la composante $n_a = 1$ est nettement moins piquée vers les faibles énergies que les composantes de n_a plus élevé.

[14]Ce résultat ne doit pas être généralisé. Pour information, notons ainsi que, si on inclut les énergies inférieures à 20 MeV, la proportion de protons parmi les éjectiles (de cascade) diminue sensiblement car la barrière coulombienne empêche l'émission d'un grand nombre de protons de faible énergie. On a alors $\frac{<p>_{n_a=1}}{<n>_{n_a=1}} \sim \frac{6}{5}$. De même, si on inclut les composantes $n_a > 1$, la proportion de neutrons parmi les éjectiles augmente en accord avec l'évolution de la proportion de neutrons parmi les particules actives. Nous avons alors $\frac{<p>_{E_p>20\ MeV}}{<n>_{E_p>20\ MeV}} \sim \frac{4}{3}$. Si on lève les deux restrictions, on retrouve le résultat attendu d'un multiplicité en neutrons plus grande que celle en protons ($\frac{<p>}{<n>} \sim \frac{4}{5}$).

Le désaccord observé entre l'expérience et les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL3 pour les réactions (N, xp) s'explique donc par des comportements expérimentaux très différents pour les spectres d'émission de protons et de neutrons. Au vu des recherches que nous avons effectuées, les réactions pour lesquelles les spectres d'émission de protons et de neutrons ont été mesurés pour les mêmes angles sont rares. Néanmoins, la figure 6-20 du rapport du projet européen HINDAS [12], reproduite ici dans la figure 4.19, présente des spectres de production de protons et de neutrons à trois angles pour la réaction $p + {}^{208}Pb$ à 62.9 MeV.

Même si on ne regarde que les énergies supérieures à 20 MeV pour pouvoir négliger l'influence de la barrière coulombienne, on constate que pour une réaction $p + noyau$, les spectres d'émission de protons et de neutrons présentent des allures sensiblement différentes. Ainsi, à 24°, il y a environ trois fois plus de neutrons émis avec $E_n = 20\ MeV$ qu'avec $E_n = 50\ MeV$. En revanche, pour un angle très proche (25°), le spectre d'émission de protons est quasiment constant pour des énergies des éjectiles comprises entre 20 et 50 MeV.

Comme le spectre d'émission de protons à cet angle présente quelques pics bien définis, on peut émettre l'hypothèse que des phénomènes cohérents jouent un rôle dans ce résultat. Néanmoins, l'obtention d'un résultat similaire pour le spectre (n, xp) suggère que d'autres facteurs entrent également en jeu.

Plus à l'arrière (on dispose de résultats pour $\theta = 50 - 55°$ et $\theta = 110 - 120°$), les spectres (p, xn) présentent également une décroissance nettement plus rapide que les spectres (p, xp), mais aussi (n, xp). Ce dernier point confirme que la différence de comportement observée entre les spectres (p, xn) et (p, xp) ne réside a priori pas dans l'existence de phénomènes cohérents, a priori plus nombreux lorsque projectile et éjectile sont de même nature, mais bien dans le fait que les éjectiles sont des protons, et ce quelle que soit la nature du projectile incident.

Suite à ces constatations, il nous a paru inutile d'essayer d'expliquer le désaccord observé entre les données expérimentales et les résultats obtenus à l'aide du code INCL3 par une mauvaise paramétrisation des différentes sections efficaces élémentaires σ_{NN} ou de leur dépendance angulaire[15]. Une explication plus plausible serait que l'émission de protons mette en jeu des mécanismes dont le code de cascade INCL ne tient pas (ou imparfaitement) compte, des effets de structure par exemple. De plus, le fait que le code INCL3 fournisse de bons résultats pour les spectres de protons à plus haute énergie [55] suggère que ce problème se pose principalement lorsque les énergies en jeu sont du même ordre que les énergies moyennes des nucléons dans le noyau[16]. Les effets coulombiens semblent dès lors constituer la cause la plus plausible de ce comportement des spectres expérimentaux. Regardons les différentes manières dont ils peuvent influer sur la réaction.

- L'existence d'une barrière coulombienne rend plus improbable l'émission d'un proton de faible énergie. Cet effet est pris en compte par le programme INCL3 via l'ajout du facteur de Gamow G dans le calcul de la probabilité de transmission T (voir page 47).

[15] D'autant que nous verrons au paragraphe 4.6 sur un exemple que l'influence de ces paramètres sur les spectres d'émission est faible, même sur le spectre à 11°.

[16] L'apparition d'une nouvelle série de mesures expérimentales nous fera reconsidérer cette conclusion au chapitre 7.

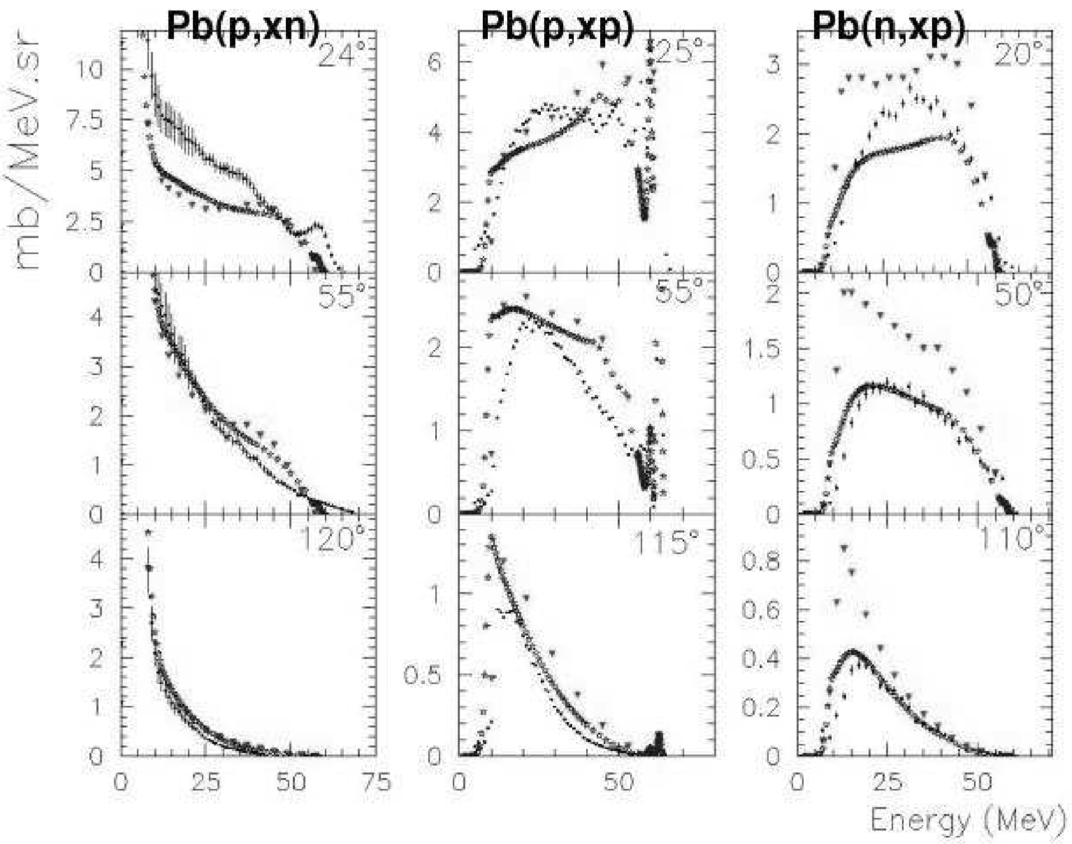

FIG. 4.19: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons et de protons sur des noyaux de ^{208}Pb pour $E_{inc} = 62.9\ MeV$. Les données expérimentales commentées dans le texte sont représentées par des cercles noirs. Les étoiles et les triangles renversés représentent les résultats des calculs effectués par TALYS et GNASH, respectivement. Nous nous excusons pour la piètre qualité de la figure. Les résultats de GNASH sont le plus souvent identifiables. Il n'est malheureusement pas toujours aussi simple de faire la différence entre les résultats de TALYS et les données expérimentales. Pour les spectres (p, xn), les points expérimentaux se reconnaissent grâce aux barres d'erreur. Pour les deux spectres de protons, les données expérimentales correspondent aux points les moins nombreux et présentant le plus de bruit statistique. La figure est reproduite de la référence [12].

En première approximation, la hauteur de cette barrière vaut $\frac{Ze^2}{R_{noyau}}$. Pour un noyau de plomb, cela correspond à environ 20 MeV. Cette valeur est très proche de celle suggérée par la figure 4.18. Un effet d'accumulation peut apparaître pour des protons émis à des énergies légèrement supérieures à la hauteur de la barrière, mais il est peu probable que cet effet puisse influer les émissions d'éjectiles de 30 MeV ou plus.
- La force répulsive exercée sur les protons émis par la charge du résidu est prise en compte puisque la valeur de l'énergie cinétique associée aux projectiles dans le code correspond à l'énergie cinétique à l'infini.
- En revanche, la déviation que cette force répulsive induit sur les projectiles émis non radialement est négligée mais, étant donné que les écarts entre les données et les résultats de simulation semblent de même nature sur tout le spectre angulaire, il est peu probable que cet effet puisse les expliquer.

Que l'explication du comportement observé dans la figure 4.19 soit imputable à des effets coulombiens ou à des effets de structure, le modèle de cascade est actuellement incapable d'en rendre compte[17]. Insistons néanmoins sur le fait que les erreurs résultantes sur les sections efficaces de production de protons dépassent rarement un facteur 3 et sont confinées à des régions bien délimitées des distributions angulaires et énergétiques.

4.4 Etude du principe de Pauli

4.4.1 Introduction

Au cours de nos travaux, nous avons souvent été surpris par la robustesse des résultats obtenus (pour les spectres d'émission) à l'aide du modèle INCL3 lorsque l'on modifie des paramètres aussi fondamentaux que, entre autres, les variations angulaires des sections efficaces élémentaires NN (via le paramètre B_{np}), le facteur multiplicatif `TEMFIN` du temps d'arrêt de la cascade ou la profondeur V_0 du puits de potentiel[18]. Cette stabilité suggère que les contraintes posées par la conservation de l'énergie ou de la masse fixent déjà en grande partie les caractéristiques générales des spectres que l'on peut obtenir. Une exception notable à cette impression générale est l'implémentation du principe d'exclusion de Pauli qui semble avoir des effets nets et facilement interprétables sur les résultats obtenus.

Deux implémentations différentes préexistaient aux travaux présentés ici. Nous les présentons brièvement :
- la première implémentation est utilisée par défaut dans le modèle de cascade. En conséquence, elle fut appelée durant les premiers mois de nos travaux *Pauli normal*, avant que nous lui associons la dénomination plus explicite de *Pauli statistique*. Le principe en est le suivant. Après chaque collision, on définit pour chacun des deux nucléons impliqués une boule dans l'espace de phase centrée sur le point représentatif de l'état final obtenu. Le taux d'occupation dans cette région de l'espace de phase est mesuré et la probabilité d'acceptation de la collision est calculée en consé-

[17]Nos calculs le confirment. Nous avons ainsi obtenu pour la réaction $p +^{208} Pb$ à 62.9 MeV un spectre d'émission de neutrons à 24° et un spectre d'émission de protons à 25° qui sont parallèles, en complète contradiction avec les résultats présentés dans la figure 4.19.

[18]Nous reviendrons sur ces essais au paragraphe 4.6.

quence. Le raisonnement sous-jacent derrière cette implémentation statistique est le suivant. Le modèle INCL considère le noyau comme un gaz de Fermi de nucléons indépendants. Au début de chaque événement, le noyau est supposé se trouver dans son état fondamental. En conséquence, l'espace de phase $(\vec{r}, \vec{p})$ est considéré comme "dense" ou "compact", en ce sens que tous les états d'énergie disponibles en-dessous du niveau de Fermi sont supposés être occupés. Un nucléon ne peut donc être autorisé à s'insérer dans cet espace de phase tant que le noyau n'a pas quitté son état fondamental. Ce passage de l'état fondamental vers un état excité se traduit par une énergie d'excitation positive et une dépopulation (ou déplétion) de l'espace de phase en-dessous du niveau de Fermi. L'implémentation statistique permet justement d'évaluer localement cette dépopulation. Nous verrons au cours de ce chapitre que le pouvoir prédictif du modèle INCL tend à augmenter lorsqu'on lui fait singer au plus près cette dynamique de la dépopulation dans un gaz de Fermi.

– la seconde implémentation est moins raffinée et fut d'abord appelée *Pauli brutal* (sans doute parce que ce terme rimait joliment avec Pauli normal), avant de recevoir la dénomination plus satisfaisante de *Pauli strict*. Ici, une collision n'est acceptée que si les deux états finals se trouvent au-dessus du niveau de Fermi. Cette méthode ne permet pas de tenir compte du dépeuplement de la mer de Fermi qui, au fur et à mesure du déroulement de la cascade, joue potentiellement un rôle de plus en plus important.

Etant donné que les valeurs initiales de la position et de l'impulsion des nucléons de la cible sont tirées au hasard, la distribution de densité à l'intérieur du noyau n'est pas homogène et des fluctuations locales du taux d'occupation mesuré sont inévitables. Dans certains cas, ces fluctuations font apparaître des zones de plus faible densité (que nous appellerons également des "lacunes") dans lesquelles l'implémentation statistique du principe de Pauli peut autoriser l'insertion d'un nouveau nucléon, même pour un noyau qui est encore dans on état fondamental. Dans ces conditions, certaines collisions "indues" se produisent. Elles seront, comme nous allons le voir, responsables d'une surestimation importante de certains spectres d'émission pour les énergies des éjectiles proches de l'énergie incidente.

Comme nous travaillons ici dans une gamme d'énergie assez faible (de 10 à 200 MeV environ), nous avons donc décidé d'utiliser l'implémentation stricte, considérant que, pour des événements où le nombre moyen d'éjectiles est inférieur à 3, le dépeuplement de l'espace de phase doit jouer un rôle négligeable. C'est pourquoi tous les résultats présentés au paragraphe 4.2 furent obtenus avec l'implémentation stricte du principe de Pauli[19].

Nous allons à présent étudier les différences entre les résultats obtenus avec ces deux implémentations et discuter la pertinence de ce choix préliminaire. Nous allons tout d'abord décrire plus en détail les deux implémentations existantes du principe de Pauli et discuter les résultats obtenus avec chacune d'entre elles. Nous discuterons ensuite plus en détail l'implémentation statistique. Dans le paragraphe 4.5, nous comparerons les résultats présentés dans les pages qui précèdent à ceux obtenus à l'aide de différents modèles de pré-équilibre. Nous envisagerons ensuite des implémentations alternatives du principe d'exclusion de

[19] Afin de faciliter la lecture, nous prendrons la convention d'appeler cette dernière le principe de Pauli strict, voire même simplement Pauli strict, étant bien entendu que seule son implémentation est ainsi caractérisée.

Pauli, en particulier les implémentations dites intermédiaire (voir paragraphe 4.7.1), corrigée (voir paragraphe 4.7.3) et gaussienne (voir paragraphe 4.8).

4.4.2 Description détaillée des deux implémentations du principe de Pauli

Pauli statistique

Envisageons le cas général d'une collision au cours de laquelle deux nucléons i et j d'isospin I_i et I_j verraient leurs coordonnées dans l'espace de phase changer

$$(\vec{r_{0\alpha}}, \vec{p_{0\alpha}}) \longrightarrow (\vec{r_{1\alpha}}, \vec{p_{1\alpha}}), \qquad \alpha = i, j \tag{4.8}$$

On construit alors pour chacun de deux nucléons une zone de test formée du produit de deux sphères de rayon r_{test} et p_{test} centrées respectivement en $\vec{r_{1\alpha}}$ et $\vec{p_{1\alpha}}$. Cette zone de test contient donc l'ensemble des points $(\vec{r}, \vec{p})$ tels que $R \equiv |\vec{r} - \vec{r_{1\alpha}}| < r_{test}$ et $P \equiv |\vec{p} - \vec{p_{1\alpha}}| < p_{test}$. Son volume Vol est exprimé en unités de h^3, où $h = 1239.84\ fm.MeV/c$ est la constante de Planck.

$$Vol = (\frac{4}{3}\pi)^2 (\frac{r_{test} p_{test}}{h})^3 \tag{4.9}$$

Combien de nucléons peut-on théoriquement trouver à l'intérieur de ce volume ? Selon [109] (p. 238), si on considère le noyau comme un gaz de Fermi de nucléons indépendants, les bornes supérieures en position ($R_{noyau} = r_0 A^{\frac{1}{3}}$) et en impulsion (l'impulsion de Fermi p_F) de la zone de l'espace de phase dans laquelle les nucléons sont confinés sont liées par la relation[20]

$$p_F * r_0 = 300.58\ fm.MeV/c. \tag{4.10}$$

Ce choix garantit que chaque cellule de volume h^3 dans l'espace de phase $(\vec{r}, \vec{p})$ peut contenir 4 nucléons (qui diffèrent par les valeurs de leur spin et de leur isospin), comme le rappelle la forme de la distribution de densité donnée par l'équation (3.3). La valeur numérique de la grandeur Vol, telle que définie par l'équation (4.9), est donc égale au nombre de nucléons ayant une valeur donnée du spin et de l'isospin qui peuvent en moyenne s'y trouver.

Cependant, la traduction numérique de ces considérations théoriques dans le code de calcul introduit un biais systématique. En effet, le code INCL3 utilise les valeurs $r_0 = 1.12\ fm$ et $p_F = 1.37 * \hbar c$. En conséquence, on a $p_F * r_0 = 302.78\ fm.MeV/c$, à comparer à la valeur théorique de $300.58\ fm.MeV/c$ mentionnée ci-dessus. Les nucléons sont donc répartis dans un volume de l'espace de phase qui est plus grand de 2% environ que le volume prévu ($53,15\ h^3$ à comparer à la valeur attendue de $Ah^3/4 = 52h^3$ pour un noyau de ^{208}Pb). En d'autres termes, cela signifie que la densité effective moyenne des nucléons dans l'espace de phase est plus faible que sa valeur théorique dans un gaz de Fermi. C'est ce qui explique que la deuxième égalité de l'équation (3.3) ne soit qu'approximative.

Par défaut, dans INCL3, le rayon de la sphère de test dans l'espace $\vec{r}$ est $r_{test} = 2\ fm$ et celui dans l'espace $\vec{p}$ est $p_{test} = 200\ MeV/c$, ce qui donne une valeur de 0.59 pour le

[20] La valeur donnée ici diffère légèrement de celle présente dans [109] pour des questions d'arrondis intermédiaires.

volume de test Vol. Ce choix relève d'un compromis entre deux arguments contradictoires. Si le volume de la zone de test est trop grand, le rôle des fluctuations locales de densité à l'intérieur du noyau est moins grand, mais on perd le caractère local du test. A contrario, s'il est trop petit, le code mesure plus précisément la valeur de lu taux d'occupation en $(\vec{r_{1\alpha}}, \vec{p_{1\alpha}})$ mais l'ampleur des fluctuations est grande. Le choix qui a été fait ici est d'utiliser un volume de test suffisamment petit (1/88ème du volume total environ) pour que le caractère local soit conservé, au risque de se retrouver avec des fluctuations gênantes pour les valeurs locales de la densité de population.

On compte ensuite le nombre n_α de nucléons d'isospin I_α compris à l'intérieur de ce volume. Puisque, dans le cadre du modèle INCL, les nucléons ont une position et une impulsion parfaitement définies à tout moment, ce nombre est forcément entier. Le spin des nucléons n'étant pas pris en compte par le modèle INCL, n_α devrait, en moyenne, valoir $2 * Vol = 1.18$. Vu la forme choisie pour le volume de test, un nucléon n'est compté que si sa position *et* son impulsion se trouvent dans les sphères correspondantes. Il est donc théoriquement possible qu'un nucléon situé très près de $\vec{r}_{1\alpha}$ ne soit pas comptabilisé si son impulsion est trop différente de $\vec{p}_{1\alpha}$.

On définit ensuite le taux d'occupation f_α comme le rapport entre le nombre de nucléons n_α effectivement présents à l'intérieur du volume de test et la valeur moyenne attendue $2 * Vol$. Ce taux d'occupation f_α est également la probabilité partielle que le nucléon α ne puisse pas occuper le point de l'espace de phase $(\vec{r_{1\alpha}}, \vec{p_{1\alpha}})$. Comme toute probabilité, f_α ne peut prendre que des valeurs comprises entre 0 et 1. On écrit donc finalement :

$$f_\alpha = min(1, \frac{n_\alpha}{2Vol}). \tag{4.11}$$

Les valeurs possibles de f_α sont très peu nombreuses. Si $n_\alpha = 0$, $f_\alpha = 0$. Si $n_\alpha = 1$, $f_\alpha = 0.85$, et si $n_\alpha > 1$, $f_\alpha = 1$. La méthode n'est donc pas très souple.

Notons également que si la sphère de test dans l'espace $\vec{r}$ n'est pas entièrement comprise à l'intérieur du noyau (c'est-à-dire en pratique si $r_{1\alpha} + r_{test} > R_{noyau}$), la valeur du volume Vol est réduite (selon une approximation linéaire), ce qui provoque si $n_\alpha > 0$ une augmentation de f_α. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 4.4.4.

Pour chaque collision élémentaire au cours de la cascade, on effectue cette procédure pour l'état final des deux nucléons i et j impliqués. Au final, la collision sera alors acceptée avec la probabilité $(1 - f_i)(1 - f_j)$.

Pauli strict

L'implémentation qui semble a priori le mieux convenir pour simuler des réactions à basse énergie est appelée Pauli strict. En effet, le nombre d'éjectiles étant faible, la dépopulation de la mer de Fermi devrait en principe jouer un rôle négligeable.

Envisageons de nouveau le cas de la transition (4.8). La collision sera acceptée (f_i et f_j sont fixés à 0) pour autant que les deux états finals aient une énergie supérieure à l'énergie de Fermi ou encore que les modules des impulsions $\vec{p_{1i}}$ et $\vec{p_{1j}}$ soient supérieurs à p_F. Elle sera refusée dans le cas contraire (f_i ou f_j fixé à 1).

On pourrait être tenté, comme leurs dénominations nous y encouragent, de dire que le principe de Pauli strict est plus restrictif que le principe de Pauli statistique, mais il faut relativiser cette affirmation qui, bien qu'évidemment vérifiée pour des impulsions $|\vec{p_{1\alpha}}| < p_F$, peut être mise en défaut lorsque $|\vec{p_{1\alpha}}| \overset{\sim}{\geq} p_F$. En effet, dans cette région, l'implémentation stricte ne génère aucune contrainte. En revanche, l'implémentation statistique peut bloquer certaines collisions puisqu'une boule de test centrée dans l'espace $\vec{p}$ en un point $\vec{p}_{1\alpha}$ tel que $|\vec{p}_{1\alpha}| \overset{\sim}{\geq} p_F$ peut a priori contenir des nucléons, et ce pour deux raisons :

- La sphère de test dans l'espace $\vec{p}$ possède une intersection avec la sphère de Fermi pour peu que $|\vec{p}_{1\alpha}| - p_{test} < p_F$.
- En cours de cascade, des nucléons peuvent être caractérisés par une valeur de l'impulsion $|\vec{p}|$ supérieure à p_F tout en faisant encore partie du noyau.

Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 4.7.1.

4.4.3 Caractéristiques générales des résultats obtenus

Prenons l'exemple de la réaction $p + {}^{90}Zr$ à 120 MeV et celui de la réaction $p + {}^{208}Pb$ à 80.5 MeV.

Réaction $p + {}^{208}Pb$ à 80.5 MeV. Nous présentons dans la table 4.2 les valeurs obtenues avec les deux implémentations pour quelques grandeurs caractéristiques de la réaction $p+{}^{208}Pb$ à 80.5 MeV. Négligeons pour l'instant l'implémentation mixte, qui sera introduite au paragraphe 4.7.1.

Puisque l'implémentation stricte bloque un plus grand nombre de collisions, le nombre d'événements transparents est plus élevé avec l'implémentation stricte.

Le nombre moyen de nucléons émis lors de la cascade reste à peu près constant. La multiplicité en neutrons diminue légèrement avec l'implémentation stricte tandis que celle en protons augmente. De cette constance de la multiplicité totale, on peut échafauder l'hypothèse que le principe de Pauli strict empêche principalement des collisions douces qui n'ont pas d'influence sensible sur le nombre global d'éjectiles. Selon cette hypothèse, les collisions les plus efficaces pour générer des éjectiles, c'est-à-dire les collisions dures, avec des transferts d'impulsion importants, ne sont pas plus bloquées par l'implémentation stricte que par l'implémentation statistique.

Les évolutions contrastées des multiplicités en neutrons et en protons s'expliquent simplement. Dans un noyau lourd comme le ${}^{208}Pb$, les neutrons sont plus nombreux que les protons. En conséquence, pour une réaction où le projectile incident est un proton, la proportion de neutrons parmi les particules actives (et donc susceptibles d'être émises) est d'autant plus grande que les collisions sont nombreuses.

Remarquons néanmoins que ces variations de multiplicité sont relativement faibles et ce d'autant plus que l'énergie incidente est élevée (voir les valeurs pour $E_{inc} = 256\ MeV$ dans la table 4.2). Il semblerait donc que l'influence du choix de l'implémentation pour le principe d'exclusion de Pauli se manifeste surtout par un rééquilibrage entre protons et neutrons, sans que la multiplicité globale des éjectiles ne soit sensiblement modifiée.

Les multiplicités des éjectiles émis lors de l'évaporation suivent logiquement la même évolution que l'énergie d'excitation, qui est d'autant plus grande que le principe de Pauli est restrictif.

	Implémentation de Pauli		
	Statistique	Mixte	Stricte
p(80.5 MeV)+^{208}Pb			
absorptions (%)	5.18	5.18	6.77
transparents(%)	10.46	17.19	17.20
$< n >_{INC}$	0.79	0.82	0.73
$< p >_{INC}$	0.51	0.54	0.58
$< n >_{évap}$	3.13	3.50	3.99
$< p >_{évap}$	0.03	0.03	0.04
$< E^* >$	32.9	36.7	41.9
$< N_{coll} >$	5.03	5.06	2.24
$< N_{bl} >$	3.72	4.52	6.85
$< N^1_{bl} >$	1.51	2.09	3.03
p(256 MeV)+^{208}Pb			
$< n_{ej} >$	1.54	1.57	1.50
$< p_{ej} >$	1.07	1.11	1.17
$< N_{coll} >$	8.41	8.47	4.77
$< N_{bl} >$	4.76	5.06	8.37

Tab. 4.2: Comparaison de diverses quantités calculées à l'aide du modèle INCL3 pour la réaction $p+ {}^{208}Pb$ à 80.5 et 256 MeV à l'aide de trois implémentations du principe d'exclusion de Pauli. Les implémentations stricte et statistique sont définies au paragraphe 4.4.2 précédent. L'implémentation mixte correspond à une implémentation stricte jusqu'à la première collision, puis à une implémentation statistique pour les collisions suivantes (voir paragraphe 4.7.1. Les quantités représentées sont les pourcentages d'événements d'absorption (aucun éjectile durant la cascade) et d'événements transparents (aucune collision), le nombre moyen de neutrons $< n >$ et de protons émis $< p >$ (durant la cascade et l'évaporation), l'énergie d'excitation moyenne $< E^* >$, le nombre moyen de collisions $< N_{coll} >$, le nombre moyen de collisions bloquées par le principe de Pauli ($< N_{bl} >$), ainsi que le nombre moyen de collisions bloquées faisant intervenir la "particule de tête" (*leading particle*) ($< N^1_{bl} >$).

Remarque Les multiplicités moyennes présentées dans la table 4.2 et discutées ci-dessus ont été calculées sur l'ensemble des événements réels, c'est-à-dire des événements non-transparents. Elles représentent donc un bon indicateur du nombre moyen de nucléons que le noyau émet lorsqu'il reçoit une énergie d'excitation égale à l'énergie incidente. Cependant, il peut aussi être intéressant de considérer le **rendement** η en neutrons ou en protons, c'est-à-dire le nombre de neutrons ou de protons qui sont émis par projectile incident, ce qui nécessite de prendre la moyenne sur l'ensemble des événements (transparents ou non). Nous pouvons ainsi formellement écrire : $< N >= \eta_N * \frac{1}{1-Prop.\ Transpa}$, où $Prop.\ Transpa$ est la proportion d'événements transparents. Il est important de noter que ces valeurs des rendements ne tiennent pas compte de la renormalisation des sections efficaces effectuée a posteriori (voir page 59). Nous obtenons, pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV, les rendements suivants.

	Implémentation de Pauli		
	Statistique	Mixte	Stricte
$\eta_{n,INC}$	0.71	0.68	0.61
$\eta_{p,INC}$	0.46	0.45	0.48
$\eta_{n,évap}$	2.80	2.90	3.31
$\eta_{p,évap}$	0.026	0.026	0.035

Le rapport $\frac{\eta_N}{<N>}$ est légèrement plus élevé pour l'implémentation statistique à cause d'une proportion d'événements transparents légèrement plus basse. En conséquence, le rendement total en nucléons est donc plus grand pour l'implémentation statistique que pour l'implémentation stricte.

Réaction $p+^{90}Zr$ **à** 120 MeV**.** Voici comment les chiffres évoluent lorsque l'on considère un noyau plus léger et une énergie incidente plus élevée. Les grandeurs présentées sont les mêmes que dans la table 4.2.

	Implémentation de Pauli	
	Statistique	Stricte
absorptions (%)	0.63	0.67
transparents(%)	14.6	20.7
$< n >_{INC}$	0.86	0.86
$< p >_{INC}$	0.88	1.01
$< n >_{évap}$	1.76	2.11
$< p >_{évap}$	0.68	0.78
$\eta_{n,INC}$	0.74	0.68
$\eta_{p,INC}$	0.75	0.80
$\eta_{n,évap}$	1.50	1.68
$\eta_{p,évap}$	0.58	0.62
$< E^* >$	36.9	43.7
$< N_{coll} >$	4.41	2.43
$< N_{bl} >$	2.54	4.87
$< N_{bl}^1 >$	1.03	2.02

Contrairement à la réaction précédente, le rendement total en nucléons émis lors de la cascade ne change quasiment pas lorsque l'on passe d'une implémentation à l'autre, ce qui se traduit par une augmentation de la multiplicité moyenne pour Pauli strict. Il semble en fait que l'augmentation du rendement pour l'implémentation statistique soit une caractéristique des réactions de plus basse énergie. Il est finalement assez compréhensible que, dans des systèmes où l'énergie d'excitation disponible est faible, le rendement global bénéficie d'un nombre de collisions élevé[21].

Le multiplicité moyenne en neutrons reste à peu près inchangée (aux alentours de 0.86) tandis que le rendement diminue pour Pauli strict. Si on regarde dans quelle gamme d'énergie cette diminution a lieu, on constate que les neutrons d'énergie supérieure à 20 MeV sont moins nombreux et ceux d'énergie inférieure à 20 MeV plus nombreux (d'environ 20%).

Le rendement en protons augmente avec l'implémentation stricte à cause d'une augmentation importante (de l'ordre de 25%) des émissions de protons de basse énergie (de 0 à 40 MeV). On peut expliquer ce résultat par le fait que l'utilisation de l'implémentation stricte fait augmenter de 62% le nombre de nucléons émis avec $n_a = 1$, et de 25% le nombre de nucléons émis avec $n_a = 2$ (selon une évolution analogue à celle que nous présenterons à la figure 4.24 pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV)[22]. Or, il est naturel, pour une réaction $p + noyau$[23] de voir le rendement en protons augmenter et celui en neutrons diminuer lorsque les émissions ont lieu plus tôt dans le processus de cascade.

Pour le comprendre, nous allons suivre un raisonnement analogue à celui de la page 79. Faisons l'hypothèse que $\sigma_{pp} \sim \sigma_{pn}^{dir} \sim \sigma_{np}^{éch}$ et que les collisions élémentaires font toujours intervenir un nucléon participant et un nucléon spectateur. Négligeons également pour l'instant les émissions de particules et concentrons-nous sur la cascade de collisions. La première collision élémentaire d'une réaction $p + noyau$ laisse toujours dans le noyau deux nucléons de $n_a = 1$. L'un est un proton, l'autre a une probabilité $\frac{N_T}{A_T}$ d'être un neutron et $\frac{Z_T}{A_T}$ d'être un proton. On a donc $\frac{<p>_{n_a=1}}{<n>_{n_a=1}} = \frac{A_T+Z_T}{N_T}$. Lorsque ces deux nucléons auront chacun subi leur deuxième collision, le noyau contiendra, selon nos hypothèses, quatre nucléons de $n_a = 2$: l'un sera toujours un proton, les trois autres auront de nouveau une probabilité $\frac{N_T}{A_T}$ d'être des neutrons et $\frac{Z_T}{A_T}$ d'être des protons. On a donc $\frac{<p>_{n_a=2}}{<n>_{n_a=2}} = \frac{A_T+3Z_T}{3N_T}$, et ainsi de suite. On observe donc une convergence du rapport $\frac{<p>_{n_a=j}}{<n>_{n_a=j}}$ vers le rapport $\frac{Z_T}{N_T}$ lorsque j augmente. Bien que les hypothèses effectuées dans ce raisonnement simple ne soient pas réalistes (les cascades de collisions peuvent se rejoindre et les nucléons peuvent être émis), on observe effectivement en pratique un comportement similaire pour le rapport

[21] Pour la réaction $n+^{93}Nb$ à 15 MeV, la multiplicité en neutrons (protons) passe de 0.37 (0.04) à 0.46 (0.18) lorsque l'on passe de l'implémentation stricte vers l'implémentation statistique, ce qui correspond à une augmentation de la multiplicité totale de plus de 50%. L'évolution du rendement est encore plus spectaculaire, passant de 0.11 à 0.38. Le rendement en protons est lui multiplié par 10 (de 0.01 à 0.1). Le tableau complet est présenté au paragraphe 4.7.2.

[22] Cette importante augmentation du nombre d'éjectiles de $n_a = 1$ s'explique aisément. Les collisions indues autorisées par l'implémentation statistique en début de cascade ne permettent pas de promouvoir un nucléon en-dehors de la mer de Fermi. Au contraire, les collisions autorisées par l'implémentation stricte amènent toujours le nucléon de recul dans un état d'énergie supérieure à E_F, ce qui lui donne une plus grande probabilité d'être émis.

[23] Surtout si ce dernier est asymétrique ($N > Z$).

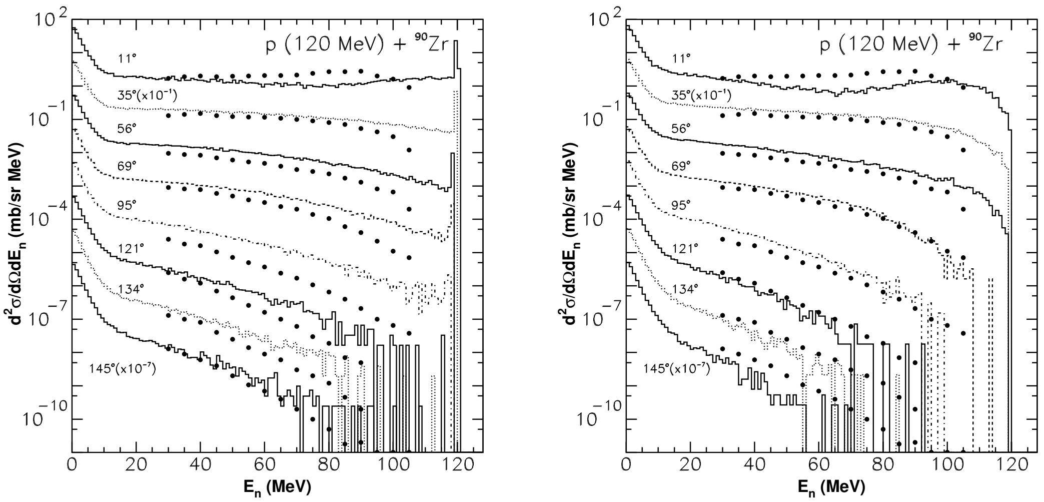

FIG. 4.20: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p+^{90}Zr$ à 120 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [92] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Elles sont comparées aux prédictions du modèle INCL3 utilisant l'implémentation statistique (panneau de gauche) et stricte (panneau de droite) du principe de Pauli. Les données expérimentales à 95° sont sous-estimées d'un facteur 1.5 environ. Notons que le panneau de droite ne correspond pas exactement à la figure 4.5 car la statistique y est différente. Les variations entre les deux graphes ne sont pas significatives.

$\frac{<p>_{éj,n_a=j}}{<n>_{éj,n_a=j}}$. En effet, on observe que les éjectiles émis pour $n_a = 1$ sont aux deux tiers des protons tandis que protons et neutrons font jeu égal pour $n_a = 2$ et que les neutrons dominent pour les plus grandes valeurs.

Spectres d'émission Si on regarde les spectres d'émission calculés pour la réaction $p+^{90}Zr$ à 120 MeV (voir figure 4.20) et ceux pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV (voir figures 4.4 et 4.21), on constate que les principales différences entre les résultats obtenus pour chacune des deux implémentations se situent dans le domaine des grands angles et pour des valeurs élevées de l'énergie des éjectiles, ici des neutrons.

- Pour E_n proche de E_{inc}, on constate, pour Pauli statistique, une surestimation des sections efficaces expérimentales d'un facteur 4 ou 5 environ, et ce pour tous les angles. Cette surestimation conduit à l'apparition d'un pic pour $E = E_{inc}$, surtout, mais pas uniquement, pour les angles avant. On constate que cette surestimation du spectre disparaît complètement si on utilise l'implémentation stricte et que l'allure des sections efficaces en fonction de l'énergie est alors globalement bien reproduite pour les angles supérieurs à 20°.
- Nous avons vu au paragraphe 4.2 que les émissions à l'arrière étaient généralement sous-évaluées par le modèle INCL3 lorsque l'on utilise l'implémentation stricte du principe de Pauli, surtout pour des réactions sur noyau lourd (voir par exemple les figures 4.4 et 4.13 pour le ^{208}Pb). En revanche, nous constatons, pour l'implémen-

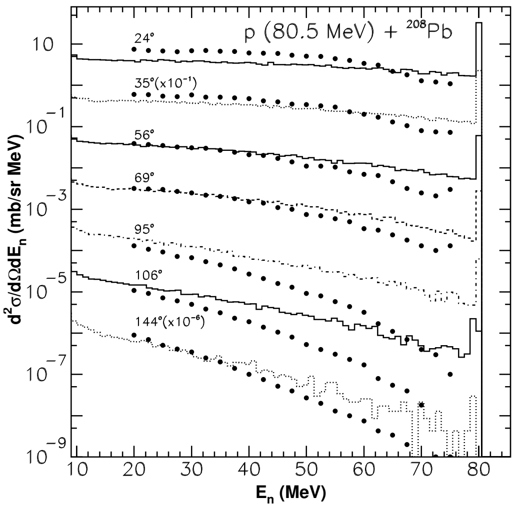

Fig. 4.21: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction p+^{208}Pb à 80.5 MeV. Les données (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°. Les résultats du calcul effectués avec le modèle INCL3 et une implémentation statistique du principe de Pauli sont représentés par les histogrammes et devraient être comparés avec le panneau de droite de la figure 4.4.

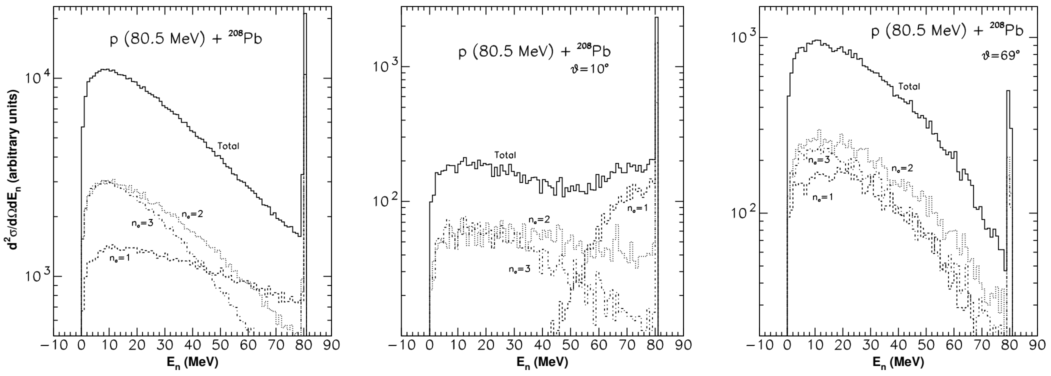

FIG. 4.22: Décomposition selon le nombre d'activation des spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{208} Pb$ à 80.5 MeV, calculées à l'aide du modèle INCL3 avec une implémentation statistique du principe d'exclusion de Pauli. Les distributions sont données en unités arbitraires. Le panneau de gauche présente le spectre intégré sur les angles, le panneau central le spectre observé à $\theta = 10°$ et celui de droite le spectre à $\theta = 69°$.

tation statistique, une augmentation sensible des spectres pour les angles arrière, qui permet de reproduire les valeurs expérimentales pour les éjectiles de plus basse énergie (de 20 à 30 MeV ici).

Tentons d'expliquer ces évolutions.

1. Le premier effet peut s'expliquer assez facilement par le rôle des fluctuations dans le remplissage de la mer de Fermi. Nous présentons sur la figure 4.22 l'équivalent de la figure 4.17 pour l'implémentation statistique. On y voit que plus de 50% des éjectiles de haute énergie émis ont un nombre d'activation $n_a = 1$ (voir panneau de gauche). A 10°, ce nombre passe à 70% (voir panneau central). Lorsque de tels éjectiles sont émis, le processus de réaction (souvent qualifié de direct) se résume le plus souvent à une collision unique. L'éjectile emportant la plus grande part de l'énergie incidente, l'énergie d'excitation résiduelle après émission est faible et le processus de cascade s'arrête de lui-même. Pour que cette collision soit acceptée, il faut que le nucléon de recul ait trouvé une position non occupée dans l'espace de phase. Puisque la cascade n'a à ce moment pas encore commencé, le dépeuplement est nul, et cette position non occupée doit se situer au-dessus du niveau de Fermi. Or, la surestimation observée pour la partie de plus haute énergie des spectres d'émission s'explique surtout par l'existence de collisions où l'état final d'un des deux nucléons se trouve dans la mer de Fermi[24].

2. Le deuxième point demande une explication un peu plus complexe.

   Regardons la distribution moyenne $f(n_a)$ des nombres d'activation des éjectiles (protons et neutrons confondus) présentée dans la figure 4.24, à la fois pour le principe

[24] C'est même la seule explication possible pour le pic observé en $E_n = E_{inc}$. Rappelons en effet que, pour la première émission, les éjectiles ayant une énergie supérieure à E_{inc} sont tolérés et que leur énergie cinétique est artificiellement ramenée à E_{inc} (voir chapitre 3)

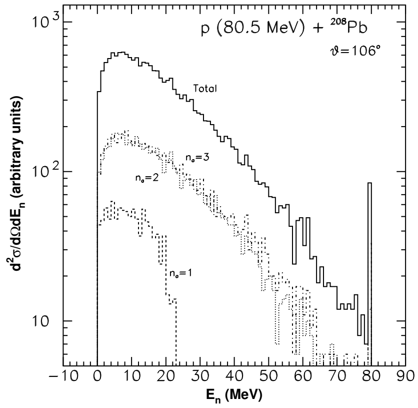

FIG. 4.23: Décomposition selon le nombre d'activation du spectre d'émission de neutrons à 106° pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV, calculé à l'aide du modèle INCL3 avec une implémentation statistique du principe d'exclusion de Pauli. Les distributions sont données en unités arbitraires.

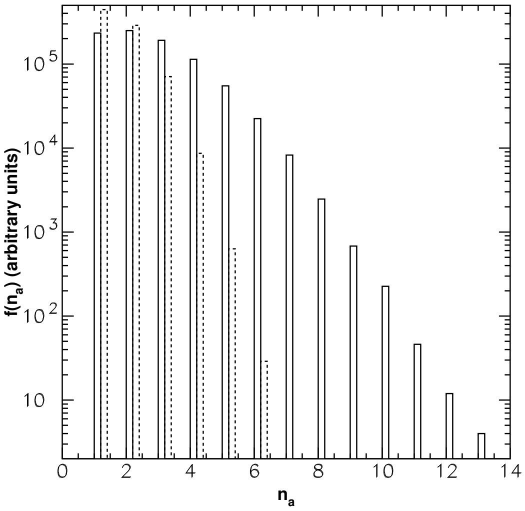

FIG. 4.24: Distribution des nombres d'activation pour les particules (neutrons et protons) émises au cours de réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV pour les implémentations stricte (pointillés) et statistique (traits pleins) du principe d'exclusion de Pauli. Les distributions sont données en unités arbitraires mais se rapportent au même nombre total d'événements. Les distributions intégrées sont donc proportionnelles aux multiplicités moyennes dans les deux cas.

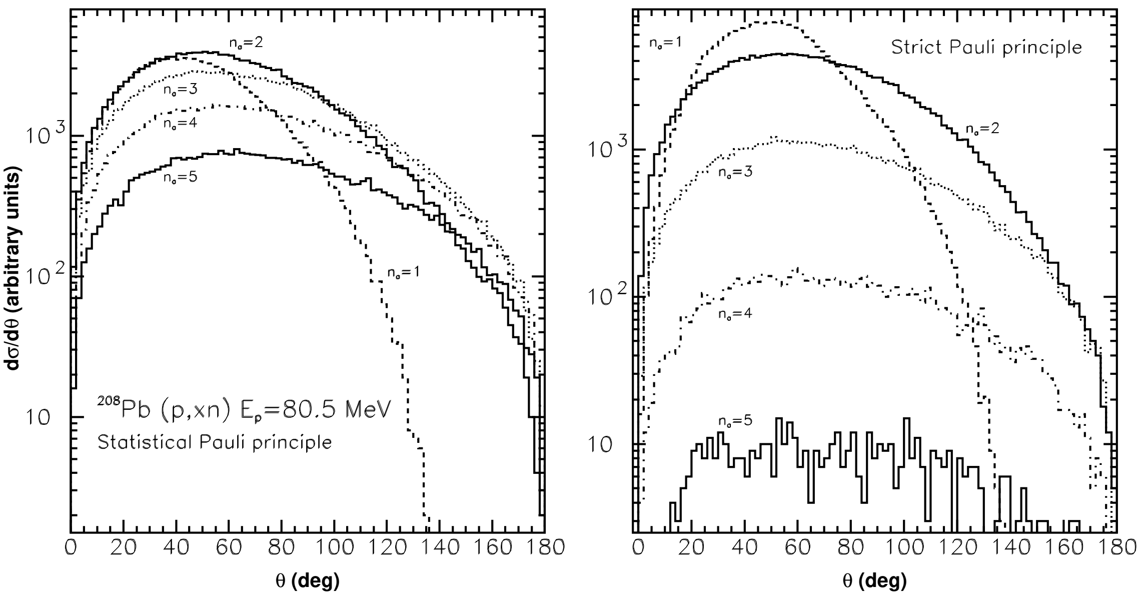

FIG. 4.25: Décomposition de la distribution angulaire des neutrons émis en fonction de leur nombre d'activation pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV. Les panneaux de gauche et de droite correspondent aux implémentations statistique et stricte, respectivement.

de Pauli statistique (traits pleins) et pour le principe de Pauli strict (pointillés). La valeur moyenne de n_a pour les éjectiles est plus petite pour l'implémentation stricte (1.6) que pour l'implémentation statistique (2.6), en accord avec l'évolution du nombre de collisions (2.24 contre 5.03 selon la table 4.2). Pour l'implémentation stricte, plus de 50% des éjectiles ont un nombre d'activation égal à 1 et la fonction $f(n_a)$ décroît rapidement pour les plus grandes valeurs de n_a de telle sorte que les éjectiles avec $n_a \geq 4$ représentent à peine 1% du total et qu'aucun éjectile n'est observé avec $n_a \geq 7$. En revanche, on constate que, pour l'implémentation statistique, il existe en fait plus d'éjectiles avec $n_a = 2$ qu'avec $n_a = 1$. La décroissance est également beaucoup plus lente et l'on observe des éjectiles avec $n_a = 13$. Le fait qu'une chaîne de collisions aussi longue puisse mener à ce qu'un nucléon acquière une énergie suffisante pour être émis fait de nouveau supposer que la plupart de ces collisions sont douces et ne provoquent pas de transferts d'impulsion importants.

Pourtant, cette conclusion semble être infirmée par le fait que la distribution angulaire des éjectiles pour les différentes valeurs de n_a garde en gros la même forme pour les deux implémentations (voir figure 4.25), ce qui semble indiquer que la déviation moyenne des trajectoires causée par ces collisions n'est pas sensiblement plus faible si on utilise l'implémentation statistique. Il est donc vraisemblable que les collisions surnuméraires autorisées par l'implémentation statistique ne sont pas toutes douces (ce que, du reste, les spectres d'émission obtenus confirment).

La composante $n_a = 1$ s'étend jusqu'à 140° environ et présente un maximum aux alentours de 50° et 40° pour les implémentations stricte et statistique, respectivement[25]. Les composantes de $n_a \geq 2$ sont plus larges et s'étendent jusqu'à la valeur maximale de $\theta = 180°$. Lorsque n_a augmente, elles se rapprochent progressivement d'une forme isotrope (du type $\sin\theta$). Comme déjà observé sur la figure 4.24, l'importance des composantes successives décroît nettement plus vite pour l'implémentation stricte que pour l'implémentation statistique. Cette décroissance plus lente provoque automatiquement une augmentation des émissions pour les grandes valeurs de θ comme on peut clairement le voir sur la figure 4.25. Les émissions à l'arrière sont dominées par les composantes $n_a = 2$ et $n_a = 3$ pour l'implémentation stricte et par les composantes $n_a = 3$ et $n_a = 4$ pour l'implémentation statistique. On constate également que, contrairement à l'intuition, les émissions pour les très faibles valeurs de θ sont dominées par la composante $n_a = 2$ (surtout pour l'implémentation stricte).

Nous pouvons encore tirer deux enseignements de la figure 4.22 et de sa comparaison avec la figure 4.17. A 10° (panneau central), la forme de la composante $n_a = 1$ est quasiment inchangée (au moins au-dessus de 40 MeV). En revanche, la composante $n_a = 2$ présente une forme très différente et est quasiment constante en fonction de l'énergie. Ce résultat s'explique sans doute par la possibilité qu'ont les particules de grande impulsion vers l'avant d'effectuer des collision douce avec faible transfert d'impulsion avant d'être émises. Cette augmentation de la composante $n_a = 2$ permet dès lors de combler légèrement le déficit observé à cet angle (voir par exemple la figure 4.20 entre 40 et 90 MeV). La cinématique des collisions binaires ne permet pas aux éjectiles $n_a = 1$ de haute énergie d'être directement émis à 69° (panneau de droite). En conséquence, aucun éjectile de ce type n'est observé (même si de telles émissions restent théoriquement possibles via une ou plusieurs réflexions). En revanche, on continue à observer un pic en $E_n = E_{inc}$, ici constitué de nucléons $n_a = 2$ (40%) et $n_a = 3$ (35%). A 106° (voir figure 4.23) cette tendance est encore accentuée. Les éjectiles de $n_a = 1$ sont limités aux énergies inférieures à 25 MeV et le pic $E_n = E_{inc}$ est constitué en majorité de nucléons de $n_a = 3$ (30%). On constate donc que des séquences de collisions relativement longues peuvent ici mener à des situations où l'énergie incidente reste localisée sur un seul nucléon. Cela peut se produire via une série de collisions douces ou via une collision dure suivie d'une réinteraction entre les deux mêmes nucléons[26].

Remarquons enfin que les spectres obtenus lorsque l'on désactive complètement la routine qui implémente le principe de Pauli[27] sont comparables à ceux que l'on obtient avec Pauli statistique (voir figure 4.26). La dépendance en énergie en particulier est globalement inchangée (et ce pour tous les angles). La distribution angulaire est en revanche quelque peu modifiée. Les émissions aux petits angles diminuent de 30% environ, celles à l'arrière augmentent d'autant plus que l'angle est grand (de 30% environ à 90°, jusqu'à un facteur 2 à 140°). Les deux spectres se confondent à peu près pour $\theta = 69°$. On comprend aisément la cause de l'augmentation des émissions à l'arrière. La baisse des émissions à l'avant est plus

[25] Si on désire exprimer ces distributions angulaires en fonction de l'angle solide $d\sigma/d\Omega$, les maxima apparaissent pour des angles de 33° et 15°, respectivement. Comme nous nous intéressons ici aux rapport entre les différentes composantes, ces considérations n'ont pas d'influence sur notre raisonnement.

[26] Nous verrons au paragraphe 4.7.1 que ce phénomène est assez fréquent.

[27] Cela revient à autoriser a priori toutes les collisions faisant intervenir au moins un nucléon participant et dont l'énergie cinétique dans le centre de masse est supérieure à 50 MeV.

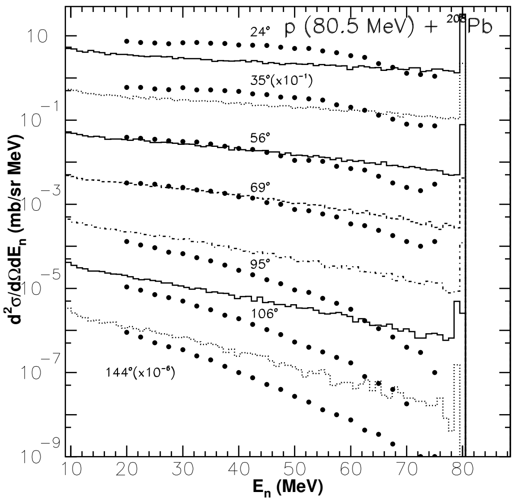

FIG. 4.26: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV. Les données (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°. Les résultats du calcul effectués avec le modèle INCL3 lorsque le principe d'exclusion de Pauli est négligé sont représentés par les histogrammes et devraient être comparés avec la figure 4.21.

troublante. Sans doute peut-elle s'expliquer par le fait que la multiplication des collisions empêche la progression des nucléons incidents vers l'avant. Signalons enfin que le nombre de collisions moyen est multiplié par 2 (de 5.0 à 10.7) mais que le nombre de protons et de neutrons émis est peu modifié (avec des variations inférieures à 3%).

Evolution en fonction de l'énergie incidente Lorsque l'énergie incidente augmente, les différences entre les spectres obtenus avec les implémentations stricte et statistique s'estompent progressivement. Elles sont néanmoins encore sensibles à 256 MeV. On observe par exemple un facteur 2 entre les émissions à l'arrière (voir figure 4.27). Ce n'est que pour une énergie incidente d'environ 800 MeV que les spectres vont se confondre. Les différences ne se font alors plus jour que dans la région quasi-élastique, c'est-à-dire la queue de haute énergie ($750 - 800$ MeV) pour les angles inférieurs à 15° (voir figure 4.28). L'importance statistique de cette région est faible.

La cause de cette convergence des spectres d'émission est assez simple. Au fur et à mesure que l'énergie incidente augmente, la proportion de collisions menant à un état d'énergie situé à l'intérieur de la mer de Fermi décroît, ce qui rend la manière dont est implémenté le principe d'exclusion de Pauli de moins en moins significative. Cette évolution semble en dominer une autre selon laquelle le nombre d'éjectiles (et donc l'ampleur de la dépopulation de la mer de Fermi) augmente avec l'énergie incidente. On constate

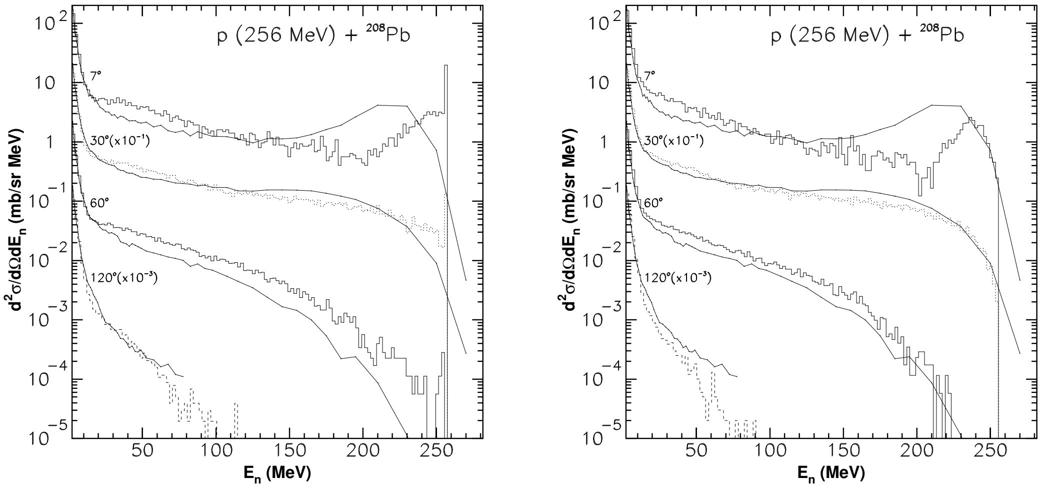

FIG. 4.27: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{208} Pb$ à 256 MeV. Les données (lignes) sont tirées de [94] et annoncées avec une incertitude de 10% environ. Elles sont comparées aux les prédictions du modèle INCL3 utilisant une implémentation statistique (panneau de gauche) et stricte (panneau de droite) du principe de Pauli.

néanmoins que, malgré cette quasi-convergence des spectres, le nombre de collisions moyen reste sensiblement différent (voir table 4.3).

Notons enfin que, aussi bien dans la table 4.2 que dans la table 4.3, la somme du nombre de collisions acceptées et rejetées varie très peu avec l'implémentation choisie, ce qui semble indiquer que le fait d'autoriser des collisions supplémentaires n'ouvre pas beaucoup de voix de réactions nouvelles.

Tous les résultats présentés jusqu'à présent dans ce paragraphe concernent des spectres (p, xn). Pour des spectres (p, xp), la situation est quelque peu différente. Nous présentons dans la figure 4.29 les résultats obtenus pour la réaction $p+^{197} Au$ à 100 MeV. Comme déjà mentionné au paragraphe 4.2, la décroissance en fonction de l'énergie des spectres obtenus avec l'implémentation stricte est trop grande pour tous les angles supérieurs à 40° (panneau de droite). Les sections efficaces sont largement surestimées pour les énergies les plus faibles (entre 20 et 40 MeV) et en général sous-estimées pour les énergies les plus grandes (sauf à 45°). Il se fait que, partant de cette situation, les changements observés lorsque l'on passe à l'implémentation statistique tendent à améliorer l'accord. La surestimation aux faibles énergies devient plus faible (il reste néanmoins le problème du pic spurieux[28] observé à $E_p = E_{inc}$) tandis que les sections efficaces à haute énergie deviennent en général plus ou moins correctes (sauf à 90°). De plus, le creux observé dans le spectre à 15° est partiellement comblé.

Néanmoins, comme nous pouvons difficilement justifier d'utiliser une implémentation

[28] Ce néologisme barbare est une adaptation du mot anglais *spurious* en français. Il est utilisé dans ce travail uniquement pour désigner ce pic qui apparaît en $E_{éj} = E_{inc}$ lorsque l'on utilise l'implémentation statistique.

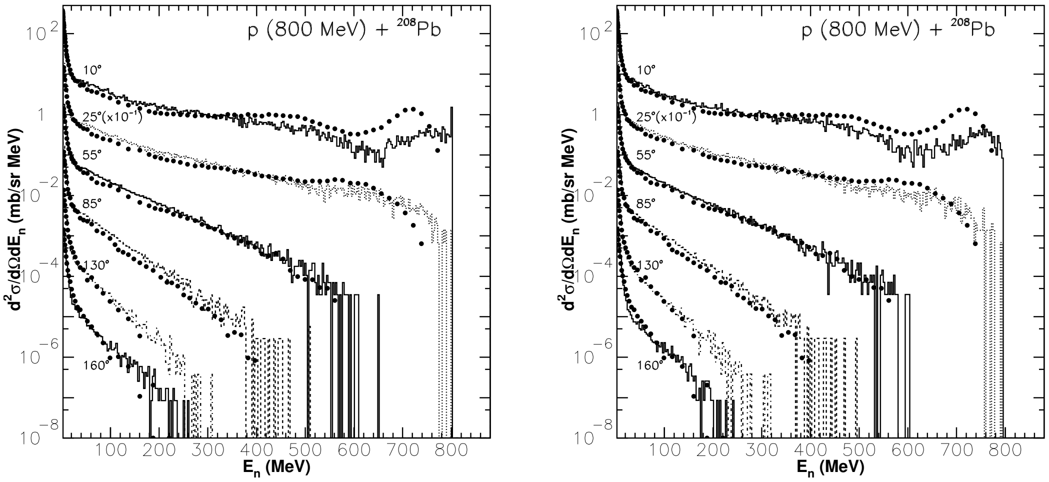

FIG. 4.28: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{208} Pb$ à 800 MeV. Les données (cercles noirs) sont tirées de [110]. Elles sont comparées avec les prédictions du modèle INCL3 utilisant une implémentation statistique (panneau de gauche) et stricte (panneau de droite) du principe de Pauli.

	Implémentation de Pauli	
	Statistique	Stricte
p(800 MeV)$+^{208}Pb$		
absorptions (%)	0	0
transparents(%)	5.6	6.7
$< n_{ej} >$	2.67	2.70
$< p_{ej} >$	1.91	2.05
$< E^* >$	189	214
$< N_{coll} >$	17.51	11.95
$< N_{bl} >$	6.29	11.19
$< N_{bl}^1 >$	0.8	1.37

TAB. 4.3: Equivalent de la table 4.2 pour la réaction $p + {}^{208}Pb$ à 800 MeV.

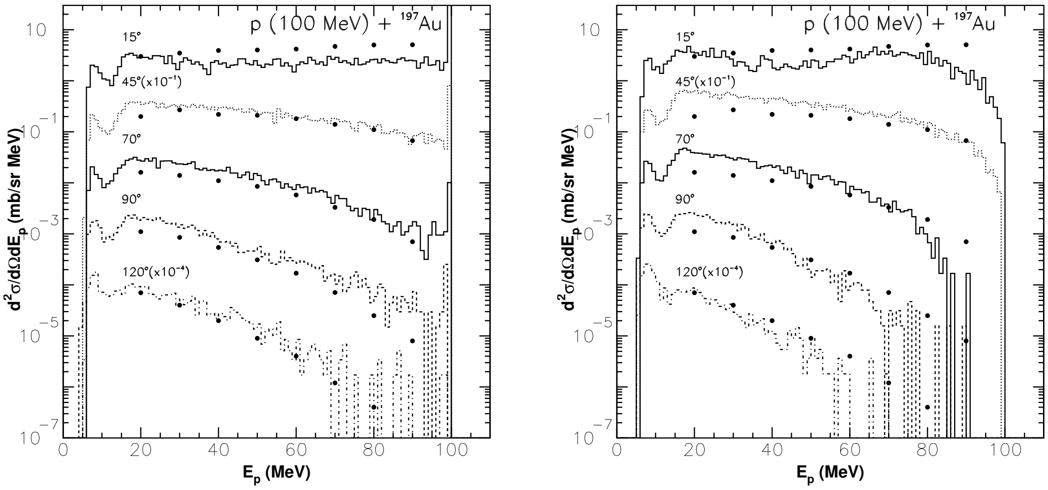

Fig. 4.29: Spectres d'émission de protons pour la réaction $p+^{197}Au$ à 100 MeV. Les données (cercles noirs) sont tirées de [90]. Elles sont comparées avec les prédictions du modèle INCL3 utilisant une implémentation statistique (panneau de gauche) et stricte (panneau de droite) du principe de Pauli.

différente du principe de Pauli pour la même réaction selon que l'on calcule des spectres de protons ou de neutrons, nous avons décidé de continuer à considérer l'implémentation stricte comme la plus adéquate pour traiter les réactions à basse énergie, d'autant que les spectres d'émission de neutrons ont la plus grande importance technologique.

En guise de résumé, nous pouvons dire que les lacunes présentes dans la mer de Fermi après l'initialisation aléatoire du noyau sont loin d'être des occurrences rares, et leur influence sur le résultat de la cascade est tangible. Elles sont notamment responsables d'un importante distorsion des spectres pour les énergies proches de l'énergie incidente lorsque l'on utilise l'implémentation statistique. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi dans un premier temps d'utiliser l'implémentation stricte qui, dans cette région, donne indéniablement de meilleurs résultats. Pourtant, on remarque que l'implémentation statistique permet de mieux décrire les émissions à l'arrière, qui sont sous-estimées avec l'implémentation stricte. Idéalement, il faudrait donc disposer d'une implémentation "intermédiaire" qui permettrait de combiner les avantages des deux méthodes. Nous aborderons ce sujet au paragraphe 4.7.1.

4.4.4 Discussion de l'implémentation statistique

Etude de la régularité du remplissage aléatoire de l'espace de phase du noyau initial

Au paragraphe précédent, nous avons émis l'hypothèse que la présence de lacunes, c'est-à-dire de zones sous-peuplées dans l'espace de phase relatif au noyau, était responsable de la surestimation des spectres d'émission de neutrons pour une énergie proche de l'énergie incidente. Afin d'évaluer la justesse de cette hypothèse, il serait intéressant d'avoir une

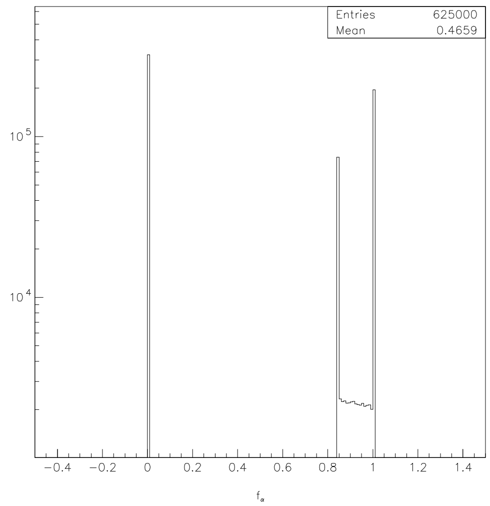

FIG. 4.30: Distribution des valeurs de f_α pour un noyau de ^{208}Pb et $I_\alpha = -1/2$

idée de la fréquence de ces lacunes. Pour obtenir cette information, nous avons écrit un programme élémentaire qui génère l'état initial de 25000 noyaux de ^{208}Pb (c'est-à-dire la position et l'impulsion de chacun des nucléons qui les composent) puis mesure les densités de population en nucléons autour de 25 points pris au hasard (avec $|\vec{p}| < p_F$ et $|\vec{r}| < R_{noyau}$) dans l'espace de phase de chacun de ces noyaux. Pour quantifier la densité de population en ces points, nous utilisons le taux d'occupation f_α, qui correspond à la probabilité partielle de blocage d'une collision (voir paragraphe 4.4.2). La valeur obtenue pour f_α dépendra évidemment de l'isospin I_α des nucléons dont on mesure la densité (protons ou neutrons).

Il est évident que, pour l'implémentation stricte, cette probabilité partielle f_α serait de 1 dans tous les cas. En effet, dans ce cas, il ne pourrait y avoir aucun état final accessible en-dessous du niveau de Fermi. Si l'implémentation statistique fonctionnait idéalement[29], elle devrait donner à peu près le même résultat, puisque la déplétion de l'espace de phase est nulle en début de cascade. Il n'en est rien. Sur les 625 000 (25 000*25) valeurs de f_α calculées pour $I_\alpha = \frac{-1}{2}$ (neutrons), on constate que plus de la moitié sont nulles, ce qui correspond au cas où le volume de test utilisé pour évaluer la densité de population ne contient aucun nucléon (voir figure 4.30). Seulement un peu moins du tiers sont égales à 1. Le pic observé à 0.85 correspond aux cas où le volume de test contient un seul nucléon ($n_\alpha = 1$) et est entièrement compris à l'intérieur du noyau dans l'espace r. Les valeurs observées entre 0.85 et 1 correspondent également à des cas où le volume de test contient un nucléon mais la valeur de Vol y a été diminuée pour tenir compte du débordement du volume de test hors du volume du noyau (soit en pratique si $r_{1\alpha} + r_{test} > R_{noyau}$).

On voit que, globalement, $< f_\alpha >= 0.466$. Il ne faut pas conclure de cette valeur

[29] Au cours de cette discussion, nous garderons toujours en tête la modélisation du noyau comme un gaz de Fermi de nucléons indépendants. Au début de la cascade, ce gaz est supposé être dans son état fondamental et les états d'énergie inférieure à l'énergie de Fermi doivent donc être occupés.

que plus de la moitié des événements peuvent être faussés par l'acceptation d'une collision indue, d'abord parce que nous regardons ici une probabilité partielle et que l'acceptation ou non d'une collision ne dépend pas directement de f_i ou de f_j, mais du produit $(1-f_i)(1-f_j)$. De plus, la première collision amène souvent les deux nucléons qu'elle implique dans des états d'énergie supérieure à E_F. L'influence du principe d'exclusion de Pauli est alors négligeable (il continue d'être techniquement vérifié, mais les densités de population sont beaucoup plus faibles lorsque l'on sort de la mer de Fermi). Enfin, tous les points de l'espace de phase ne sont pas échantillonnés avec la même fréquence, comme c'est le cas dans le test simple effectué ici.

Il est donc difficile d'associer aux valeurs de f_α ainsi calculées une signification physique claire. Un manière plus élégante d'évaluer l'importance pratique des fluctuations de la densité de population sur les résultats de simulation est de comparer le rapport entre les nombres de collisions acceptées et rejetées pour les implémentations statistique (où les fluctuations peuvent jouer un rôle) et stricte (où elles n'en jouent aucun)[30]. Cet indicateur a l'avantage de permettre naturellement un échantillonnage de l'espace de phase tenant compte de la dynamique réelle de la cascade, mais il ne permet pas de distinguer les lacunes dues à l'initialisation stochastique du noyau de celles provenant de la déplétion en cours de cascade. Une telle comparaison peut être effectuée grâce aux valeurs données dans la table 4.2. On constate que le rapport $\frac{<N_{coll}>}{<N_{bl}>}$ vaut 1.35 pour l'implémentation statistique et 0.33 pour l'implémentation stricte. Ces valeurs très différentes semblent confirmer l'importance pratique des lacunes observées dans l'espace de phase. C'est pourquoi nous allons à présent discuter plus en détail leur origine, dans l'espoir de pouvoir nous servir ultérieurement des renseignements obtenus pour réduire leur influence.

Considérations techniques

Pour fixer les idées sur les causes pratiques de l'existence de ces lacunes, nous allons détailler les étapes qui permettraient de retrouver la valeur moyenne attendue $< f_\alpha >= 1$. Nous ne prétendons pas ici que ces modifications soient toutes justifiées. Leur recensement sert juste à dresser une liste complète des éléments à prendre en considération. Nous partons de la situation donnée dans la figure 4.30 pour un noyau de ^{208}Pb (soit une valeur moyenne $< f_\alpha >= 0.466$ pour un neutron).

1. **Neutraliser l'influence des surfaces.** Cela peut se faire en choisissant arbitrairement de tester l'espace de phase uniquement près des origines en $\vec{p}$ et en $\vec{r}$. (Nous obtenons alors $< f_\alpha >= 0.705$ pour la densité en neutrons et $< f_\alpha >= 0.545$ pour celle en protons).
2. **Utiliser des noyaux symétriques $N = Z$.** La ligne précédente nous indique que les valeurs obtenues pour $< f_\alpha >$ sont différentes selon que le nucléon α est un proton ou un neutron. Cela provient du fait que la densité des nucléons dans l'espace de phase est différente pour les protons et les neutrons et n'est égale à la valeur théorique $(\frac{2}{h^3})$ que si on fait la moyenne sur les deux espèces. Pour des noyaux fortement

[30] Cela revient en fait à comparer les valeurs obtenues en cours de cascade pour $< (1-f_1)(1-f_2) >$ plutôt que celles obtenues pour f_α dans un noyau non-excité.

asymétriques tels que le plomb, la densité en protons est plus faible que la valeur de référence, ce qui se traduit par une valeur faible de $< f_\alpha >$. Pour les neutrons, c'est l'inverse. La densité moyenne effective est plus grande que la valeur de référence. En conséquence, la valeur de $< f_\alpha >$ est surestimée. Pour contourner ce problème, nous supposons ici le noyau symétrique en prenant un nombre atomique $Z = A/2$. La valeur que l'on obtient alors pour $< f_\alpha >$ est 0.633, soit en gros la moyenne entre les deux valeurs précédentes, comme il se doit.

3. **Légère modification de l'extension de l'espace de phase.** Comme dit au paragraphe 4.4.2, la valeur de $r_0 p_F$ qui garantit une densité moyenne rigoureusement égale à $\frac{2}{h^3}$ est 300.58 $fm.MeV/c$. INCL3 utilise par défaut une valeur de $1.12 * 270.34 = 302.78$ $fm.MeV/c$, ce qui signifie que les A nucléons sont répartis dans un volume de l'espace de phase légèrement supérieur à $h^3 \frac{A}{4}$. Si on garde p_F inchangé et qu'on donne à r_0 la valeur 1.111844 pour retrouver la valeur théorique du produit $r_0 p_F$, nous obtenons $< f_\alpha >= 0.641$.
4. **Autoriser les valeurs de f_α supérieures à 1.** Les trois corrections précédentes garantissent que, en moyenne, la densité à l'intérieur des volumes de test est égale à la valeur de référence $\frac{2}{h^3}$. Pourtant, la valeur obtenue au point précédent n'est pas 1 mais 0.641 parce que, f_α servant de probabilité partielle, toutes les valeurs supérieures à 1 sont arbitrairement ramenées à 1, comme le rappelle l'équation (4.11). Si nous calculons $< f_\alpha >$ en conservant les valeurs de f_α supérieures à 1 inchangées, nous obtenons bien $< f_\alpha >= 0.999 \sim 1$.

Il est évident que les modifications du modèle envisagées ci-dessus ne sont pas transposables telles quelles dans le code de cascade. Il serait absurde de forcer un noyau de ^{208}Pb à être symétrique ou bien toutes les collisions élémentaires à être centrales.

Une solution simple et élégante peut être apportée aux points 2 et 3, via une modification ad hoc de la valeur du volume de référence Vol pour tenir compte de l'asymétrie et de la légère surévaluation du produit $r_0 p_F$. Nous y reviendrons au paragraphe 4.7.3.

Restent les points 1 et 4, qui posent des problèmes plus complexes et que nous allons maintenant développer.

Effet de surface Le point 1 montre clairement qu'il serait souhaitable de considérer différemment les cas où le volume de test sort de la zone de densité non nulle dans l'espace de phase $(\vec{r}, \vec{p})$. Comme expliqué au paragraphe 4.4.2, une telle prise en compte existe dans le modèle INCL3 pour l'espace $\vec{r}$. Lorsque le volume de test sort du noyau, la routine `PAULI` diminue la valeur du volume Vol (selon une approximation linéaire) pour ne plus tenir compte que de la fraction de la boule de test qui se trouve à l'intérieur du noyau. Cela se traduit par une augmentation de la valeur de f_α lorsque $n_\alpha > 0$, en accord avec l'équation (4.11). En revanche, si aucun nucléon n'est présent dans le volume de test ($n_\alpha = 0$), la modification de Vol est sans effet.

Pour illustrer ce propos, nous présentons dans la table qui suit les résultats obtenus selon la position dans l'espace $\vec{r}$ du point testé (soit, selon nos notations, $\vec{r_{1\alpha}}$). La grandeur P_n est la probabilité de trouver n neutrons dans le volume de test. La première ligne correspond à un cas pour lequel la totalité du volume de test est compris à l'intérieur du noyau ($r_{1\alpha} < R_{noyau} - r_{test}$). La dernière ligne correspond au cas standard illustré par la figure 4.30.

Limitations	P_0	P_1	$P_{>1}$	$< f_\alpha >$	
$\|\vec{r_{1\alpha}}\| \leq 0.27 * R_{Noyau}$:	0.45	0.35	0.21	0.50	(avec ou sans correction)
$\|\vec{r_{1\alpha}}\| > 0.9 * R_{Noyau}$	0.67	0.26	0.06	0.29	(sans la correction)
	id.	id.	id.	0.33	(avec la correction)
$\|\vec{r_{1\alpha}}\|$ libre	0.52	0.33	0.16	0.44	(sans la correction)
	id.	id.	id.	0.47	(avec la correction)

Comme on le voit, la correction introduite pour tenir compte des effets de surface n'a qu'une faible influence sur la valeur de $< f_\alpha >$ car elle est sans effet sur n_α, et donc sur P_n. En conséquence, malgré cette correction, le taux d'occupation mesuré est d'autant plus faible que l'on se rapproche de la frontière du noyau.

Dans la code INCL3, aucune correction n'est effectuée dans l'espace des impulsions $\vec{p}$, puisque des nucléons peuvent avoir une impulsion de module supérieur à p_F et conserver malgré tout un rôle dans la cascade. Pourtant, avec une boule de test d'un rayon $p_{test} = 200 MeV/c$ et une valeur de $p_F = 270\ MeV/c$, on constate que le volume de test dans l'espace $\vec{p}$ couvre 40% du volume total de la mer de Fermi et que la probabilité qu'il contienne des points tels que $|\vec{p}| > p_F$ est de plus de 98%. Une correction semble donc souhaitable, au moins en début de cascade, lorsque aucun nucléon n'a une impulsion supérieure à p_F. Si nous implémentons une correction analogue à celle qui existe dans l'espace $\vec{r}$, nous obtenons la table suivante :

Limitations	P_0	P_1	$P_{>1}$	$< f_\alpha >$	
$\|\vec{p_{1\alpha}}\| \leq 0.29 * p_F$:	0.32	0.36	0.32	0.63	(avec ou sans correction)
$\|\vec{p_{1\alpha}}\|$ libre	0.52	0.33	0.16	0.44	(sans la correction)
	id.	id.	id.	0.49	(avec la correction)

On constate que l'importance des effets de surface s'est accrue puisque, si on force $p_{1\alpha} < p_F - p_{test}$, la valeur moyenne de f_α monte jusqu'à 0.63 (au lieu de 0.50 dans l'espace $\vec{r}$). L'effet de la correction reste cependant faible (quelques pour cent à peine).

Si on supprime complètement l'effet de surface dans les espaces $\vec{r}$ et $\vec{p}$ en se limitant aux points pour lesquels $|\vec{p_{1\alpha}}| < p_F - p_{test}$ et $|\vec{r_{1\alpha}}| < R_{noyau} - r_{test}$, la valeur moyenne de f_α passe à 0.71, tandis que la proportion P_0 de cas où $f_\alpha = 0$ n'est plus que de 24.5%. Les effets de surface jouent donc un rôle important dans la sous-estimation des facteurs de blocage.

Fluctuation des valeurs locales de la densité Concentrons-nous à présent sur le point 4. L'utilisation de la grandeur f_α comme probabilité partielle rend inévitable de fixer sa valeur maximale à 1. En conséquence, la valeur moyenne de f_α est plus faible que la valeur moyenne de $\frac{n_\alpha}{2Vol}$, comme le rappelle l'équation (4.11). La différence sera d'autant plus grande que la dispersion des valeurs locales de f_α autour de la valeur moyenne est grande.

Cette dispersion est elle-même la marque d'une trop grande irrégularité du remplissage aléatoire de l'espace de phase. Pour le dire autrement, elle provient du fait que l'initialisation stochastique du nucléon génère trop de "lacunes" dans l'espace de phase[31].

Nous allons donc tenter d'évaluer la régularité de la distribution en position. Pour un noyau de ^{208}Pb, le centre de gravité est en moyenne situé à $\frac{68}{A} fm$ de l'origine, même si sa position moyenne est située à l'origine. Si on force la distribution à être plus régulière dans l'espace $\vec{r}$ en jouant sur les signes des composantes de la position des derniers nucléons initialisés, on peut réduire cette valeur moyenne quasiment jusqu'à 0 mais, étrangement, cela n'a pas d'effet sensible sur les valeurs obtenues pour $< f_\alpha >$. De même, dans l'espace $\vec{p}$, la valeur moyenne du module de l'impulsion totale du noyau ($< |\sum \vec{p_i}| >$) est de 2787 MeV/c, même si la valeur moyenne du vecteur impulsion ($< \sum \vec{p_i} >$) est bien $(0, 0, 0)$. Par le même procédé que dans l'espace $\vec{r}$, on peut facilement diminuer cette valeur, mais de nouveau, cela n'augmente pour ainsi dire pas la valeur obtenue pour $< f_\alpha >$.

Bien que ces deux méthodes améliorent sensiblement la régularité de la répartition des nucléons dans l'espace de phase puisqu'elles permettent de placer en priorité les nucléons dans les régions où la densité de population est la plus faible[32], elles ne permettent pas d'augmenter significativement le taux d'occupation moyen mesuré.

Partant de cette constatation, l'implémentation d'une initialisation du noyau sous contraintes, un temps envisagée, n'a pas été effectuée et le problème de la régularité du remplissage de l'espace de phase a été laissé en suspens. Nous avons à la place décidé de concentrer nos efforts sur la recherche d'une méthode d'évaluation de f_α qui permette de diminuer leur influence sur les facteurs de blocage.

Pertinence de l'implémentation statistique

Avant d'envisager au paragraphe 4.7 des modifications concrètes de l'implémentation du principe d'exclusion de Pauli dans le modèle INCL3, nous devons nous poser deux questions.

- Quel devrait être idéalement, sous nos hypothèses, l'effet du principe de Pauli statistique ?
- Comment l'implémentation actuelle se situe-t-elle par rapport à cet idéal ?

L'analogie avec un gaz de Fermi de nucléons indépendants nous fait considérer l'espace de phase initial comme "compact". Nous voudrions donc disposer d'une implémentation qui soit aussi restrictive que l'implémentation stricte en début de cascade, mais permette par la suite de tenir compte de la dépopulation. Nous avons vu au cours des pages qui précèdent que l'implémentation statistique est assez éloignée de cet idéal et met en évidence des caractéristiques gênantes du modèle (l'importance des fluctuations locales de densité et les effets de surface). C'est pourquoi nous allons présenter au paragraphe 4.7 des implémentations nouvelles qui se rapprochent du comportement que nous recherchons.

[31] La valeur moyenne de la densité sur le noyau est connue et fixée. A ces lacunes correspondent donc évidemment des zones où la densité des nucléons est plus grande que la valeur moyenne.

[32] Notons néanmoins qu'elles sont sans influence sur la distribution en énergie, mais cette dernière ne joue a priori aucun rôle dans le cadre de l'implémentation statistique du principe de Pauli.

4.5 Comparaison avec des modèles de pré-équilibre

Avant de nous pencher de nouveau sur le principe d'exclusion de Pauli et d'en discuter des implémentations alternatives, nous allons comparer les résultats présentés au paragraphe 4.2 avec ceux obtenus à l'aide des modèles de pré-équilibre. Nous avons retardé cette discussion jusqu'ici car elle fait appel à des figures du paragraphe 4.4.

De nombreux modèles existent pour traiter des réactions $N + noyau$ dans le domaine d'énergie qui nous intéresse ici (soit d'environ 40 MeV à 200 MeV). Les principaux sont le modèle de Harp-Miller-Borne [29], le modèle d'exciton de Griffin et ses dérivés (dont le modèle hybride) [30, 33, 34, 112] et la théorie FKK (Feshback-Kerman-Koonin) [37]. Tous ces modèles ont déjà été évoqués au chapitre 2.

4.5.1 Le modèle hybride et ses dérivés

De nombreux calculs ont été effectués à l'aide de deux versions du modèle hybride, l'une incorporant des effets géométriques (**G**eometry-**D**ependent **H**ybrid Model), l'autre non (**H**ybrid Model). Le panneau de gauche de la figure 4.4 contient la comparaison des prédictions des modèles H et GDH avec celles du modèle INCL pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV. On voit que le modèle INCL présente un accord raisonnable, en gros équivalent à celui atteint par le modèle d'exciton. Comme mentionné dans la littérature, le modèle GDH est généralement meilleur que le modèle hybride simple, surtout pour la partie de haute énergie du spectre. Ce résultat s'explique par le fait que les particules qui peuplent cette portion du spectre sont principalement émises après les collisions quasi-élastiques se produisant en périphérie du noyau. Sur les figures 4.2 et 4.3, nous avons comparé les sections efficaces différentielles en énergie obtenues à l'aide des modèles INCL et GDH à des énergies légèrement plus faibles (25 et 45 MeV respectivement). A 25 MeV, le modèle GDH est clairement meilleur que le modèle INCL, mais à 45 MeV, les différences s'estompent et les deux modèles présentent des résultats plus ou moins équivalents. Le modèle INCL semble meilleur pour les cibles les plus lourdes tandis que l'inverse est vrai pour les cibles les plus légères. Les résultats du modèle GDH utilisé dans [78] sont obtenus en évaluant la grandeur λ_+ présente dans l'équation (2.20) à partir de la partie imaginaire du potentiel optique ou de la section efficace nucléon-nucléon (voir figure 4.3). Il semblerait que l'utilisation du modèle optique permette d'obtenir des résultats légèrement meilleurs.

Nous avons également comparé nos résultats avec une version du modèle GDH adaptée pour fournir des sections efficaces doublement différentielles. En résumé, ce modèle introduit des distributions angulaires censées caractériser l'émission de nucléons pour les différents états excitoniques : la section efficace NN dans l'espace libre est ainsi choisie pour l'état $n = 1$, une convolution de deux de ces distributions pour l'état $n = 3$, et ainsi de suite. Le résultat d'une telle comparaison est donné par la figure 4.6, où nous présentons les distributions angulaires des éjectiles pour des valeurs données de l'énergie. Excepté pour les angles les plus faibles (moins de 15° environ), les prédictions du modèle INCL sont sensiblement meilleures que celles du modèle GDH, qui semble prédire une baisse rapide des spectres pour les grands angles, baisse qui n'est pas observée expérimentalement. Ce résultat s'explique probablement par des approximations trop rudimentaires pour les distributions angulaires des émissions associées à chaque état excitonique.

Dans la figure 4.8, nous présentons une comparaison entre les modèles INCL et GDH portant sur des réactions $p+noyau$. A basse énergie ($39\ MeV$), la section efficace différentielle en énergie est mieux reproduite par le modèle GDH mais de nouveau, la différence est moins prononcée à plus haute énergie (ici $62\ MeV$).

Dès les années 70, certains auteurs remarquèrent que les contributions les plus importantes proviennent des états excitoniques les plus simples [78, 111, 112, 113]. Ils ont donc considéré qu'il était raisonnable de déterminer la probabilité d'exciter ces états non seulement à l'aide de considérations liées à l'espace de phase, mais aussi en tenant compte des propriétés des collisions nucléon-nucléon. En conséquence, les distributions angulaires devraient être choisies de manière à reproduire celles correspondant aux différentes collisions élémentaires. Ainsi, Smith et Bozoian [104] ont conçu un modèle où la contribution de l'état de plus petit nombre excitonique dans le modèle GDH est remplacée par la contribution d'une diffusion quasi-libre (**Q**uasifree-**F**ree **S**cattering), calculée microscopiquement à l'aide d'un nombre effectif de nucléons. Ce modèle donne d'assez bons résultats, comme le montre la figure 4.9 excepté aux petits angles et aux énergies les plus faibles.

Il est en outre intéressant de comparer les contributions des différents état excitoniques de ce modèle avec les contributions des différents nombres d'activation dans le modèle INCL3. Elles sont données dans la figure 5 de la référence [104] et dans la figure 4.17 respectivement. La forme de la contribution QFS est proche de celle de la contribution $n_a = 1$ du modèle INCL. Les formes des contributions $3p-2h$, $4p-3h$,.. sont relativement similaires et assez proches de celles des contributions correspondantes ($n_a = 2$, $n_a = 3$,...). Ce résultat semble confirmer que le nombre d'activation n_a peut être rapproché du nombre d'excitons tel qu'il apparaît dans la plupart des modèles de pré-équilibre. Remarquons, néanmoins, que la contribution QFS présentée dans [104], est sensiblement plus grande que la contribution $n_a = 1$ dans le modèle INCL.

Un pas supplémentaire fut franchi par Chiang et Hüfner [114] (et, de manière indépendante par Wu [115]) qui ont émis l'hypothèse que l'on pouvait décomposer la section efficace doublement différentielle en trois termes, correspondant en gros à la diffusion simple (1), à la diffusion double (2) et à la formation et désexcitation d'un noyau composé (c) :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\varepsilon} = \sum_{\alpha=1,2,c} N_\alpha \sigma_\alpha(\varepsilon_0) F_\alpha(\Omega, \varepsilon; \varepsilon_0), \tag{4.12}$$

où N_α est le nombre de nucléons après l'étape α, σ_α correspond aux sections efficaces pour l'étape α. Les fonctions F_α sont les distributions angulaires pour l'émission de particules durant chaque étape et ε_0 est l'énergie incidente.. Les quantités σ_α sont évaluées à l'aide de la formule de Glauber. La distribution angulaire F_1 est tirée d'une paramétrisation de la distribution angulaire consécutive à une collision nucléon-nucléon dans la matière nucléaire (voir [42]). La distribution angulaire F_2 est la convolution de F_1 par elle-même, à la fois en angle et en énergie, tandis que la distribution angulaire F_c est isotrope. En d'autres mots, les auteurs font l'hypothèse que seulement trois collisions suffisent à amener le noyau à un état équilibré et donc que les émissions de pré-équilibre peuvent être confinées aux tout premiers stages de la cascade. On s'attend à ce qu'une telle hypothèse ne soit applicable qu'à des réactions de faible énergie. Chiang et Hüfner prétendent qu'elle tient pour des énergies incidentes allant jusqu'à 100 MeV. Cette valeur semble raisonnable au vu des résultats que nous avons présenté dans la figure 4.25 : les composantes pour $n_a \geq 3$ semblent effectivement être plus ou moins isotropes.

Une comparaison entre les prédictions du modèle INCL3 et celles du modèle de Chiang et Hüfner est présentée sur la figure 4.10. Remarquons que le modèle de Chiang et Hüfner ne comporte pas de composantes évaporatives, ce qui explique la sous-estimation observée pour les énergies inférieures à 10 MeV. La surestimation observée pour le modèle INCL3 pour le noyau de ^{209}Bi à basse énergie n'apparaît pas pour le modèle de Chiang et Hüfner, ce qui pourrait laisser penser que l'explication de ce défaut du modèle INCL3 puisse résider dans les effets de milieu. L'accord du modèle INCL3 avec les données expérimentales semble légèrement meilleur pour les petits angles. Pour le reste, les résultats obtenus à l'aide des deux modèles sont similaires. Cela n'est sans doute pas si surprenant puisque le nombre moyen de collisions dans la cascade est d'environ 2 (voir table 4.2). Il semblerait que l'approche de Chiang et Hüfner, qui avait été introduite de manière empirique sur base d'hypothèses plausibles relatives au principe de Pauli, au libre parcours moyen ou à la conservation de l'énergie, soit confirmée par le modèle INCL3, où tous ces éléments sont traités explicitement.

4.5.2 Autres modèles et codes

Plus récemment, des outils plus évolués sont apparus, comme par exemple la théorie FKK (**F**eshbach-**K**erman-**K**oonin), brièvement évoquée au chapitre 2. Pour la gamme d'énergie étudiée ici, le modèle MSD (**M**ulti-**S**tep **D**irect) est le plus approprié. La figure 4.4 montre les résultats obtenus à l'aide de ce modèle pour trois angles différents. Ils donnent un accord quasiment parfait avec les données expérimentales, grâce à quelques hypothèses ad hoc sur les facteurs spectroscopiques moyens et à un ajustement de la force d'interaction. De plus, il semblerait que cette force doive être ajustée différemment selon la valeur de l'énergie incidente. Il est donc remarquable qu'un modèle aussi simple que INCL3 puisse fournir, en l'absence de tout ajustement de paramètres, des résultats qui, bien qu'un peu moins bons, sont du même ordre de précision.

Ces dernières années, un outil très complexe d'évaluation des sections efficaces a été mis au point : TALYS [106], un code de calcul intégrant de nombreux modèles (tels que Hauser-Feshbach, MSD, DWBA vers des niveaux de faible excitation ou des résonances géantes, etc.). Un exemple des résultats obtenus à l'aide de ce code est présenté dans la figure 4.13. Ils sont nettement meilleurs que ceux obtenus à l'aide du modèle INCL3, mais il ne faut pas perdre de vue que, comme pour les calculs effectués à l'aide du modèle MSD, certains paramètres ont été ajustés pour permettre cet accord.

Nous ne comparerons pas ici le modèle de cascade intranucléaire de Liège avec les modèles les plus récents ou les plus complexes du genre BUU/VUU/BNV [22, 26], principalement parce que ces derniers n'ont pas encore été testés à grande échelle pour les réactions $N - noyau$, et en tout cas pas à basse énergie. De plus, il faut se rendre compte que ces modèles sont très coûteux en temps de calcul, à cause de leur traitement dynamique du champ moyen. Ce dernier point est fondamental pour le traitement des réactions entre ions lourds et explique pourquoi ces modèles représentent un progrès décisif pour l'étude de ces dernières. Il n'a cependant qu'une faible importance pour les réactions $N - noyau$ qui nous intéressent ici. Nous pensons donc que les modèles de cascade intranucléaire, et en particulier celui de Liège, conservent tout leur intérêt pour le traitement de ces réactions, surtout dans le cadre d'applications coûteuses en temps de calcul, comme les programmes de transport par exemple.

4.5.3 Résumé

Pour résumer, on peut dire que le modèle INCL3 produit toujours des résultats raisonnables, et souvent étonnamment bons, surtout si on prend en compte sa simplicité, l'absence de paramètres ajustables et la non-vérification des hypothèses communément admises pour son application. Les prédictions semblent d'autant meilleures que l'énergie incidente ou la masse de la cible sont grandes (excepté peut-être pour l'émission de protons) ou que les angles s'éloignent des extrêmes ($\theta <<$ ou $\theta > 100°$). Dans la plupart des cas, il n'est pas excessif de dire que le modèle INCL3 présente un accord similaire (voire dans certains cas supérieur) à celui obtenu à l'aide de la plupart des modèles de pré-équilibre.

Ce résultat n'est peut-être pas très surprenant car le modèle INCL et les modèles de pré-équilibre décrivent au fond la même physique, celle d'un gaz de Fermi confiné dans un puits de potentiel et soumis à des excitations via les collisions nucléon-nucléon et à des désexcitations via l'émission de particules. Seules les méthodes utilisées pour évaluer les probabilités de transition entre les différents états excitoniques varient d'un modèle à l'autre. Il est donc assez logique que ces modèles fournissent au bout du compte des résultats similaires.

Cela étant dit, le modèle INCL présente un avantage théorique évident sur les modèles excitoniques car toutes les probabilités de transition y sont obtenues de manière automatique, simplement en laissant se dérouler naturellement la cascade de collisions parmi les nucléons, ce qui donne au modèle de cascade INCL une unité qui manque à la plupart des autres modèles, où les méthodes utilisées pour calculer les probabilités de transition peuvent varier d'un cas à l'autre.

Une autre différence importante est que l'espace des énergies à une particule est continu dans le modèle INCL3 alors qu'il est discret dans les autres modèles. Ce dernier point est sans doute l'argument principal qui, historiquement, a empêché le modèle de cascade de s'imposer pour les réactions à plus basse énergie, en dépit des résultats encourageants rapportés par certains auteurs [70, 116]. Les résultats présentés ici semblent indiquer que le caractère discret des énergies à une particule ne joue finalement qu'un rôle assez secondaire et ne présente pas d'influence évidente sur les résultats obtenus. Une explication possible de ce fait réside peut-être dans le fait que, en réalité, les états excités présentent une largeur non-négligeable, ce qui tend à faire disparaître la structure discrète des spectres à une particule.

4.6 Variations de quelques autres paramètres

Comme nous l'avons déjà signalé au paragraphe 4.4, nous avons remarqué au cours de nos travaux que les résultats obtenus à l'aide du code INCL3 (en particulier les spectres d'émission) étaient souvent peu sensibles à des modifications raisonnables des paramètres du modèle. Afin d'illustrer ce constat, nous allons présenter trois essais effectués au cours de nos travaux. Le premier porte sur la paramétrisation des sections efficaces élémentaires nucléon-nucléon. Les deux suivants portent sur ce que l'on considère généralement comme les deux seuls paramètres du modèle INCL (même s'ils ne servent pas de variables d'ajustement) : le facteur `TEMFIN` régulant le temps d'arrêt de la cascade et la profondeur du puits de potentiel V_0 (`V0`).

4.6.1 Dépendance angulaire des sections efficaces élémentaires

Nous avons évoqué au paragraphe 3.5.5 la paramétrisation des sections efficaces élémentaires nucléon-nucléon. La dépendance angulaire de la section efficace élastique proton-neutron est ainsi définie par la variable B_{np} (positive). Plus B_{np} est grand, plus $\frac{d\sigma}{dt}$ est piquée vers l'avant.

Pour montrer sur un exemple la sensibilité des résultats obtenus à des variations de ces sections efficaces élémentaires, nous avons effectué deux calculs sur la réaction $p +^{90} Zr$ à 120 MeV avec une implémentation statistique, l'un avec une valeur de B_{np} multipliée par 2, l'autre avec une valeur divisée par 2. Comme nous observons des spectres de neutrons et que le projectile incident est un proton, nous savons que, pour chaque émission, au moins une collision proton-neutron a dû se produire. Les résultats obtenus sont présentés dans la figure 4.31 et sont à comparer avec les résultats obtenus en utilisant la valeur standard de B_{np} (voir le panneau de gauche de la figure 4.20). Nous observons des variations qui sont essentiellement confinées à la composante $n_a = 1$, c'est-à-dire aux hautes énergies à l'avant, pour lesquelles on observe des variations d'un facteur 2 environ. Partout ailleurs, les différences sont très faibles. Ce résultat indique une robustesse des résultats assez remarquable puisque entre les deux panneaux de la figure 4.31, le paramètre B_{np} a subi une variation d'un facteur 4. Il semble en fait que, lorsque des émissions sont imputables à une suite de plusieurs collisions, le détail des collisions individuelles perde progressivement de l'importance et que les contraintes imposées par les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion lors des collisions élémentaires deviennent prédominantes.

4.6.2 Profondeur du puits de potentiel nucléaire

Nous avons réalisé deux calculs en utilisant pour V_0 des valeurs de 40 et 50 MeV (voir figure 4.32). De nouveau, les variations observées sont relativement faibles. Les spectres à l'avant sont virtuellement inchangés tandis que l'on constate une légère augmentation des émissions à l'arrière, lorsque V_0 diminue. Cette augmentation est sans doute due à une augmentation des coefficients de transmission à travers la surface et se traduit par une diminution de l'énergie d'excitation moyenne avant évaporation, qui passe de 40.8 MeV pour $V_0 = 50$ MeV à 34.0 MeV pour $V_0 = 40$ MeV.

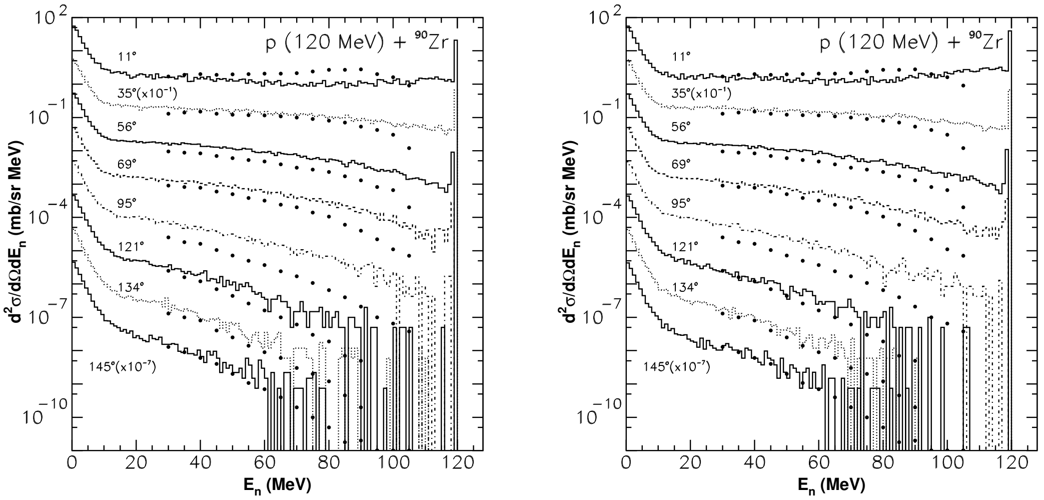

Fig. 4.31: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{90} Zr$ à 120 MeV pour Pauli statistique avec B_{np} divisé par 2 (panneau de gauche) et B_{np} multiplié par 2 (panneau de droite). Les données (cercles noirs) sont tirées de [92] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les données expérimentales à 95° sont sous-estimées d'un facteur 1.5 environ.

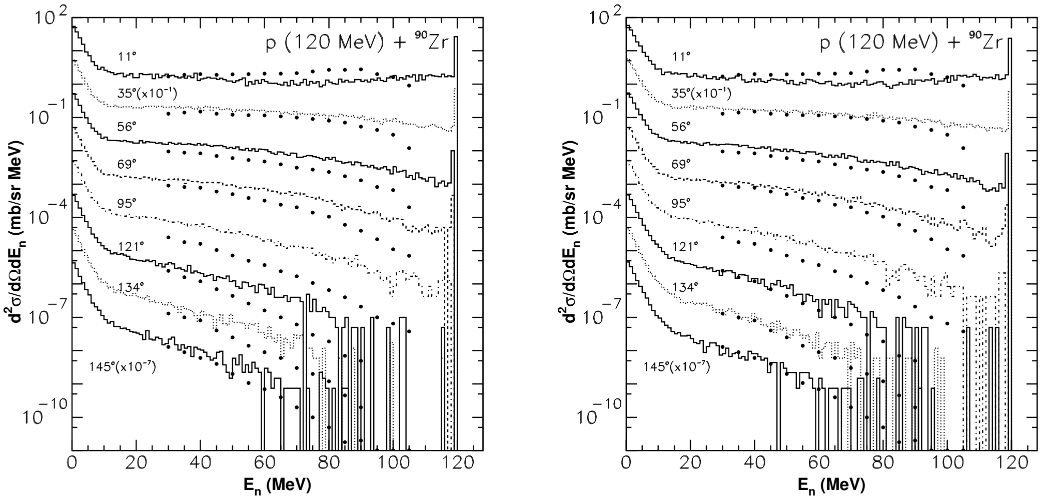

Fig. 4.32: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{90} Zr$ à 120 MeV pour Pauli statistique avec $V_0 = 40$ MeV (panneau de gauche) et $v_0 =$ 50 MeV (panneau de droite). Les données (cercles noirs) sont tirées de [92] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les données expérimentales à 95° sont sous-estimées d'un facteur 1.5 environ.

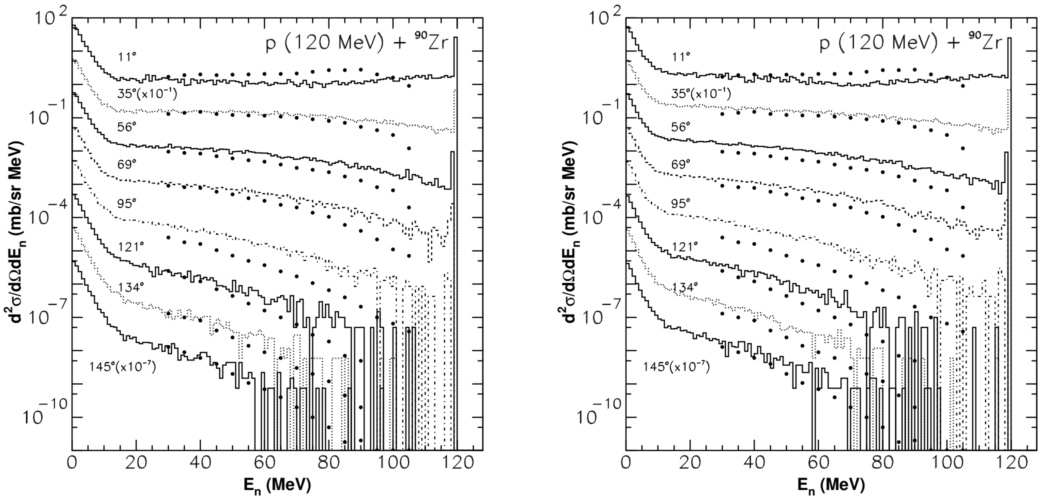

FIG. 4.33: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{90} Zr$ à 120 MeV pour Pauli statistique avec $V_0 = 40\ MeV$ (panneau de gauche) et $v_0 = 50\ MeV$ (panneau de droite). Les données (cercles noirs) sont tirées de [92] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les données expérimentales à 95° sont sous-estimées d'un facteur 1.5 environ.

4.6.3 Temps d'arrêt de la cascade

Nous avons également évalué l'influence du temps d'arrêt. Nous avons donc effectué deux calculs en multipliant le temps d'arrêt standard de la cascade (voir chapitre 3) par 0.8 et 1.2. Les résultats sont présentés dans la figure 4.33. Plus le temps d'arrêt de la cascade est grand, plus les émissions de cascade sont nombreuses, principalement pour des éjectiles de faible énergie (de 10 à 50 MeV environ). Les émissions d'évaporation (visibles pour $E_{éj} < 10\ MeV$) sont en revanche moins nombreuses. Ces deux évolutions antagonistes résultent en une légère diminution de la multiplicité globale lorsque le temps d'arrêt augmente (de 2.79 à 2.56 pour les neutrons lorsque `TEMFIN` passe de 0.8 à 1.2 par exemple). A basse énergie, les processus d'évaporation semblent donc être légèrement plus efficaces que les processus de cascade pour émettre des nucléons.

4.6.4 Conclusion

Nous avons voulu dans ce court paragraphe donner trois exemples parlants des modifications des paramètres du modèle que nous avons envisagées au début de notre travail. Le plus frappant est sans doute l'ampleur assez réduite des changements observés dans les spectres d'émission ou les multiplicités alors que l'amplitude des variations apportées aux valeurs des différents paramètres sont loin d'être négligeables. Cette faible sensibilité du modèle par rapport aux valeurs choisies pour ces paramètres justifie en grande partie que l'on décrive souvent le modèle INCL comme un modèle "sans paramètres". Cette rigidité des résultats peut par ailleurs être vue comme une confirmation de la validité du modèle INCL dont les bons résultats ne peuvent pas être imputés à un choix heureux des valeurs utilisées pour les paramètres mais sont essentiellement fixés par la manière dont le modèle initialise le noyau[33] et tient ensuite compte des contraintes de conservation de l'énergie et de la masse. Il est d'ailleurs très difficile de trouver des modifications raisonnables du modèle qui dégradent sensiblement l'accord observé pour les spectres d'émission. Mentionnons néanmoins l'implémentation de la réfraction, que nous étudierons au chapitre 5.

4.7 Modifications élémentaires du modèle

4.7.1 Implémentation intermédiaire du principe d'exclusion de Pauli

Comme nous l'avons vu au paragraphe 4.4, l'implémentation stricte du principe de Pauli semble particulièrement adaptée à la description du début du processus de cascade et des réactions quasi-directes faisant intervenir un très petit nombre de collisions, ce qui se traduit par une bonne reproduction des spectres de haute énergie à l'avant. En revanche, l'implémentation statistique, en permettant un plus grand nombre de collisions, permet de reproduire plus efficacement le gros des résultats pour les émissions secondaires, ce qui se traduit notamment par un meilleur accord pour les angles arrière.

En conséquence, il est tentant d'imaginer une implémentation intermédiaire qui permettrait de combiner les avantages de l'une et de l'autre. Etant donné ce qui précède, la méthode naturelle serait d'utiliser l'implémentation stricte pour la première collision et l'implémentation statistique pour les collisions ultérieures[34]. Nous avons testé cette méthode, que nous appellerons indifféremment l'implémentation *intermédiaire*, *mixte* ou *1col*. Nous allons voir qu'elle fournit, en moyenne, les résultats escomptés.

Considérons ainsi la figure 4.34 sur laquelle nous avons représenté la distribution des éjectiles en angle et en énergie pour les trois implémentations dans le cas de la réaction $p + {}^{90}Zr$ à 120 MeV. Nous pouvons voir sur le panneau de droite que l'implémentation intermédiaire (pointillés) présente en très bonne approximation les mêmes résultats que l'implémentation stricte (traits pleins) pour les éjectiles émis entre 0 et 20°, et que l'implémentation statistique (tirets) pour tous les angles supérieurs à 35°. De même, l'implémentation intermédiaire semble se confondre avec l'implémentation statistique pour les éjectiles d'énergie inférieure à 80 MeV et se rapprocher de l'implémentation stricte pour les éjectiles d'énergie supérieure. Notons néanmoins qu'un pic subsiste en $E_n = E_{inc}$ avec

[33] Le modèle semble être particulièrement sensible à une modification du spectre initial en impulsion des nucléons.

[34] Dans une première version, afin de ne pas devoir rajouter une variable en mémoire, nous avions conservé une implémentation statistique mais rajouté une condition supplémentaire de type $|\vec{p}| < p_F$ pour la première collision. Nous avons alors eu la surprise de constater que le nombre d'événements transparents était légèrement plus grand avec l'implémentation intermédiaire qu'avec l'implémentation stricte, ce qui allait à l'encontre de ce que nous souhaitions. L'explication en est que certaines collisions menant à des états d'impulsion juste supérieure à l'impulsion de Fermi, autorisées par Pauli strict, étaient rejetées par l'implémentation statistique (voir la fin du paragraphe 4.4.2). Dans le cas particulier de la réaction $p + {}^{90}Zr$ à 120 MeV, la proportion d'événements transparents pour l'implémentation intermédiaire était de 23% alors qu'elle n'était que de 20% pour Pauli strict. Pour éviter ce problème, nous avons décidé de stocker la valeur fournie par l'utilisateur de la variable `K7` dans la variable `K7OLD` et forcé l'utilisation de `K7=1` (Pauli strict) pour la première collision.

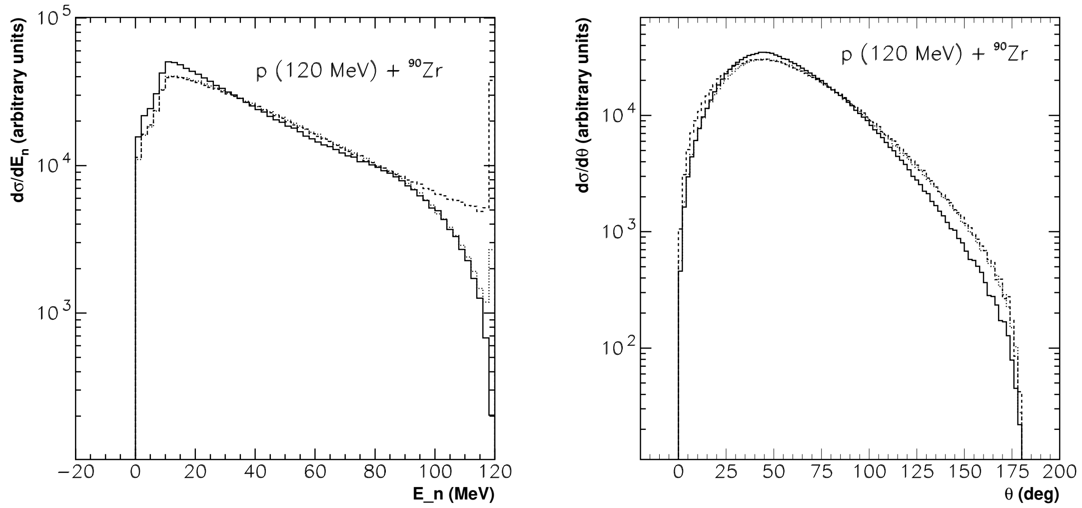

FIG. 4.34: Sections efficaces de production de neutrons en fonction de l'énergie des éjectiles (panneau de gauche) et de l'angle d'émission (panneau de droite) obtenues pour la réaction $p +^{90} Zr$ à 120 MeV avec les implémentations stricte (traits pleins), statistique (tirets) et 1col (pointillés).

l'implémentation intermédiaire. Or, nous avons vu précédemment que ce pic était causé par des collisions indues censées être bloquées par l'implémentation stricte.

Ce dernier point s'explique par ce que nous avons appelé le phénomène de réinteraction. Illustrons-le par un exemple. Nous avons observé pour la réaction $p + ^{208}Pb$ à 120 MeV un événement constitué des collisions reprises dans le tableau ci-dessous. Le nucléon incident, qui a par défaut l'étiquette 1, a donc au début de la cascade une énergie cinétique de 165 MeV $(E_{inc} + V_0)$.

Collision	i	j	E_i (MeV)	E_j (MeV)
1	1	159	165 $\rightarrow$ 105	31 $\rightarrow$ 91
2	1	208	91 $\rightarrow$ 48	23 $\rightarrow$ 66
3	1	159	66 $\rightarrow$ 24	105 $\rightarrow$ 147
4	1	208	147 $\rightarrow$ 23	48 $\rightarrow$ 172 ($\rightarrow$ émission)

Le nucléon dont l'énergie vaut 172 MeV est alors émis, avec une énergie cinétique théorique de 127 MeV que le code de cascade INCL3 ramène égale à E_{inc}, pour garantir le bilan global en énergie de la réaction.

Si on décortique l'événement, on voit que l'énergie incidente se répartit durant les deux premières collisions sur deux nucléons (outre le projectile incident) qui sont promus hors de la mer de Fermi ($E > E_F$). Les deux collisions suivantes reconcentrent cette énergie sur un seul nucléon tandis que les deux nucléons précédemment promus réintègrent la mer de Fermi. Seules ces deux dernières collisions seraient interdites par l'application d'un principe

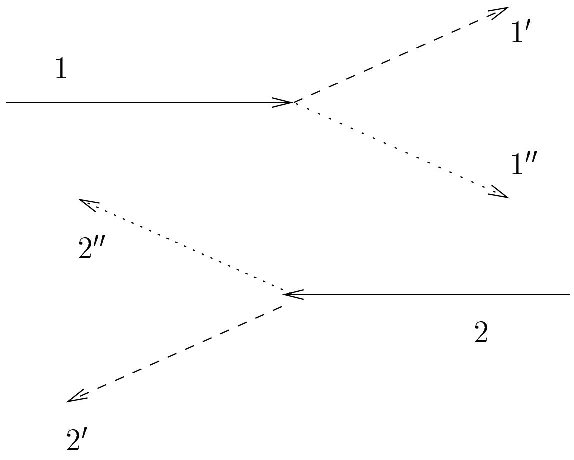

Fig. 4.35: Calcul du déplacement en énergie du pic de dissociation en fonction de l'angle d'émission.

de Pauli strict[35].

Les événements composés de ce type, menant à l'émission d'un éjectile d'énergie égale à l'énergie incidente sont rares, mais pas exceptionnels. On peut évaluer que, pour cette réaction, il s'en produit un pour 1000 événements environ, ce qui est assez pour générer un pic visible en $E_{éj} = E_{inc}$ dans les spectres d'émission (voir figure 4.36). On pourrait s'étonner de cette fréquence, d'autant que le modèle interdit aux deux mêmes nucléons de réinteragir directement après avoir subi une collision. Une explication serait qu'une telle réinteraction est en fait autorisée si, entre temps, un des deux nucléons a subi une autre collision (le cas de l'exemple ci-dessus) ou une réflexion. Une autre explication serait que le code néglige l'effet du paramètre d'impact lors des collisions élémentaires nucléon-nucléon et donc l'existence d'un plan de collision. En conséquence, l'isotropie de la section efficace autour de l'axe de collision rend équiprobable les états finaux pour lesquels les nucléons voient leur trajectoire se rapprocher et s'éloigner (voir les trajectoires 'prime' et 'seconde' dans la figure 4.35), ce qui favorise évidemment la réinteraction[36].

Si on se réfère à la table 4.2 (page 87), on constate que l'utilisation de l'implémentation stricte du principe de Pauli pour la première collision se traduit par une très légère augmentation du nombre moyen de collisions (par rapport à l'implémentation statistique standard). Ce résultat peut surprendre mais il faut néanmoins le relativiser puisque si on calcule le nombre moyen de collisions par proton incident et non plus par événement vrai, on retrouve l'ordre attendu. Pour le reste, toutes les grandeurs présentes dans la table montrent pour l'implémentation mixte une valeur intermédiaire entre celles obtenues avec les implémentations stricte et statistique, à l'exception de la multiplicité moyenne en neutrons, qui est légèrement plus élevée que pour l'implémentation statistique.

[35] En anticipant sur les résultats du chapitre 6, nous pouvons dire que l'implémentation de la condition CDPP dans INCL4 fait disparaître le phénomène de réinteraction.

[36] Pour donner un ordre de grandeur, rappelons que, à 120 MeV par exemple, la distance d'interaction d_{int} vaut 1.6 fm, qui est du même ordre que la distance moyenne entre deux nucléons.

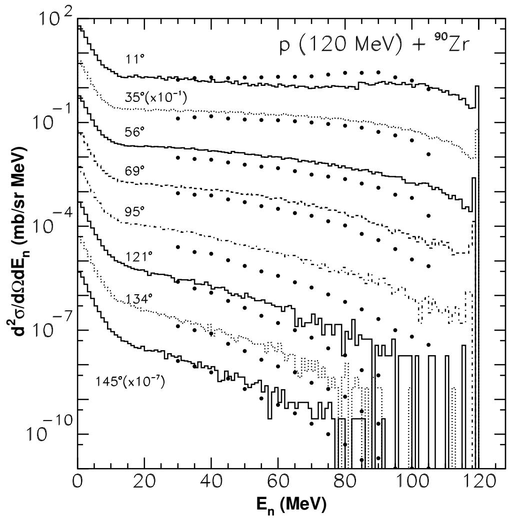

FIG. 4.36: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $p+^{90}Zr$ à 120 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [92] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Elles sont comparées avec les prédictions du modèle INCL3 en utilisant l'implémentation '1col' du principe de Pauli (histogrammes). Les données expérimentales à 95° sont sous-estimées d'un facteur 1.5 environ.

Spectres d'émission Les spectres d'émission obtenus sont présentés dans la figure 4.36 et sont à comparer avec ceux de la figure 4.20. Ils ne confirment que partiellement les enseignements tirés de la figure 4.34.

On constate que les résultats sont bons pour les grandes énergies à l'avant (où ils sont proches de ceux obtenus avec Pauli strict) et pour les faibles énergies à l'arrière (où ils se rapprochent de ceux obtenus avec Pauli statistique). Pour les faibles énergies à l'avant, les résultats sont satisfaisants avec les trois implémentations. En revanche, le domaine des énergies proches de l'énergie incidente à l'arrière, reste problématique.

Ainsi, pour les angles supérieurs à 60° environ, les résultats obtenus avec l'implémentation intermédiaire sont proches de ceux obtenus avec l'implémentation statistique et la surestimation de la section efficace pour de grandes valeurs de l'énergie des éjectiles est encore importante. Ce résultat est finalement assez attendu. Les émissions de haute énergie à l'arrière demandent a priori un nombre de collisions dures au moins égal à deux. Ces collisions ne sont théoriquement pas empêchées par une implémentation stricte du principe de Pauli. Il est donc logique que les problèmes dans cette région ne puissent être résolus en utilisant celle-ci, surtout si ce n'est que pour la première collision.

De ce point de vue, les choses s'améliorent légèrement si on utilise l'implémentation stricte sur les *deux premières* collisions, comme montré sur le panneau de gauche de la figure 4.37. Pourtant, ce choix n'est guère satisfaisant pour l'esprit car il fait intervenir une dose d'arbitraire dans le modèle. On peut facilement justifier de traiter différemment la pre-

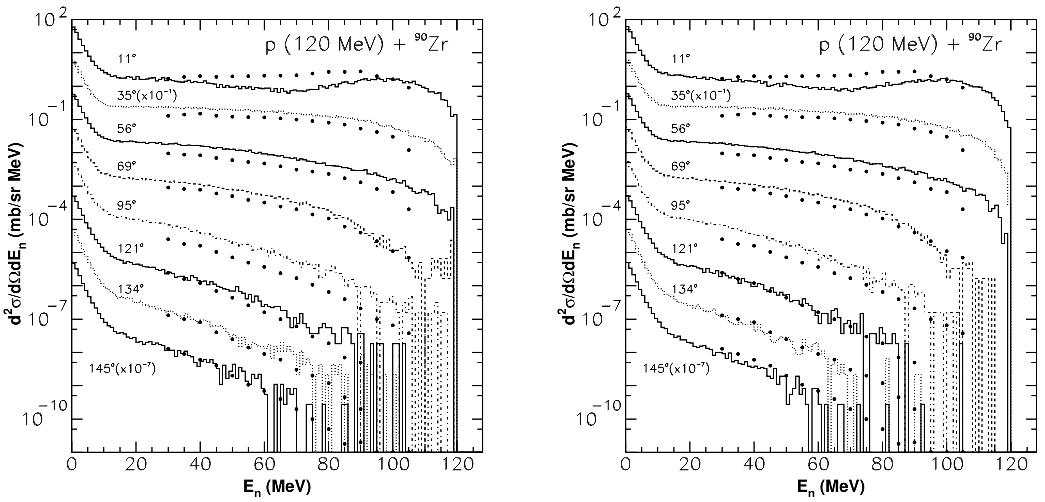

FIG. 4.37: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{90} Zr$ à 120 MeV obtenus lorsque l'on utilise Pauli strict pour les deux premières collisions (panneau de gauche) ou jusqu'à la première émission (panneau de droite), et Pauli statistique ensuite. Les données expérimentales sont tirées de [92]. Rappelons que le spectre expérimental à 95° est probablement sous-estimé, d'un facteur 2 environ.

mière collision, mais pourquoi les deux premières, et pas les trois premières par exemple ? Cette difficulté peut être partiellement contournée en décidant de conserver l'implémentation stricte jusqu'au moment de la première *émission* (voir le panneau de droite). Ce choix permet en effet, dans le cadre du modèle INCL3, de supprimer complètement cette remontée des spectres pour $E_n \sim E_{inc}$. C'est, pour cette réaction, l'implémentation qui présente jusqu'à présent le meilleur accord avec les données expérimentales.

Nous présentons également les spectres obtenus pour la réaction $p+{}^{197}Au$ avec l'implémentation intermédiaire du principe de Pauli à la figure 4.38. De nouveau, l'implémentation mixte fournit des résultats intermédiaires entre ceux obtenues par Pauli strict et Pauli statistique (voir figure 4.29). Ainsi, les principaux défauts de l'implémentation stricte (surestimation des spectres entre 20 et 50 MeV aux angles intermédiaires et sous-estimation entre 80 et 100 MeV, sauf à 45°) sont atténués.

Conclusion L'utilisation d'une implémentation stricte pour la première collision donne des résultats encourageants notamment en permettant une augmentation significative des émissions à l'arrière sans entraîner une trop grande distorsion à haute énergie des spectres d'émission à l'avant. Néanmoins, le pic spurieux observé en $E = E_{inc}$, bien qu'atténué, est toujours présent et la surestimation des sections efficaces pour les plus hautes énergies à l'arrière reste importante.

Il nous a semblé opportun avant de tester plus en détail cette méthode de prendre en compte les enseignements apportés par notre discussion du modèle statistique au para-

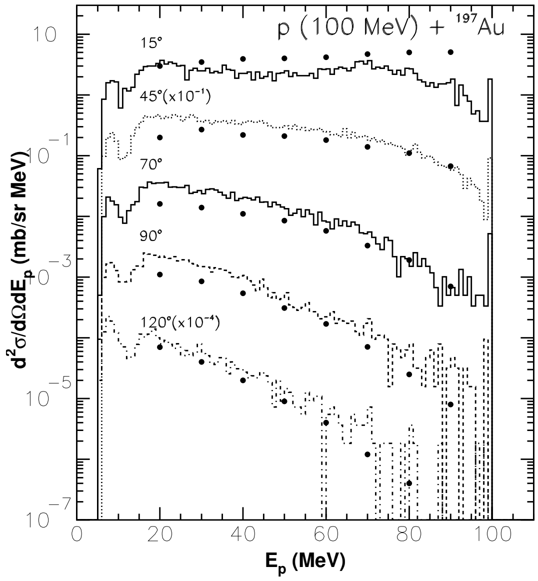

FIG. 4.38: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{197} Au$ à 100 MeV avec l'implémentation intermédiaire du principe de Pauli. Les données (cercles noirs) sont tirées de [90]. Elles sont comparées avec les prédictions du modèle INCL3 (histogrammes).

graphe 4.4.4. C'est ce que nous allons faire au paragraphe 4.7.3. Avant cela, nous allons discuter l'influence croisée de l'implémentation du principe de Pauli et de la coupure en énergie imposée sur les collisions élémentaires.

4.7.2 Effet de la coupure en énergie

Le modèle INCL3 ne prend en considération que les collisions dont l'énergie cinétique dans le centre de masse est supérieure à $E_{cut} = 50\ MeV$. Cette coupure poursuit deux buts : premièrement, ne pas explicitement traiter les collisions trop douces (qui se manifestent par un transfert d'impulsion très faible et ne devraient pas être traitées comme des collisions mais plutôt à l'aide du champ moyen, voir paragraphe 2.5.3) et deuxièmement, économiser du temps de calcul CPU en évitant que ne soient envisagées un très grand nombre de collisions douces, qui devraient de toutes façons être pour la plupart bloquées a posteriori par l'application du principe de Pauli. Ce dernier problème est d'autant plus pressant que la section efficace élémentaire libre diverge pour les faibles énergies. En conséquence, la distance d'interaction ($\sqrt{\frac{\sigma_{NN}}{\pi}}$) en-dessous de laquelle deux nucléons sont autorisés à entrer en collision est grande. Des collisions binaires de basse énergie pourraient ainsi se produire entre des nucléons qui ne sont pas des “premiers voisins”, ce qui est difficilement justifiable.

La valeur de 50 MeV pour E_{cut} semblait raisonnable puisque, initialement, le code était conçu pour traiter le problème des hautes énergies (500 MeV ou plus). Comme nous allons à présent le montrer, elle est discutable pour des calculs à basse énergie. Prenons comme exemple le cas d'une réaction à très faible énergie.

Réaction $n +^{93} Nb$ à 15 MeV

Supposons dans un premier temps que les nucléons de la cible soient figés. Pour la première collision élémentaire nucléon-nucléon, l'énergie cinétique dans le centre de masse est alors égale à la moitié de l'énergie cinétique du nucléon incident dans le noyau, soit $\frac{E_{inc}+V_0}{2} = 30\ MeV$. Cette valeur est inférieure à E_{cut}. En conséquence, toutes les collisions sont rejetées et tous les événements sont transparents.

Cet effet drastique de la coupure est heureusement en partie masqué par le mouvement interne des nucléons. Selon les directions relatives des mouvements du nucléon de recul i et de la particule incidente, l'énergie cinétique totale dans le centre de masse peut varier entre 0 et $E_{inc} + E_i$, ce qui permet à certaines collisions de se produire. Néanmoins, on conçoit bien que la valeur (arbitraire) de 50 MeV choisie pour E_{cut} devient sujette à caution lorsque l'ordre des grandeur des énergies mises en jeu au cours de la cascade s'en rapproche. Une étude approfondie de l'effet de ce paramètre nous semble donc intéressante, ne serait-ce que pour mettre en évidence son impact sur les résultats obtenus.

Regardons comment varient quelques grandeurs typiques de la réaction en fonction de la valeur choisie pour E_{cut} et de l'implémentation du principe de Pauli utilisée. Les résultats présentés pour $E_{cut} = 50\ MeV$ correspondent aux cas déjà étudiés au paragraphe 4.4.3.

E_{cut}	50 MeV			25 MeV		0 MeV	
Impl. Pauli	Stat	1col	Strict	1col	Strict	1col	Strict
transparents (%)	41.2	73.1	73.2	59.2	59.2	43.7	43.7
absorptions(%)	21.1	14.1	16.0	17.8	25.4	17.1	36.9
$< n >_{INC}$	0.46	0.39	0.37	0.42	0.35	0.51	0.32
$< p >_{INC}$	0.18	0.09	0.04	0.15	0.04	0.20	0.035
$< n >_{évap}$	0.78	1.19	1.36	0.99	1.41	0.74	1.47
$< p >_{évap}$	0.006	0.01	0.01	0.008	0.01	0.006	0.012
$\eta_{n,INC}$	0.27	0.106	0.104	0.17	0.143	0.287	0.179
$\eta_{p,INC}$	0.105	0.024	0.011	0.059	0.015	0.112	0.020
$\eta_{n,évap}$	0.46	0.32	0.365	0.40	0.57	0.416	0.827
$\eta_{p,évap}$	0.004	0.003	0.003	0.0034	0.0048	0.0032	0.0068
$< E^* >$ (MeV)	9.12	13.83	15.72	11.58	16.16	8.99	16.65
$< N_{coll} >$	2.33	2.50	1.12	6.98	1.18	38.03	1.35
$< N_{bl} >$	2.14	6.82	8.02	15.49	16.17	62.50	26.31
$< N_{bl}^1 >$	1.55	5.92	6.63	9.78	11.75	12.10	15.96

Que nous enseigne ce tableau ?

1. Regardons d'abord comment évoluent les résultats obtenus avec l'implémentation stricte. Bien que le nombre de collisions bloquées augmente fortement lorsque la valeur de E_{cut} est abaissée, le nombre de collisions moyen est assez peu modifié (de 1,12 à 1,35)[37]. De l'ensemble des collisions potentielles que la coupure occulte, la très grande majorité est donc bien bloquée par le principe de Pauli. Ce comportement correspond, à première vue, à ce que l'on espérait obtenir, c'est-à-dire un moyen de court-circuiter le calcul (coûteux en temps) de collisions qui seraient de toutes façons pour la plupart interdites a posteriori. Cette faible augmentation cache néanmoins une autre évolution. Pour l'implémentation stricte, la proportion d'événements non-transparents est doublée lorsque la coupure est supprimée (de 26.8 à 56.3%). Autrement dit, si le nombre de collisions moyen par événement vrai augmente peu, celui par neutron incident est presque doublé. Le petit nombre de collisions supplémentaires que la suppression de la coupure autorise a donc une influence fondamentale sur l'output du programme (ne serait-ce que par la modification qu'elle induit pour la valeur de la section efficace totale de réaction calculée, avant renormalisation).

2. L'effet de la suppression ou d'un adoucissement de la coupure est manifeste lorsque nous utilisons les implémentations stricte ou statistique, qui autorisent un grand nombre de collisions douces. Par exemple, le nombre de collisions autorisées est multiplié par 15 lorsque la coupure est complètement supprimée pour Pauli intermédiaire.

3. Pour l'implémentation stricte et quelle que soit la valeur de E_{cut}, l'énergie d'excitation moyenne est supérieure à E_{inc} car à chaque absorption correspond une énergie d'excitation de $E_{inc} + (V_0 - T_F)$ (soit environ 22 MeV). Comme le nombre d'ab-

[37]Remarquons cependant que ce petit nombre de collisions supplémentaires autorisées représente une proportion non négligeable (25% environ) du nombre de collisions total pour cette énergie.

sorptions augmente nettement lorsque E_{cut} diminue[38], la suppression de la coupure tend en conséquence à faire augmenter l'énergie d'excitation. Cette augmentation du nombre d'absorptions s'explique aisément par la prise en compte de nombreuses collisions douces autorisées par Pauli strict (les états finaux sont caractérisés par une énergie supérieure à E_F) mais incapables d'émettre un nucléon (les énergies sont toujours négatives). En revanche, pour l'implémentation intermédiaire, la diminution de E_{cut} résulte en une baisse de l'énergie d'excitation moyenne car la multiplication des collisions (dont certaines peuvent apporter un surplus indu d'énergie aux nucléons situés en-dehors de la mer de Fermi) rend plus probable l'émission d'un nucléon.

4. L'évolution des multiplicités moyennes dépend de l'implémentation utilisée pour le principe de Pauli. Pour Pauli intermédiaire, plus l'énergie de coupure est basse, plus le nombre de collisions est élevé et plus il y a de protons et de neutrons émis durant la cascade. Pour Pauli strict, le nombre de neutrons (et dans une moindre mesure celui de protons) diminue, sans doute à cause de l'importance accrue des absorptions. En revanche, si on regarde les rendements η en éjectiles pour la cascade, on constate que ces derniers augmentent tous lorsque E_{cut} est abaissé, quel que soit l'implémentation choisie pour le principe de Pauli, ce qui indique bien que les collisions douces inhibées par la coupure sont capables d'émettre des nucléons.

Comme on le voit, l'influence de la valeur de E_{cut} sur les résultats est donc réelle. Malheureusement, la proportion importante d'événements transparents et d'absorptions pour cette réaction rend difficile d'en déduire un comportement général.

Spectres d'émission de neutrons. Le faible nombre d'angles pour lesquels nous disposons de données expérimentales (40, 90 et 140°) limite les enseignements que nous pouvons retirer des spectres d'émission. Regardons d'abord l'effet de la coupure pour Pauli intermédiaire (voir figure 4.39). Plus E_{cut} est bas, plus le spectre de basse énergie (là où l'évaporation domine) est faible, en accord avec l'évolution de l'énergie d'excitation. On observe ainsi une diminution de 45% environ lorsque E_{cut} passe de 50 à 0 MeV. Les spectres à plus haute énergie ont, quant à eux, tendance à augmenter lorsque la coupure est supprimée, surtout pour les angles extrêmes. Pour Pauli strict (voir figure 4.40), les variations de l'énergie d'excitation sont plus faibles et les spectres de basse énergie varient peu. Aux grandes énergies, les effets semblent limités aux angles suffisamment grands ($\geq 90°$)[39].

En guise de résumé, on peut dire que la suppression de la coupure accentue les effets du principe de Pauli sur les spectres de haute énergie et suit l'évolution de l'énergie d'excitation à basse énergie.

[38] La proportion d'absorptions parmi les événements vrais n'augmente elle que légèrement (de 60 à 65% environ).

[39] Rappelons néanmoins que les spectres d'émission sont par défaut renormalisés à la valeur expérimentale de la section efficace totale de réaction. Si on n'effectue pas cette renormalisation, la suppression de la coupure crée une augmentation à basse énergie pour tous les angles, en grande partie liée à l'augmentation du nombre d'absorptions, et une augmentation des émissions à l'avant (40°), sans doute causée par les collisions douces surnuméraires. A 90°, les résultats à plus haute énergie sont inchangés. A 150°, les émissions de cascade sont négligeables.

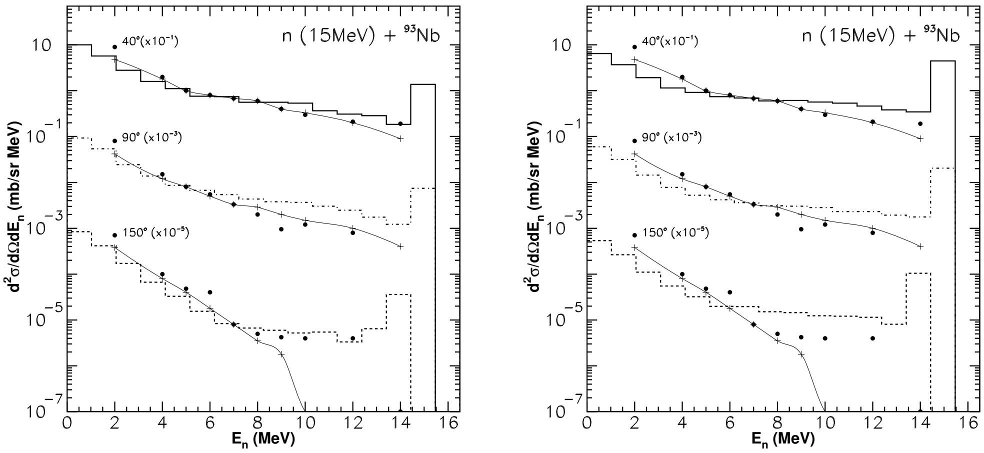

FIG. 4.39: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $n+^{93}Nb$ à 15 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [99] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 20%. Les résultats du calcul effectués avec le modèle INCL3 et une implémentation intermédiaire du principe de Pauli sont représentés par les histogrammes. A gauche : $E_{cut} = 50\ MeV$. A droite : $E_{cut} = 0\ MeV$.

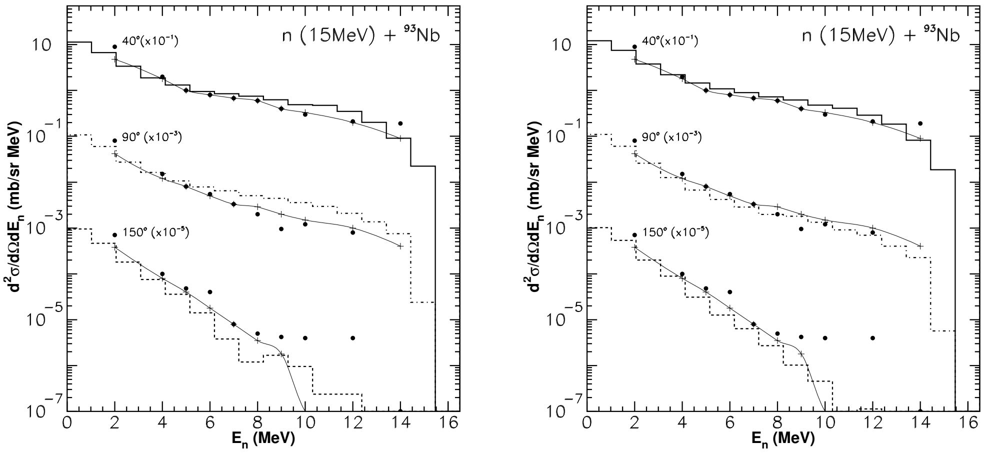

FIG. 4.40: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $n+^{93}Nb$ à 15 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [99] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 20%. Les résultats du calcul effectués avec le modèle INCL3 et une implémentation stricte du principe de Pauli sont représentés par les histogrammes. A gauche : $E_{cut} = 50\ MeV$. A droite : $E_{cut} = 0\ MeV$.

Réaction $p +^{208} Pb$ **à** 80.5 MeV

A plus haute énergie, nous obtenons :

E_{cut}	50 MeV			25 MeV			0 MeV		
Impl. Pauli	Stat	1col	Strict	Stat	1col	Strict	Stat	1col	Strict
transparents(%)	10.5	17.16	17.1	6.37	11.26	11.2	5.54	9.74	9.76
absorptions (%)	5.13	5.15	6.82	5.23	5.4	11.2	2.08	2.31	15.31
$< n >_{INC}$	0.79	0.82	0.73	1.02	1.04	0.76	1.60	1.62	0.77
$< p >_{INC}$	0.51	0.53	0.58	0.49	0.51	0.47	0.54	0.55	0.38
$< n >_{évap}$	3.13	3.5	3.99	3.13	3.41	4.6	2.28	2.5	5.03
$< p >_{évap}$	0.03	0.03	0.04	0.03	0.03	0.06	0.02	0.02	0.08
$\eta_{n,INC}$	0.707	0.677	0.606	0.95	0.919	0.675	1.51	1.46	0.69
$\eta_{p,INC}$	0.46	0.45	0.478	0.46	0.45	0.414	0.513	0.498	0.34
$\eta_{n,évap}$	2.798	2.898	3.308	2.93	3.03	4.08	2.16	2.26	4.53
$\eta_{p,évap}$	0.026	0.026	0.035	0.030	0.030	0.055	0.018	0.019	0.073
$< E^* >$ (MeV)	32.9	36.7	41.9	33.08	32.02	48.92	24.47	26.75	53.98
$< N_{coll} >$	5.03	5.06	2.24	19.36	19.17	2.81	158.7	156.9	3.83
$< N_{bl} >$	3.72	4.52	6.83	23.46	24.00	19.2	250.9	248.8	44.0
$< N_{bl}^1 >$	1.51	2.09	3.02	3.00	3.66	5.89	5.45	6.27	10.12

Pour cette réaction, le nombre d'événements transparents ou d'absorptions est plus faible. Bizarrement, les résultats obtenus avec $E_{cut} = 25\ MeV$ sont souvent en léger décalage avec les évolutions observées entre $E_{cut} = 0\ MeV$ et $E_{cut} = 50\ MeV$.

1. Pour l'implémentation stricte, on observe lorsque la coupure est supprimée une augmentation du nombre moyen de collisions (de 2.2 à 3.8) et du nombre de collisions bloquées. Ces augmentations sont proportionnellement plus importantes que ce qu'elles étaient pour $E_{inc} = 15\ MeV$.
2. Pour les implémentations statistique et intermédiaire, l'augmentation du nombre de collisions lorsque la coupure est supprimée est impressionnante avec une multiplication par un facteur 30 environ[40].
3. De nouveau, la variation de l'énergie d'excitation moyenne en fonction de E_{cut} diffère selon l'implémentation utilisée pour le principe de Pauli. $< E^* >$ a tendance à diminuer pour les implémentations statistique et intermédiaire (malgré une valeur étonnamment élevée de 33.08 MeV pour l'implémentation statistique et $E_{cut} = 25\ MeV$) et à augmenter pour l'implémentation stricte.
4. Les multiplicités et les rendements en éjectiles de cascade augmentent tous lorsque E_{cut} passe de 50 à 0 MeV, sauf ceux en protons pour l'implémentation stricte qui,

[40] Le nombre de collisions bloquées pour $E_{cut} = 0\ MeV$ avec l'implémentation stricte (44) est nettement inférieur au nombre de collisions bloquées pour les autres implémentations (environ 250). Ce résultat à première vue paradoxal s'explique par le nombre de nucléons participants (qui croît avec le nombre de collisions). Rappelons en effet que le modèle INCL ne traite explicitement (et n'est donc susceptible de bloquer) que les collisions où intervient au moins un nucléon participant.

contrairement à ce que nous avons observé pour la réaction $n +^{93} Nb$ à 15 MeV, diminue. Ce changement est sans doute imputable au fait que le noyau de ^{208}Pb est plus fortement asymétrique que celui de ^{93}Nb et que le nombre de collisions augmente plus fortement lorsque la coupure est supprimée.

On constate donc que, avec l'implémentation stricte du principe de Pauli, la suppression de la coupure tend à augmenter à la fois le nombre de collisions moyen, l'énergie d'excitation moyenne après cascade et le nombre d'absorptions. Ce résultat indique que les collisions (douces) supplémentaires, en répartissant l'énergie disponible sur un plus grand nombre de nucléons, rend plus difficile l'émission d'éjectiles[41]. Avec l'implémentation statistique, en revanche, cette multiplication des collisions s'accompagne d'une baisse de l'énergie d'excitation moyenne après cascade et du nombre d'absorptions. Cela s'explique par l'effet des lacunes qui permettent à des nucléons dont $|\vec{p}| > p_F$ de gagner de l'énergie en interagissant avec des nucléons de la mer de Fermi. Ce gain d'énergie se traduit par une augmentation du coefficient de transmission.

Spectres d'émission de neutrons. Pour Pauli statistique (voir figure 4.41), on observe lorsque la coupure est supprimée une légère diminution du pic d'évaporation (non visible sur la figure), une importante hausse des sections efficaces de cascade à basse énergie (visible entre 8 et 40 MeV environ), et une légère baisse pour des énergies supérieures à $E_{inc}/2$. En conséquence, la suppression de la coupure semble augmenter sensiblement le taux de décroissance des spectres en fonction de l'énergie. L'accord avec les données expérimentales est sensiblement meilleur avec $E_{cut} = 50\ MeV$.

Pour Pauli strict (voir figure 4.42), la suppression de la coupure se traduit par une légère augmentation des spectres aux basses énergies (jusqu'à 16 MeV environ) due à une augmentation de l'évaporation et des émissions de cascade de faible énergie, et une baisse pour les énergies partout ailleurs. De nouveau, les spectres obtenus avec $E_{cut} = 50\ MeV$ reproduisent mieux les données expérimentales.

Nous constatons que, quelle que soit l'implémentation choisie, les émissions de cascade de basse énergie sont plus nombreuses lorsque la coupure est supprimée.

Réaction $^{208}Pb + p$ à 256 MeV Considérons enfin une énergie encore supérieure. Nous obtenons les résultats suivants.

[41] Ces collisions ne peuvent en effet que diminuer l'énergie des nucléons d'énergie positive (et donc réduire leurs facteurs de transmission éventuels), tout en étant trop douces pour permettre la promotion d'un nucléon de la mer de Fermi vers un état d'énergie positive.

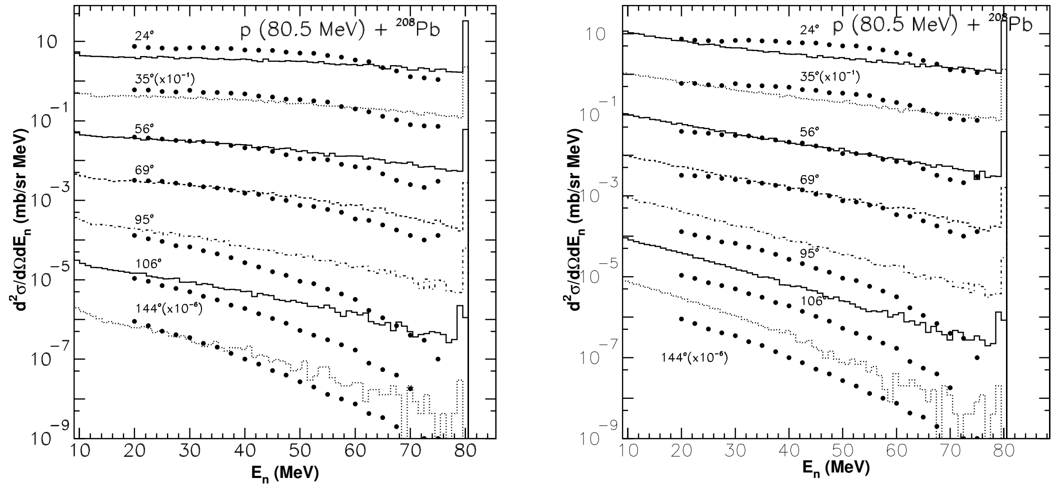

FIG. 4.41: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $p + {}^{2O8}Pb$ à 80.5 MeV. Les données (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°. Les résultats du calcul effectués avec le modèle INCL3 et une implémentation statistique du principe de Pauli sont représentés par les histogrammes. A gauche : $E_{cut} = 50\ MeV$. A droite : $E_{cut} = 0\ MeV$.

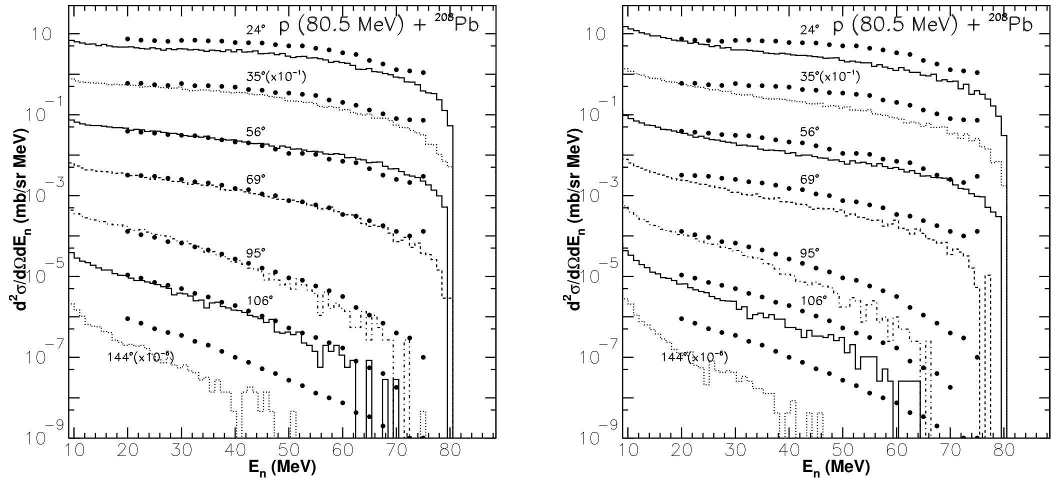

FIG. 4.42: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons pour la réaction $p + {}^{2O8}Pb$ à 80.5 MeV. Les données (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°. Les résultats du calcul effectués avec le modèle INCL3 et une implémentation stricte du principe de Pauli sont représentés par les histogrammes. A gauche : $E_{cut} = 50\ MeV$. A droite : $E_{cut} = 0\ MeV$.

E_{cut}	50 MeV			0 MeV		
Impl. Pauli	Stat	1col	Strict	Stat	1col	Strict
transparents(%)	8.4	10.8	10.7	8.4	10.9	10.7
absorptions (%)	0.08	0.07	0.09	0.05	0.06	0.3
$< n >_{INC}$	1.54	1.57	1.50	2.44	2.45	1.56
$< p >_{INC}$	1.07	1.10	1.17	1.14	1.17	0.97
$< n >_{évap}$	6.39	6.59	7.41	5.60	5.85	8.60
$< p >_{évap}$	0.23	0.23	0.29	0.21	0.22	0.46
$\eta_{n,INC}$	1.41	1.40	1.34	2.23	2.18	1.39
$\eta_{p,INC}$	0.98	0.98	1.04	1.05	1.04	0.87
$\eta_{n,évap}$	5.85	5.88	6.62	5.13	5.22	7.69
$\eta_{p,évap}$	0.21	0.21	0.26	0.19	0.20	0.41
$< E^* >$ (MeV)	74.4	76.7	87.8	66.0	69.0	107.9
$< N_{coll} >$	8.41	8.48	4.77	148.6	146.6	7.32
$< N_{bl} >$	4.76	5.07	8.39	221.2	217.9	47.49
$< N_{bl}^1 >$	1.10	1.30	1.98	2.84	3.06	4.87

A cette énergie, les effets de la coupure sont plus faibles. Bien que le nombre de collisions soit fortement influencé par la coupure choisie, la proportion d'événements transparents devient quasiment indépendante de la valeur de E_{cut}. Le nombre d'absorptions varie également assez peu, sauf pour une implémentation stricte, où il augmente sensiblement tout en restant faible. Comme à plus basse énergie, l'énergie d'excitation moyenne diminue avec E_{cut} pour les implémentations statistique et intermédiaire du principe de Pauli et augmente pour l'implémentation stricte, en accord avec l'évolution du nombre d'absorptions.

Comme déjà observé pour $E_{inc} = 80.5\ MeV$, les multiplicités moyennes des éjectiles de cascade (et les rendements correspondants) augmentent lorsque la coupure est supprimée pour les implémentations statistique ou intermédiaire. Pour l'implémentation stricte, la multiplicité en neutrons augmente peu tandis que celle en protons diminue.

Spectres d'émission de neutrons. Quelle que soit l'implémentation utilisée, les effets de la suppression de la coupure se marquent uniquement sur les spectres de basse énergie (inférieurs à 60 MeV), ce qui met de nouveau en évidence la relative insensibilité des émissions de haute énergie à l'implémentation du principe de Pauli.

Pour Pauli strict, la suppression de la coupure se traduit par une hausse du pic d'évaporation et une légère baisse pour les énergies faibles (de 20 à 60 MeV). Pour Pauli statistique, la suppression de la coupure se traduit par une nette hausse des sections efficaces de production de neutrons pour des énergies des éjectiles inférieures à environ 50 MeV. Nous voyons donc de nouveau que la suppression de la coupure augmente surtout les émissions d'éjectiles de faible énergie et que, avec l'implémentation stricte, cela se fait aux dépens des émissions de plus haute énergie.

Résumé des évolutions et conclusions La suppression de la coupure implique la prise en compte de nouvelles collisions douces potentielles. Ces collisions ne seront acceptées que si elles satisfont les conditions imposées par le principe d'exclusion de Pauli. En conséquence, l'influence pratique de la coupure dépend de l'implémentation choisie pour ce dernier.

Lorsque la coupure est supprimée, le nombre de collisions n'augmente que faiblement pour une implémentation stricte et augmente très fortement pour les implémentations intermédiaire et statistique. Pour les faibles énergies incidentes, cela se traduit par une diminution du nombre d'événements transparents. Pour des énergies incidentes suffisamment grandes, ce nombre reste néanmoins plus ou moins constant, comme le montre l'exemple de la réaction à 256 MeV.

Si on se replace dans l'état d'esprit qui a présidé à la création du code INCL, l'instauration d'une énergie minimale de collision en-dessous de laquelle les interactions nucléon-nucléon sont négligées est donc tout à fait justifiée. Pour des énergies incidentes suffisamment grandes, nos résultats montrent que la coupure est quasiment sans effet sur le nombre d'événements transparents, et donc sur la section efficace totale de réaction calculée. De plus, à ces énergies, on utilise une implémentation statistique du principe d'exclusion de Pauli et les multiplicités globales (INC+évaporation) sont peu influencées par la valeur choisie de E_{cut}. La multiplicité globale pour la réaction $^{208}Pb + p$ à 256 MeV avec une implémentation statistique augmente ainsi seulement de 9.23 à 9.39 lorsque E_{cut} passe de 50 à 0 MeV. Les éjectiles de cascade supplémentaires sont en général de faible énergie et la compensation entre l'augmentation des multiplicités de cascade et la baisse des multiplicités d'évaporation influence peu l'allure des spectres.

Qu'en est-il pour des énergies incidentes plus faibles ? On conçoit aisément que la valeur arbitraire choisie pour l'énergie de coupure devient un paramètre important de la simulation lorsqu'elle se rapproche de l'énergie moyenne des collisions élémentaires. Nos calculs montrent d'ailleurs clairement une influence de la valeur choisie pour E_{cut} sur les résultats. De plus, à basse énergie, nous utilisons une implémentation stricte du principe d'exclusion de Pauli et les résultats nous indiquent que la conjonction de la coupure et de cette implémentation stricte présente des effets importants, que nous allons à présent évoquer.

Alors que, avec les implémentations statistique et intermédiaire, la suppression de la coupure permet au noyau de s'équilibrer plus efficacement (ce qui se traduit par une énergie d'excitation moyenne avant évaporation et un nombre d'absorptions plus faibles), elle tend, avec l'implémentation stricte, à faire augmenter l'énergie d'excitation moyenne après cascade et à faire augmenter le nombre d'absorptions.

En supprimant la coupure, on multiplie les possibilités d'avoir des collisions douces en début de cascade. Selon le principe d'exclusion de Pauli, ces collisions doivent promouvoir un nucléon au-dessus du niveau de Fermi et se traduisent donc par une diminution de l'énergie de la particule incidente. Ces collisions diluent donc l'énergie incidente sur un plus grand nombre de nucléons, sans permettre à l'un de ces derniers d'être émis.

Cette différence de comportement induit des évolutions contrastées pour les multiplicités de cascade.

- Avec les implémentations statistique et intermédiaire du principe de Pauli, la suppression de la coupure fait augmenter les rendements et les multiplicités en éjectiles de cascade, et ce quelle que soit l'énergie considérée. En général, la hausse est plus nette pour les neutrons que pour les protons, et ce pour deux raisons. Premièrement,

l'émission de neutrons est facilitée par le fait que ces derniers n'ont pas à franchir une barrière de potentiel coulombien et sont donc plus susceptibles de profiter des collisions douces supplémentaires. Deuxièmement, la multiplication des collisions, et donc l'augmentation du rapport protons/neutrons dans les particules actives conduit mécaniquement pour des réactions $p + noyau$ à une augmentation plus importante des émissions de neutrons par rapport aux émissions de protons, surtout pour des cibles lourdes.
- Avec une implémentation stricte, les évolutions peuvent se produire dans les deux sens. A très basse énergie, on observe lorsque la coupure est supprimée une diminution des multiplicités moyennes mais une augmentation du rendement (due à l'importante baisse du nombre d'événements transparents). A plus haute énergie, on observe une diminution des émissions de protons et une augmentation des émissions de neutrons.

Quels enseignements peut-on tirer de ces résultats ? L'utilisation d'une énergie de coupure se justifie à la fois théoriquement et pratiquement (elle est indispensable si on désire conserver au code de calcul sa rapidité). Cependant, la valeur de 50 MeV utilisée pour E_{cut} dans INCL3 est arbitraire et il semble bien que, en tout cas pour de faibles énergies incidentes, elle ait des conséquences mesurables sur les résultats de simulation. Les spectres d'émission que nous avons présentés semblent néanmoins indiquer qu'elle est adaptée au traitement des réactions pour des énergies incidentes aussi basses que 80 MeV. Elle semble en revanche être trop élevée si les énergies incidentes sont nettement plus basses. Ainsi, les spectres présentés pour la réaction à $n +^{93} Nb$ à 15 MeV semblent légèrement meilleurs avec $E_{cut} = 0\ MeV$. Pour cette raison, il nous semble souhaitable de faire dépendre la valeur de E_{cut} en fonction de l'énergie incidente. Déterminer la forme exacte que devrait prendre cette dépendance demande une étude plus approfondie, que nous n'avons pu effectuer, mais il semble dans un premier temps raisonnable de conseiller $E_{cut} = 50\ MeV$ pour $E_{inc} > 50\ MeV$ et $E_{cut} = E_{inc}$ sinon.

Une autre voie de recherche qui peut être envisagée est de remplacer le principe d'une coupure sur l'énergie par une procédure équivalente. Par exemple :
- instaurer une condition sur la distance maximale entre deux nucléons pour qu'ils puissent entrer en collision.
- couper les sections efficaces élémentaires de faible énergie afin de mimer la fonction de réponse des sections efficaces dans le milieu[50, 66].

4.7.3 Implémentation corrigée du principe de Pauli

Avant d'étudier au paragraphe 4.8 une implémentation "gaussienne" du principe de Pauli qui s'éloigne sensiblement de celle utilisée dans INCL3, il est intéressant de faire le point sur les modifications élémentaires que l'on peut effectuer pour prendre en compte certains des points mentionnés au paragraphe 4.4.4.

Liste des défauts à pallier

Rappeler ici la liste complète des raisons pour lesquelles la mesure de f_α ne donne pas une valeur moyenne égale à 1 en début de cascade (voir paragraphe 4.4.4).

1. **Influence des surfaces dans les espaces $\vec{r}$ et $\vec{p}$.** Lorsque le volume de test contient des zones de population nulle ($|\vec{p}| > p_F$ ou $|\vec{r}| > R_{noyau}$), le taux d'occupation dans le noyau est sous-estimé.
2. **Effet de l'asymétrie des noyaux.** Les versions INCL3 (et INCL4) utilisent un potentiel unique et une même surface de Fermi pour les protons et les neutrons. En conséquence, leur densité effective dans l'espace de phase est différente. La valeur de $< f_\alpha >$ mesurée pour les protons est donc plus basse que la valeur de référence tandis que celle pour les neutrons est plus élevée.
3. **Sous-estimation de la densité de population effective.** Le volume total de l'espace de phase dans lequel les nucléons sont placés est légèrement (2% environ) plus grand que la valeur théorique de référence (correspondant à un gaz de Fermi de nucléons indépendants). Cela se traduit par une légère sous-estimation (d'environ 2% également) du taux d'occupation mesuré.
4. **Effet de la limitation de f_α à 1.** Le taux d'occupation mesuré servant de probabilité partielle de blocage d'une collision, sa valeur doit être comprise entre 0 et 1. Les valeurs supérieures à 1 sont donc arbitrairement ramenées à 1.

Nous avons montré précédemment qu'il n'existait pas d'autres causes à la sous-estimation de $< f_\alpha >$ en début de cascade. Nous allons maintenant montrer comment ces différents points ont été pris en compte dans la nouvelle version de la routine de Pauli que nous avons mise au point.

Nous reproduisons ici, pour favoriser la lecture, les équations (4.9) et (4.11) servant à calculer les valeurs de f_α :

$$Vol = (\frac{4}{3}\pi)^2(\frac{r_{test}p_{test}}{h})^3$$

et

$$f_\alpha = min(1, \frac{n_\alpha}{2Vol})$$

Amélioration de la routine `PAULI`

Effet des surfaces Le volume de test utilisé dans l'implémentation statistique est le produit de deux sphères, l'une dans l'espace $\vec{r}$, l'autre dans l'espace $\vec{p}$ dont les rayons sont r_{test} et p_{test}, respectivement.

Les valeurs par défaut de r_{test} et p_{test} sont 2 fm et 200 MeV/c, ce qui donne pour le produit $r_{test} * p_{test}$ une valeur de 400 $fm.MeV/c$ et garantit que le volume de test doit contenir en moyenne 1.18 nucléon d'isospin donné. Sans modifier ce dernier paramètre, on peut faire varier la taille relative des deux sphères. On s'attend, et nos calculs le confirment, à trouver une valeur maximale de $< f_\alpha >$ lorsque $\frac{r_{test}}{R_{noyau}} = \frac{p_{test}}{p_F}$, c'est-à-dire lorsque aucun des deux espaces $\vec{r}$ et $\vec{p}$ n'est favorisé. En conséquence, nous gardons pour le produit $r_{test} * p_{test}$ sa valeur par défaut (garantissant une valeur inchangée de Vol) mais leur rapport devient :

$$\frac{r_{test}}{p_{test}} = \frac{R_{noyau}}{p_F} \tag{4.13}$$

Dans l'implémentation standard, les effets de surface étaient partiellement pris en compte via un ajustement de la valeur de Vol, dont on évaluait sommairement la part comprise à l'intérieur du noyau. Cette correction n'avait qu'un effet limité car elle ne permettait pas de modifier la probabilité de trouver un nucléon dans le volume de test. Nous avons donc décidé de recentrer le volume de test effectif de manière à ce qu'il soit toujours entièrement compris à l'intérieur du noyau. Pour conserver le plus possible le caractère local du terme, nous choisissons le cas limite où le volume de test est pris tangent à la frontière du noyau. Ce choix contient une part d'arbitraire. On peut ainsi imaginer des situations limites dans lesquelles la routine qui évalue f_α serait amenée à négliger un nucléon situé infiniment près du point $\vec{r_0}$ (si ce dernier est situé juste à la surface du noyau). Il nous a néanmoins semblé qu'il représentait la manière la plus élégante de limiter la sous-estimation observée près des surfaces tout en conservant en bonne approximation le caractère local de la mesure de f_α. Dans l'espace $\vec{r}$, cela signifie en pratique que, si $|\vec{r_0}| + r_{test} > R_{noyau}$, on recentre la boule de test en

$$\vec{r_0'} = \vec{r_0} * \frac{R_{noyau} - r_{test}}{|\vec{r_0}|} \tag{4.14}$$

Dans l'espace $\vec{p}$, si $|\vec{p_0}| + P_{test} > p_F$ et si $|\vec{p_0}| < p_F$, on utilise

$$\vec{p_0'} = \vec{p_0} * \frac{p_F - P_{test}}{|\vec{p_0}|} \tag{4.15}$$

Nous n'avons évidemment rien changé à la procédure standard lorsque l'on mesure des taux d'occupation en-dehors de la mer de Fermi ($|\vec{p_0}| > p_F$).

Effet de l'asymétrie du noyau Afin de tenir compte des densités de population différentes en protons et en neutrons à l'intérieur du noyau, nous effectuons :
- Pour un proton : $Vol = Vol * \frac{2Z_T}{A_T}$
- Pour un neutron : $Vol = Vol * \frac{2N_T}{A_T}$

Les valeurs moyennes de f_α seront donc augmentées pour des protons et diminuées pour des neutrons. A moyen terme, la version INCL5 du code de cascade intranucléaire de Liège utilisera des potentiels différents pour les protons et les neutrons, ce qui rendra cette correction inutile.

Sous-estimation de la densité de population effective Le volume total de l'espace de phase dans lequel les nucléons sont distribués lors de l'initialisation du noyau-cible est égal à

$$V = \left(\frac{4}{3}\pi\right)^2 (r_0 A^{\frac{1}{3}} p_F)^3$$

Nous avons vu au paragraphe 4.4.2 que, dans le code INCL3, le produit $r_0 p_F$ était pris égal à 302.78 $fm.MeV/c$ tandis que le calcul de f_α suppose que les nucléons forment un gaz de Fermi de nucléons indépendants, pour lequel le produit $r_0 p_F$ devrait valoir 300.58 $fm.MeV/c$[109]. En conséquence, nous ajustons la valeur de Vol en remplaçant

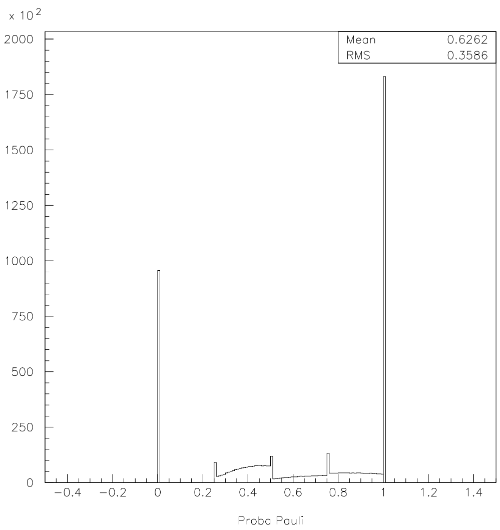

FIG. 4.43: Distribution des valeurs de f_α pour $Vol = 1.99$

$$Vol \to Vol \left(\frac{300.58}{302.78}\right)^3 ,$$

ce qui correspond à une correction de l'ordre de 2% sur les valeurs de f_α.

Effet de la dispersion des valeurs de f_α Pour assurer que la limitation des valeurs de f_α à 1 ne se traduise pas par une diminution trop importante de $< f_\alpha >$, il faut limiter la dispersion autour de la valeur moyenne. C'est notamment le but de l'implémentation gaussienne étudiée au paragraphe 4.8. En attendant d'aborder cette question, voici les pistes de réflexion que nous avons suivies (puis abandonnées) en conservant l'hypothèse de nucléons représentés par des pics de Dirac dans l'espace $(\vec{r}, \vec{p})$:

- **Une augmentation de l'extension du volume de test.** A titre d'exemple, si on choisit $Vol = 1.99$ (le volume contient donc en moyenne un peu moins de 4 nucléons pour une valeur donnée de l'isospin), on obtient la distribution de f_α présentée dans la figure 4.43. On voit directement que la valeur moyenne de f_α augmente sensiblement (de 0.466 à 0.626), à cause de la diminution de l'importance des fluctuations. Cet effet semble dominer l'effet de surface qui est quant à lui d'autant plus grand que Vol est grand. Par rapport au cas de base, le rapport des nombres de collisions acceptées et rejetées passe de 5/3.7 à 4.1/4.6, tandis que l'effet sur les spectres d'émission est très faible.
- **Une modification de la forme du volume de test.** Nous avons étudié la possibilité d'utiliser la condition suivante pour définir le volume de test : $R * P < Cste$ avec $R \equiv |\vec{r} - \vec{r_{1\alpha}}|$ et $P \equiv |\vec{p} - \vec{p_{1\alpha}}|$ et $Cste$ de l'ordre de $\hbar$. Cette condition présente quelques avantages sur la forme utilisée jusqu'à présent (le produit de deux sphères). Elle assure par exemple qu'une collision qui amènerait un nucléon dans le voisinage

immédiat d'un autre serait toujours rejetée, même si les impulsions sont très différentes, ce qui n'est pas le cas avec l'implémentation standard. De plus, sa forme est analogue à celle qui est utilisée dans le module de percolation prenant en charge l'émission de composites durant la phase de cascade[42]. Ce critère fournit néanmoins des résultats sensiblement identiques à ceux obtenus avec l'implémentation standard.
- **Une initialisation mieux contrôlée du noyau.** Dans le modèle INCL, la détermination de la position et de l'impulsion de chaque nucléon de la cible est purement aléatoire. On ne vérifie notamment pas si l'impulsion totale du noyau est nulle, si son centre de gravité est bien situé au centre du puits de potentiel sphérique qui représente le noyau, et encore moins si les énergies des nucléons individuels respectent la distribution d'un gaz de Fermi[43]. Il serait intéressant de tenter de trouver une technique qui permette d'obtenir un remplissage plus homogène sans que cela ne mène à un système trop ordonné. Le cas extrême d'un réseau cristallin par exemple n'est pas acceptable puisqu'il génère des "couloirs" dans le noyau pouvant potentiellement favoriser les événements transparents (en fonction du rapport entre la dimension de ces "couloirs" et la distance d'interaction). Une première méthode simple d'homogénéisation du remplissage a été évoquée au paragraphe 4.4.4. Une technique plus complexe d'initialisation du noyau sous contraintes a été mise au point par J. Cugnon [117] mais, au vu des résultats obtenus par notre méthode simple, elle n'a jamais été formellement implémentée.

Evolution au cours de la cascade Nous conservons l'idée que la première collision ne peut en aucun cas peupler la mer de Fermi puisque celle-ci est supposée dense en début de cascade. Nous utilisons donc l'implémentation stricte du principe de Pauli pour la première collision. Puisque la mesure de la densité de population a été revue pour donner des résultats plus conformes à l'intuition, nous voudrions pouvoir, dès la deuxième collision, utiliser le principe de Pauli statistique. Pourtant, un artefact gênant empêche d'utiliser cette approche sans aménagement. En effet, pour les collisions périphériques, l'évolution temporelle de la cascade fait en sorte que le type d'événements que nous cherchons à éviter (l'émission d'un nucléon se présentant à la surface du noyau avec une énergie supérieure à l'énergie incidente) peut se produire après plusieurs collisions, suite à une (ou plusieurs) réinteraction(s) (voir paragraphe 4.7.1). Nous avons donc décidé d'utiliser le principe de Pauli strict jusqu'au premier des deux événements suivants : la *première émission* ou la *deuxième collision*.

Résumé : définition de l'implémentation corrigée du principe de Pauli

Dans le cadre du modèle INCL3, nous appelons "implémentation corrigée du principe de Pauli" l'implémentation répondant aux caractéristiques suivantes :

[42] Le principe général de cette amélioration du modèle est le suivant : on regarde lors de l'émission d'un nucléon i de coordonnées $(\vec{r_i}, \vec{p_i})$ s'il existe un nucléon j tel que $|\vec{r_j} - \vec{r_i}| * |\vec{p_i} - \vec{p_j}| < cste$. Si oui, les deux nucléons sont émis en tant que particule composite [56].

[43] Toutes ces conditions sont évidemment respectées en moyenne sur un grand nombre d'événements, mais elles devraient l'être rigoureusement pour chaque événement.

- utilisation de l'implémentation stricte jusqu'au premier des événements suivants : la première émission d'une particule ou la deuxième collision entre deux nucléons,
- utilisation de l'implémentation statistique pour les collisions ultérieures.

De plus, pour ces dernières :

- le taux d'occupation f_α est calculé, non plus à l'aide de l'équation (4.11), mais avec l'équation suivante :

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha}{A_T^I Vol} \frac{(\frac{4}{3}\pi)^2 R_{noyau}^3 p_F^3}{h^3}. \tag{4.16}$$

- Les rayons des sphères de test sont choisis de manière à respecter l'équation (4.13).
- Les sphères de test sont recentrées en $\vec{r_0'}$ et $\vec{p_0'}$ définis par les équations (4.14) et (4.15).

C'est dans ce sens que nous entendrons désormais le terme "implémentation corrigée". Notons que le terme désigne donc à la fois la manière dont les facteurs de blocage sont définis pour les différentes collisions et celle dont le taux d'occupation f_α est évalué.

Résultats obtenus

Si nous appliquons à cette implémentation corrigée du principe d'exclusion de Pauli le test décrit au paragraphe 4.4.4, nous obtenons, pour un neutron, une valeur de 0.66 pour $< f_\alpha >$, à comparer avec la valeur de 0.47 obtenue avec l'implémentation statistique standard (voir figure 4.44). Le gain peut sembler faible mais il ne faut pas oublier que, pour un neutron, la correction d'asymétrie tend à faire baisser les valeur de f_α de presque 20%. Si nous calculons la valeur moyenne $< f_\alpha >$ en conservant les valeurs de f_α supérieures à 1, nous retrouvons comme il se doit $< f_\alpha >= 1$, ce qui confirme la pertinence de nos corrections.

Quelles sont les conséquences de ces modifications sur les résultats de simulation ? Une version du code INCL3 intégrant cette implémentation corrigée a été écrite dans un fichier nommé `userfrds.f`. Nous présentons dans le tableau ci-dessous les résultats obtenus pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV (les trois premières colonnes sont reprises de la table 4.2).

	Pauli strict	Pauli statistique	Pauli 1col	Pauli corrigé
Nbre moyen de collisions acceptées	2.24	5.03	5.06	4.07
Nbre moyen de collisions refusées	6.85	3.71	4.52	5.40
Energie d'excitation moyenne	41.9	32.9	36.7	38.5
Multiplicité en protons (INC)	0.73	0.79	0.82	0.79
Multiplicité en neutrons (INC)	0.58	0.51	0.54	0.59

Les spectres d'émission sont montrés sur la figure 4.45 et présentent un excellent accord avec l'expérience, d'autant que pour des angles plus faibles que 24° (non représentés sur le graphe pour cause d'absence de données expérimentales), le creux observé dans les sections efficaces pour les énergies intermédiaires ($E_n \sim 40\ MeV$) est partiellement comblé. Le seul vrai point de désaccord est le spectre à 24°, qui est de nouveau sous-estimé de 40% environ.

Nous présentons ensuite dans la figure 4.46 les résultats obtenus pour la réaction $p+^{58}Ni$ à 100 MeV. Si nous les comparons avec ceux de la figure 4.11, nous constatons que

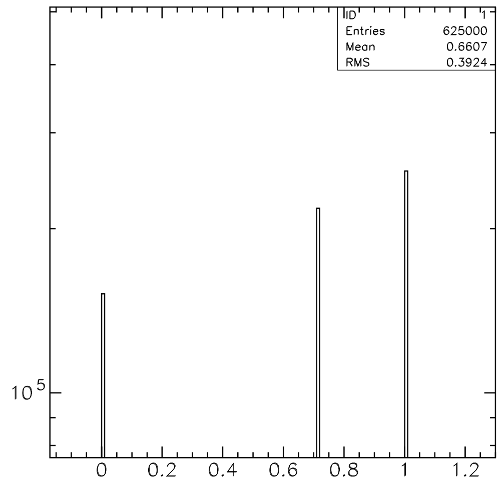

FIG. 4.44: Distribution des valeurs de f_α pour un noyau de ^{208}Pb après correction. Les unités en ordonnée sont arbitraires. Le graphique équivalent pour la version standard est donné dans la figure 4.30

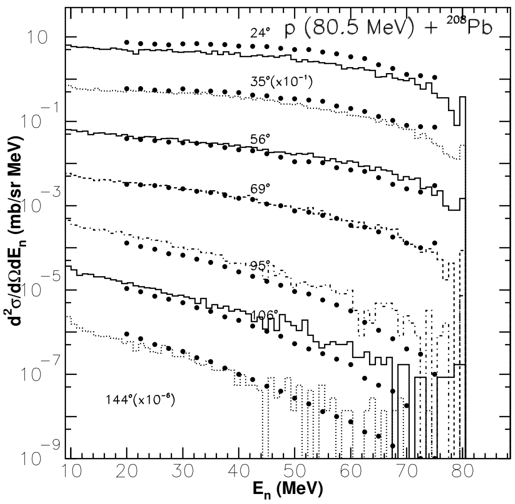

FIG. 4.45: Spectres d'émission des protons pour la réaction $p + {}^{208}Pb$ à 80.5 MeV obtenus à l'aide de l'implémentation corrigée du principe de Pauli définie page 132. Les données (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs annoncent une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°. Ces résultats sont à comparer avec ceux de la figure 4.4.

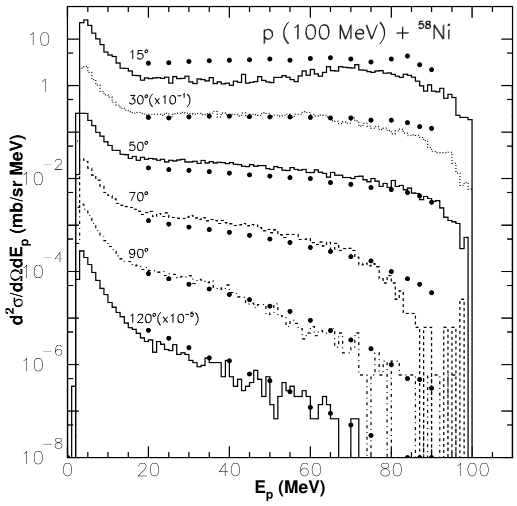

FIG. 4.46: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{58} Ni$ à 100 MeV avec l'implémentation corrigée du principe de Pauli définie page 132. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [88] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 10 à 20%. Ces résultats sont à comparer avec ceux de la figure 4.11.

l'usage d'une implémentation stricte en début de cascade permet de retrouver une allure quasiment inchangée (et en bon accord avec les données expérimentales) pour les spectres à l'avant tandis que les émissions de cascade à l'arrière sont sensiblement augmentées (d'un facteur 2 environ) et se rapprochent des données expérimentales.

Des conclusions similaires peuvent être tirées des résultats obtenus pour la réaction $p +^{197} Au$ à 100 MeV (voir le panneau de droite de la figure 6.11).

Ces résultats sont remarquables. Ils montrent en effet que, si on pousse le modèle à singer la dynamique de la dépopulation de l'espace de phase observée pour un gaz de Fermi (c'est-à-dire considérer le noyau-cible initial comme un milieu dense tout en tenant compte de la dépopulation de la mer de Fermi en cours de cascade), l'accord avec l'expérience augmente.

4.8 Implémentation gaussienne du principe de Pauli

4.8.1 Introduction et motivations

Dans toutes les implémentations du principe de Pauli envisagées jusqu'ici, la réalisation pratique de la distribution de densité théorique

$$f^I(\vec{r},\vec{p}) = \frac{A_T^I}{(\frac{4}{3}\pi)^2 R_{noyau}^3 p_F^3}\theta(R_{noyau} - |\vec{r}|)\theta(p_F - |\vec{p}|)$$

prenait en pratique une forme $\rho(\vec{r},\vec{p})$ dans laquelle chaque nucléon est représenté par un point dans l'espace de phase $(\vec{r},\vec{p})$. On peut donc écrire formellement

$$\rho(\vec{r},\vec{p}) = \sum_{i=1}^{A} \delta(\vec{r}-\vec{r_i})\delta(\vec{p}-\vec{p_i}) \tag{4.17}$$

On définit $\rho^I(\vec{r},\vec{p})$ de la même manière mais en ne faisant porter la somme que sur les nucléons non encore émis et présentant une valeur donnée de l'isospin I (en excluant les résonances Δ). Comme montré à l'annexe A, le calcul de f_α nécessite l'intégration de $\rho^I(\vec{r},\vec{p})$ sur un volume de test qui est en général une double sphère de rayons r_{test} et p_{test} centrée en $(\vec{r_0},\vec{p_0})$, le point pour lequel on désire évaluer le taux d'occupation :

$$n_\alpha \equiv \int_{Vol} \rho(\vec{r},\vec{p})dV = \sum_{i=1}^{A} \theta(r_{test}-|\vec{r_0}-\vec{r_i}|)\theta(p_{test}-|\vec{p_0}-\vec{p_i}|) \tag{4.18}$$

Cette intégration revient formellement à compter le nombre (entier) n_α de nucléons à l'intérieur du volume de test Vol.

Dès lors, les valeurs obtenues pour $f_\alpha = n_\alpha/2Vol$ sont de la forme $f_\alpha = n * cste$ où la valeur de la constante dépend de la taille du volume de test utilisé (elle vaut 0.83 dans la version INCL3 standard). En conséquence, les seules valeurs possibles[44] pour f_α sont 0, 0.83 et le maximum théorique 1. La méthode manque donc singulièrement de finesse, ce qui se traduit par une grande dispersion statistique des valeurs de f_α autour de la valeur moyenne.

Il semble indiqué d'essayer de trouver une méthode plus sensible aux détails de la densité de nucléons au voisinage du point $(\vec{r_0},\vec{p_0})$ et qui permettrait d'obtenir un spectre continu de valeurs de f_α.

Pour cela, nous avons besoin d'une représentation de la densité de population à l'intérieur du noyau plus régulière que celle de l'équation (4.17). Notre choix s'est porté sur une expression de $\rho(\vec{r},\vec{p})$ à base de gaussiennes.

Après un court rappel sur les fonctions gaussiennes, nous allons présenter deux méthodes pour calculer f_α. Ces deux méthodes sont conceptuellement assez différentes mais nous allons montrer qu'elles sont en pratique quasiment équivalentes. Au paragraphe 4.8.3, nous allons calculer la valeur moyenne de ρ^I avec une fonction densité gaussienne tandis qu'au paragraphe 4.8.4, nous allons évaluer le recouvrement des pseudo-fonctions d'onde qui représentent les nucléons.

4.8.2 Rappel sur les fonctions gaussiennes

Une fonction gaussienne prend, à une dimension, la forme normalisée suivante :

$$\phi(x) = \frac{2}{\sigma\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2\right] \tag{4.19}$$

[44] Nous négligeons ici pour ne pas compliquer inutilement la présentation la correction linéaire de la valeur de Vol qui est effectuée lorsque les zones de test contiennent des régions de densité nulle.

avec

$$\int_0^\infty \phi(x) = 1. \tag{4.20}$$

A trois dimensions, la forme normalisée s'écrit :

$$\int_\infty \frac{1}{(\sigma\sqrt{\pi})^3} \exp\left[-\left(\frac{\vec{x}}{\sigma}\right)^2\right] d\vec{x} = 1. \tag{4.21}$$

Toutes les puissances d'une gaussienne sont aussi des gaussiennes. En particulier, une gaussienne dont le carré est normalisé s'écrit :

$$\frac{1}{(\sigma\sqrt{\pi})^{\frac{3}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\vec{x}}{\sigma}\right)^2\right],$$

que l'on peut réécrire, en redéfinissant σ, sous la forme :

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\sigma\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-\left(\frac{\vec{x}}{\sigma}\right)^2\right]. \tag{4.22}$$

Pour passer de la forme normalisée (4.21) à la forme de carré normalisé (4.22), il suffit donc d'effectuer une multiplication par un facteur $(\sigma\sqrt{2\pi})^{\frac{3}{2}}$.

4.8.3 Calcul d'une valeur moyenne du taux d'occupation

Notions théoriques

On utilise pour représenter la densité de population dans l'espace de phase $\rho(\vec{r},\vec{p})$ l'expression suivante :

$$\rho(\vec{r},\vec{p}) = \sum_{i=1}^{A} \frac{1}{(\sigma\sqrt{\pi})^3} \exp\left[-(\frac{\vec{r}-\vec{r_i}}{\sigma})^2\right] \frac{1}{(\sigma'\sqrt{\pi})^3} \exp\left[-(\frac{\vec{p}-\vec{p_i}}{\sigma'})^2\right] \tag{4.23}$$

où σ doit être proche du rayon du volume moyen (supposé sphérique) occupé par chaque nucléon.

De nouveau, on note $\rho^I(\vec{r},\vec{p})$ cette densité limitée aux nucléons non encore émis ayant une valeur donnée de l'isospin (en excluant les résonances Δ). En conséquence, le taux d'occupation pour une espèce donnée, en un point $(\vec{r_0},\vec{p_0})$ de l'espace de phase peut être défini, comme :

$$f_\alpha = \frac{1}{2}\int_{h^3} \rho^I(\vec{r},\vec{p}) d\gamma \tag{4.24}$$

où l'intégration est effectuée sur une cellule élémentaire centrée en $(\vec{r_0},\vec{p_0})$ et de volume h^3, dans laquelle on peut théoriquement placer deux nucléons d'isospin donné et de spin différents. Rappelons que ce taux d'occupation est appelé f_α parce qu'il correspond à la probabilité partielle de blocage d'une collision f_α (voir paragraphe 4.4.2).

On peut également calculer f_α en prenant la moyenne de $\rho^I(\vec{r},\vec{p})$ sur un volume $Vol > h^3$. On doit alors écrire

$$f_\alpha = \frac{h^3}{2}\frac{\int_{Vol}\rho^I(\vec{r},\vec{p})W(\vec{r},\vec{p})d\gamma}{\int_{Vol}W(\vec{r},\vec{p})d\gamma} \equiv \frac{h^3}{2}\bar{\rho}^I, \tag{4.25}$$

où nous avons introduit une fonction de poids $W(\vec{r},\vec{p})$ par souci de généralité. $\bar{\rho}^I$ est par définition la valeur moyenne de $\rho^I(\vec{r},\vec{p})$ calculée sur le volume Vol avec une densité $W(\vec{r},\vec{p})$.

Mathématiquement, vu la forme analytique de ρ^I, nous avons intérêt à calculer la valeur moyenne du taux d'occupation sur un volume infini, mais en utilisant une fonction de poids $W(\vec{r},\vec{p})$ gaussienne centrée en $(\vec{r_0},\vec{p_0})$. Ce choix permet en effet de simplifier les calculs tout en conservant le caractère local du test. Prenant

$$W(\vec{r},\vec{p}) = \frac{1}{(\Sigma\sqrt{\pi})^3}\exp\left[-(\frac{\vec{r_0}-\vec{r}}{\Sigma})^2\right]\frac{1}{(\Sigma'\sqrt{\pi})^3}\exp\left[-(\frac{\vec{p_0}-\vec{p}}{\Sigma'})^2\right], \tag{4.26}$$

la deuxième fraction du membre de droite de l'équation (4.25) s'écrit

$$\frac{\int\vec{dr}\int\vec{dp}\ \rho^I(\vec{r},\vec{p})W(\vec{r},\vec{p})}{\int\vec{dr}\int\vec{dp}\ W(\vec{r},\vec{p})} = \int\vec{dr}\int\vec{dp}\ \rho^I(\vec{r},\vec{p})W(\vec{r},\vec{p}) = \bar{\rho}^I(\vec{r_0},\vec{p_0}) \tag{4.27}$$

puisque la fonction densité $W(\vec{r},\vec{p})$ est une gaussienne normalisée. On obtient alors

$$\bar{\rho}^I(\vec{r_0},\vec{p_0}) = \int\vec{dr}\int\vec{dp}\frac{1}{(\Sigma\sqrt{\pi})^3}\exp\left[-(\frac{\vec{r_0}-\vec{r}}{\Sigma})^2\right]\frac{1}{(\Sigma'\sqrt{\pi})^3}\exp\left[-(\frac{\vec{p_0}-\vec{p}}{\Sigma'})^2\right]\rho^I(\vec{r},\vec{p}), \tag{4.28}$$

qui peut se réécrire sous la forme :

$$\bar{\rho}^I(\vec{r_0},\vec{p_0}) = \sum_{i=1}^{A}\frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}}(\sigma^2+\Sigma^2)^{\frac{3}{2}}}\exp\left[-\frac{(\vec{r_i}-\vec{r_0})^2}{\sigma^2+\Sigma^2}\right]\frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}}(\sigma'^2+\Sigma'^2)^{\frac{3}{2}}}\exp\left[-\frac{(\vec{p_i}-\vec{p_0})^2}{\sigma'^2+\Sigma'^2}\right]. \tag{4.29}$$

Nous avons donc simplement

$$f_\alpha = \frac{\bar{\rho}^I(\vec{r_0},\vec{p_0}) * h^3}{2}, \tag{4.30}$$

où $\bar{\rho}^I(\vec{r_0},\vec{p_0})$ peut être calculé directement à l'aide de l'équation (4.29). Rappelons que la valeur utilisée comme probabilité partielle est $f_\alpha = min(1, \frac{\bar{\rho}^I(\vec{r_0},\vec{p_0})*h^3}{2})$.

Choix des paramètres

Les probabilités f_α calculées dépendent directement des valeurs des quatre largeurs (σ, σ', Σ et Σ') et semblent suivre une dépendance complexe en fonction de ces dernières.

Paramètres de la distribution de densité. Nous allons tout d'abord évaluer la valeur que pourrait prendre le produit $\sigma\sigma'$.

Le volume total de la portion de l'espace de phase dans laquelle sont répartis les nucléons de la cible initiale est

$$\left(\frac{4}{3}\pi\right)^2 (r_0 A^{\frac{1}{3}} p_F)^3.$$

A quelle portion de ce volume total correspond la "cellule élémentaire" que l'on peut associer à chaque nucléon ? En fait, si nous prenons en compte les espaces de spin et d'isospin, une telle "cellule élémentaire" dans l'espace $(\vec{r}, \vec{p})$ devrait contenir non pas 1, mais 4 nucléons (différenciés par la valeur de leur spin et celle de leur isospin). En conséquence, nous donnons à ce volume élémentaire de l'espace de phase $(\vec{r}, \vec{p})$ une valeur égale au volume total divisé par $A/4$, c'est-à-dire :

$$4 * \left(\frac{4}{3}\pi\right)^2 (r_0 p_F)^3 = 4 * 4,87\ 10^8\ (fm.MeV/c)^3 = 1,948\ 10^9\ (fm.MeV/c)^3$$

Si nous voulons donner à ce volume la forme d'une "double sphère", nous devons avoir

$$\left(\frac{4}{3}\pi\right)^2 (R_r R_p)^3 = 1,948\ 10^9\ (fm.MeV/c)^3$$

soit

$$R_r R_p \sim 480,63456\ fm.MeV/c.$$

Nous avons décidé de fixer l'extension des gaussiennes de telle sorte que le rayon quadratique moyen des sphères soit identique au rayon quadratique moyen des gaussiennes. Or,

$$< r^2 >_{sph} = \frac{\int r^2 \delta(R-r) dV}{\int \delta(R-r) dV} = \frac{3}{5} R^2$$

et

$$< r^2 >_{gaus} = \frac{\int r^2 \exp\left[-\left(\frac{r}{\sigma}\right)^2\right] dV}{\int \exp\left[-\left(\frac{r}{\sigma}\right)^2\right] dV} = \frac{3}{2}\sigma^2.$$

Dès lors, pour conserver le même rayon quadratique moyen, il faut avoir $\sigma = \sqrt{\frac{2}{5}} R$, ce qui donne finalement

$$\sigma\sigma' = \frac{2}{5} R_r R_p = 192.254\ fm.MeV/c. \tag{4.31}$$

Le rapport $\frac{\sigma}{\sigma'}$ est plus difficile à évaluer. Nous avons décidé, dans un premier temps, de considérer :

$$\frac{\sigma}{R_{noyau}} = \frac{\sigma'}{p_F}. \tag{4.32}$$

Rassemblant les deux dernières relations, nous obtenons alors :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma & = \sqrt{192.254 \frac{R_{noyau}}{p_F}} = 0.892\ A^{\frac{1}{6}}\ fm \\ \sigma' & = \sqrt{192.254 \frac{p_F}{R_{noyau}}} = 215.42\ A^{-\frac{1}{6}} MeV/c \end{array} \right. \tag{4.33}$$

A titre d'exemples, nous présentons dans le tableau suivant les valeurs obtenues pour des noyaux de ^{56}Fe, ^{90}Zr et ^{208}Pb.

Noyau	R_{noyau} (fm)	σ (fm)	σ' (MeV/c)
^{56}Fe	4.285	1.7456	110.1334
^{90}Zr	5.019	1.889	101.76
^{208}Pb	6.636	2.17238	88.499

Ces paramètres σ et σ' déterminent la largeur des gaussiennes représentant les différents nucléons dans la densité $\rho(\vec{r}, \vec{p})$. Les paramètres restants, Σ et Σ', caractérisent quant à eux la fonction densité $W(\vec{r}, \vec{p})$ utilisée pour effectuer l'intégration.

Paramètres de la fonction densité. Un des buts de l'implémentation gaussienne du principe de Pauli est de réduire l'importance pratique des lacunes qui apparaissent lors du remplissage aléatoire de l'espace de phase du noyau. Nous avons donc effectué le choix des paramètres en conséquence. Pour des raisons de symétrie, on s'attend à obtenir les plus grandes valeurs de $< f_\alpha >$ lorsque les espaces $\vec{r}$ et $\vec{p}$ sont traités de manière identique. En pratique, cela revient ici à choisir dans chaque espace une “zone de test” qui représente une même proportion de l'espace disponible, soit :

$$\frac{r_{test}}{R_{noyau}} = \frac{p_{test}}{p_F},$$

ou, dans le cas qui nous intéresse ici,

$$\frac{\Sigma}{r_{noyau}} = \frac{\Sigma'}{p_F}. \tag{4.34}$$

Il reste donc un seul paramètre libre. Puisque σ et σ' représentent la taille caractéristique d'un nucléon et Σ et Σ' représentent celle de la zone de test sur laquelle on effectue la moyenne du taux d'occupation, nous devons choisir des valeurs de Σ et Σ' au moins aussi grandes que celles de σ et σ'.

Résultats obtenus

Pour avoir une première idée de l'efficacité de cette implémentation gaussienne, nous avons choisi $\Sigma = \sigma$ et $\Sigma' = \sigma'$ et effectué la mesure de f_α pour des neutrons en des points quelconques d'un noyau de ^{208}Pb (selon la méthode présentée au paragraphe 4.4.4).

Comme on le voit sur la figure 4.47, la distribution des valeurs de f_α est maintenant continue. On constate en outre que la valeur moyenne obtenue ($< f_\alpha >= 0.4534$) est proche de celle obtenue avec l'implémentation standard ($< f_\alpha >= 0.466$, voir figure 4.30).

- Si nous calculons $< f_\alpha >$ sans limiter la valeur maximale à 1, nous obtenons un résultat quasiment inchangé, soit 0.4619 (la même modification à partir de l'implémentation standard donnerait $< f_\alpha >= 0.719$).
- Si nous n'échantillonnons que le centre de l'espace de phase afin de limiter l'importance des effets de surface[45], nous obtenons une valeur moyenne de 0.9357 (implémentation standard : 0.705).

[45] On ne peut, dans le cadre de l'implémentation gaussienne, supprimer totalement par ce biais l'effet de surface, puisque l'extension des gaussiennes est théoriquement infinie.

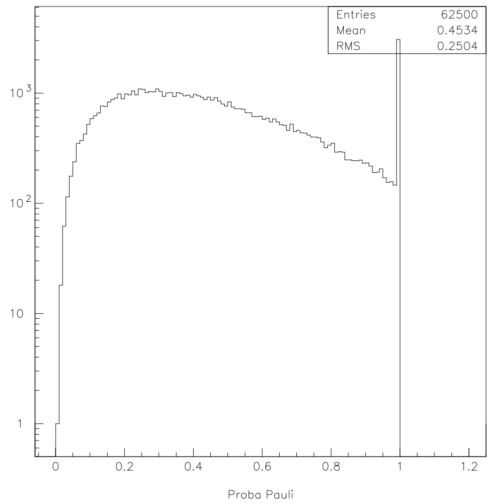

FIG. 4.47: Distribution des valeurs de f_α pour un noyau de ^{208}Pb avec l'implémentation gaussienne, sans correction de surface. Les unités en ordonnée sont arbitraires.

– Si nous combinons les deux modifications précédentes, nous obtenons 1.09 (implémentation standard : 1.162)[46].

Le premier point semble indiquer, comme on s'y attendait, que l'implémentation gaussienne a tendance à lisser les valeurs locales de la densité locale et donc à diminuer la dispersion des valeurs de f_α. Pourtant, la valeur moyenne de f_α reste virtuellement inchangée. L'explication de ce paradoxe se trouve dans le deuxième point, qui montre que l'effet de surface est amplifié lorsque l'on utilise des gaussiennes, conséquence logique du caractère non-borné du volume de test.

Pour être efficace, il faut donc coupler l'implémentation gaussienne avec un meilleur traitement des effets de bord. Nous y reviendrons au paragraphe 4.8.5, après avoir envisagé une deuxième méthode de calcul pour f_α.

4.8.4 Evaluation du recouvrement entre pseudo-fonctions d'onde gaussiennes

Notions théoriques

L'idée est ici de considérer les gaussiennes comme des premières approximations de la forme des paquets d'ondes représentant les nucléons. Cela nécessite d'utiliser des fonctions dont le carré du module (correspondant à la probabilité de présence en mécanique quantique) est normalisé sur l'espace de phase. Comme vu au paragraphe 4.8.2, celles-ci

[46]Rappelons que ces valeurs sont supérieures à 1 car la densité effective de population en neutrons est supérieure à sa valeur théorique suite à l'hypothèse que les potentiels et les surfaces de Fermi sont identiques pour les protons et les neutrons. Cela n'a pas d'influence sur la discussion effectuée ici.

se déduisent des fonctions gaussiennes normalisées par un simple changement de normalisation.

La fonction d'onde dans l'espace $(\vec{r}, \vec{p})$ du nucléon i est supposée répondre à la définition suivante :

$$\phi_i(\vec{r}, \vec{p}) = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sigma\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-(\frac{\vec{r} - \vec{r_i}}{\sigma})^2 \right] \left(\frac{\sqrt{2}}{\sigma'\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-(\frac{\vec{p} - \vec{p_i}}{\sigma'})^2 \right] \quad (4.35)$$

Rappelons que le recouvrement O_{i0} entre deux fonctions d'onde ϕ_0 et ϕ_i s'écrit dans notre cas (fonctions réelles) comme l'intégrale suivante :

$$O_{i0} = \int\int \phi_i(\vec{r}, \vec{p}) \phi_0(\vec{r}, \vec{p}) \; d\vec{r} \; d\vec{p} \quad (4.36)$$

où $\phi_i(\vec{r}, \vec{p})$ est centrée en $(\vec{r_i}, \vec{p_i})$ et $\phi_0(\vec{r}, \vec{p})$ en $(\vec{r_0}, \vec{p_0})$. Cette intégrale vaut 1 par définition lorsque $i = 0$.

Nous voudrions calculer l'étendue du recouvrement existant entre la fonction d'onde du nucléon impliqué dans la collision, centrée en $(\vec{r_0}, \vec{p_0})$, et l'ensemble des autres nucléons de même isospin, c'est-à-dire :

$$O_0 = \sum_i^A O_{i0} = \sum_i^A \int\int \phi_i(\vec{r}, \vec{p}) \phi_0(\vec{r}, \vec{p}) \; d\vec{r} \; d\vec{p},$$

où la somme est limitée aux nucléons de même nature que le nucléon 0.

Nous utilisons la forme de l'équation (4.35) pour ϕ_i et pour ϕ_0. Ce choix sous-entend que nous considérons tous les nucléons, y compris celui subissant la collision, de la même manière. Ce choix contient une part d'arbitraire. Nous savons en effet que durant la collision, le paquet d'ondes représentant le nucléon n'est pas dans son état asymptotique. Néanmoins, vu les hypothèses qui forment la base du modèle de cascade, il nous a semblé que c'était le choix le plus simple et le plus cohérent.

Nous constatons dès lors que l'expression du recouvrement prend une forme analogue à celle de $\bar{\rho}^I$ dans l'équation (4.28) pour peu que :
- les valeurs de σ et Σ soient égales, de même que celles de σ' et Σ'.
- les gaussiennes utilisées soient de carré normalisables, ce qui implique l'ajout d'un facteur correctif : $(2\pi)^3(\sigma\sigma'\Sigma\Sigma')^{\frac{3}{2}}$, qui se simplifie, vu le point précédent, en $(2\pi\sigma\sigma')^3$.

En pratique, il faut donc utiliser l'équation (4.29), puis multiplier le résultat obtenu par le facteur correctif $(2\pi\sigma\sigma')^3$. La valeur de f_α se trouve alors simplement en divisant le résultat obtenu par 2, pour tenir compte de l'incertitude sur le spin.

$$f_\alpha = \bar{\rho}^I(\vec{r_0}, \vec{p_0}) \frac{(2\pi\sigma\sigma')^3}{2} \quad (4.37)$$

ou, de manière équivalente,

$$f_\alpha(seconde\ méthode) = f_\alpha(première\ méthode) * \left(\frac{\sigma\sigma'}{\hbar} \right)^3 . \quad (4.38)$$

Choix des paramètres et résultats

Les valeurs de f_α calculées dépendent directement des valeurs choisies pour les paramètres σ et σ'. Pour les mêmes raisons que précédemment, nous avons (voir équation (4.33)) :

$$\begin{cases} \sigma & = \sqrt{192.254 \frac{R_{noyau}}{p_F}} = 0.892\ A^{\frac{1}{6}}\ fm \\ \sigma' & = \sqrt{192.254 \frac{p_F}{R_{noyau}}} = 215.42\ A^{-\frac{1}{6}} MeV/c \end{cases}$$

Nous avons donc $\sigma\sigma' = 192.2538\ fm.MeV/c$. Avec ces valeurs, les deux méthodes doivent donner des résultats très proches puisque $\sigma\sigma' \sim \hbar$. Nous obtenons de fait une valeur pour f_α de 0.422, à comparer à celle obtenue avec la première méthode, soit 0.453.

Si nous choisissons pour les paramètres $\sigma = \Sigma$ et $\sigma' = \Sigma'$ des valeurs égales à 80% de celles indiquées ci-dessus, $< f_\alpha >$ chute à 0.139. Inversement, $< f_\alpha >$ augmente lorsque les valeurs de paramètres augmentent. On s'attend ainsi intuitivement à ce que pour des valeurs très grandes de σ et σ', la valeur moyenne de f_α tende vers le nombre de neutrons N (même si, en pratique, elles sont artificiellement ramenées à 1).

En pratique, malgré le caractère plaisant pour l'esprit d'une implémentation du principe de Pauli se basant sur une évaluation des recouvrements entre fonctions d'onde, les résultats obtenus avec cette méthode se révèlent décevants. Lorsque les paramètres prennent leur valeur standard (la seule justifiée par des considérations théoriques), les résultats sont similaires à ceux obtenus précédemment. De plus, la possibilité de faire varier arbitrairement la valeur de $< f_\alpha >$ en jouant sur les valeurs des différents paramètres σ indique que la méthode contient une part d'arbitraire difficilement justifiable. Nous avons donc décidé d'abandonner cette piste et de nous concentrer sur la méthode expliquée au paragraphe 4.8.3.

4.8.5 Traitement de la surface

Nous avons vu que $\bar{\rho}^I(\vec{r_0}, \vec{p_0})$ était la valeur moyenne de $\rho^I(\vec{r_0}, \vec{p_0})$ sur un volume infini, mais avec une fonction densité gaussienne $W(\vec{r}, \vec{p})$ qui accorde une plus grande importance aux points proches de $(\vec{r_0}, \vec{p_0})$, comme le montre l'équation 4.27). Or, la densité $f^I(\vec{r}, \vec{p})$ que nous voulons évaluer n'a (en début de cascade en tout cas) une valeur non nulle que dans une zone limitée de l'espace de phase ($|\vec{r}| < R_{noyau}$ et $|\vec{p}| < p_F$) et on ne désire pas que cela se traduise par une diminution des valeurs mesurées de f_α lorsque l'on se rapproche de la frontière de cette zone. Il faut donc trouver une manière de tenir compte, au moins partiellement de ces effets de bord. Formellement, cela reviendrait à limiter le domaine d'intégration de l'intégrale présente au dénominateur de l'équation (4.25) aux zones où $f^I(\vec{r}, \vec{p})$ est non-nul (voir annexe A). Si nous appelons ce dénominateur $Denom$, nous avons

$$Denom = \int_0^{R_{noyau}} \vec{dr} \int_0^{p_F} \vec{dp} W(\vec{r}, \vec{p}).$$

La fonction densité $W(\vec{r}, \vec{p})$ est centrée au point $(\vec{r_0}, \vec{p_0})$ où l'on désire évaluer la densité de population. Sa forme est donnée par l'équation (4.26).

Il nous faut donc calculer la proportion de l'intégrale de la fonction densité (normalisée) incluse à l'intérieur de la zone de population non nulle de l'espace de phase. Les intégrations sur $\vec{r}$ et $\vec{p}$ peuvent être effectuées séparément. Dans l'espace $\vec{r}$, nous avons

$$\int_0^{R_{noyau}} dr \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \frac{1}{(\Sigma\sqrt{\pi})^3} \exp\left[-\left(\frac{\vec{r}-\vec{r_0}}{\Sigma}\right)^2\right] r^2 \sin\theta,$$

où on a supposé que l'axe $\vec{e_z}$ est dirigé dans la direction du point $\vec{r_0}$. Cette intégrale accepte la solution suivante, que nous appelons $CorgR$:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\left(-e^{-\left(\frac{R_{noyau}-r_0}{\Sigma}\right)^2}+e^{-\left(\frac{R_{noyau}+r_0}{\Sigma}\right)^2}\right)\Sigma}{\sqrt{\pi}\ r_0}+Erf\left(\frac{R_{noyau}-r_0}{\Sigma}\right)+Erf\left(\frac{R_{noyau}+r_0}{\Sigma}\right)\right],$$

où nous avons introduit la fonction d'erreur $Erf(x)$:

$$Erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

La forme est analogue dans l'espace $\vec{p}$:

$$CorgP = \frac{1}{2}\left[\frac{\left(-e^{-\left(\frac{p_F-p_0}{\Sigma'}\right)^2}+e^{-\left(\frac{p_F+p_0}{\Sigma'}\right)^2}\right)\Sigma'}{\sqrt{\pi}\ p_0}+Erf\left(\frac{p_F-p_0}{\Sigma'}\right)+Erf\left(\frac{p_F+p_0}{\Sigma'}\right)\right].$$

Ces deux expressions fournissent des expressions analytiques du facteur correctif en fonction des paramètres suivants : ($\vec{r_0}, R_{noyau}$ et Σ) dans l'espace $\vec{r}$ et ($\vec{p_0}, \Sigma'$) dans l'espace $\vec{p}$. Nous avons donc :

$$Denom = CorgR(\vec{r_0}, R_{noyau}, \Sigma) * CorgP(\vec{p_0}, (p_F), \Sigma')$$

Ces expressions peuvent être implémentées directement dans le code de cascade[47].

Nous avons décidé d'implémenter ces corrections dans l'espace $\vec{r}$ et dans l'espace $\vec{p}$, contrairement à ce qui se fait dans la version standard, où la correction (très partielle) des effets de surface n'était effectuée que dans l'espace $\vec{r}$. Cette correction des effets de surface dans l'espace $\vec{p}$ n'est effectuée que si $|\vec{p_0}| < p_F$.

Introduisant ce résultat au dénominateur de l'équation (4.30), nous obtenons finalement

$$f_\alpha = \frac{\bar{\rho}^I(\vec{r_0}\vec{p_0})h^3}{2CorgR(\vec{r_0}, R_{noyau}, \Sigma)CorgP(\vec{p_0}, (p_F), \Sigma')}. \tag{4.39}$$

Alors que la valeur de $< f_\alpha >$ avant l'implémentation des corrections de surface était de 0.453, nous obtenons à présent $< f_\alpha >= 0.7549$ pour les neutrons (et 0.8637 si nous conservons les valeurs de f_α supérieures à 1).

[47] Néanmoins, pour ne pas trop augmenter le temps de calcul, des formes approchées pourraient être implémentées pour certains noyaux précis. En effet, les dépendances en $|\vec{r_0}|$ et $|\vec{p_0}|$ pour un noyau donné peuvent être représentées avec une très bonne précision par un quotient de deux polynômes.

4.8.6 Evaluation de l'efficacité du modèle

Avant de juger de l'efficacité de cette implémentation gaussienne, nous incorporons en outre les améliorations précédemment évoquées pour l'implémentation standard (voir paragraphe 4.7.3), c'est-à-dire :

- l'effet de l'asymétrie $N - Z$ du noyau
- la correction d'environ 2% due aux valeurs des paramètres r_0 et p_F)
- l'utilisation d'une implémentation stricte jusqu'au premier des deux événements suivants : la première collision ou la seconde collision.

L'équation (4.39) devient donc :

$$f_\alpha = \frac{\bar{\rho}^I(\vec{r_0}\vec{p_0})\left(\frac{4}{3}\pi\right)^2 R^3_{noyau} p^3_F}{A^I_T CorgR(\vec{r_0}, R_{noyau}, \Sigma) CorgP(\vec{p_0}, (p_F), \Sigma')} \tag{4.40}$$

Nous obtenons alors, indifféremment pour les protons ou les neutrons, $< f_\alpha >= 0.6455$. Cette valeur est légèrement inférieure à celle obtenue au paragraphe 4.7.3. Pis, si on effectue la moyenne en conservant les valeurs $f_\alpha > 1$, nous n'obtenons que 0.7234, au lieu de la valeur espérée de 1. Ce résultat est assez décevant mais s'explique aisément par l'effet de la surface. En effet, si nous n'échantillonnons que des points proches du centre du noyau (en $\vec{r}$) et d'impulsion faible (en $\vec{p}$), la valeur de $< f_\alpha >$ monte à 0.923.

Alors que nous espérions que l'utilisation de densités gaussiennes allait permettre aux effets de surface après correction d'être plus faibles, il semble n'en être rien. Pourtant, comme attendu, les corrections de surface sont plus efficaces que dans la version standard (principalement à cause de la disparition du pic en $f_\alpha = 0$), mais cet effet accru de la correction ne suffit pas à obtenir des valeurs de $< f_\alpha >$ sensiblement plus élevées car les effets de surface eux-mêmes sont plus importants, suite à l'utilisation de fonctions d'extension infinie pour représenter les nucléons.

Nous présentons dans la figure 4.48 les spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p + Pb$ à 80.5 MeV. La dépendance des spectres en fonction de l'énergie est à peu près correcte, sauf peut-être pour les angles supérieurs à 100°, pour lesquels la décroissance en fonction de l'énergie semble être légèrement trop faible. Le spectre à 24° est légèrement sous-estimé, comme ce fut le cas pour tous les résultats obtenus pour cette réaction. Néanmoins, si on excepte ces deux problèmes mineurs, l'accord est très bon et peut même être qualifié d'excellent pour tous les angles compris entre 35 et 100°.

Si nous comparons ces spectres avec ceux qui avaient déjà été obtenus avec l'implémentation corrigée du principe de Pauli (voir figure 4.45), nous constatons que les différences sont assez faibles. La table suivante reprend l'évolution de quelques grandeurs caractéristiques de cette réaction pour les différentes implémentations vues jusqu'à présent. On constate que, bien que le nombre de collisions moyen pour les implémentations corrigée et gaussienne est légèrement différent, l'énergie d'excitation moyenne après cascade et les multiplicités sont quasiment inchangées.

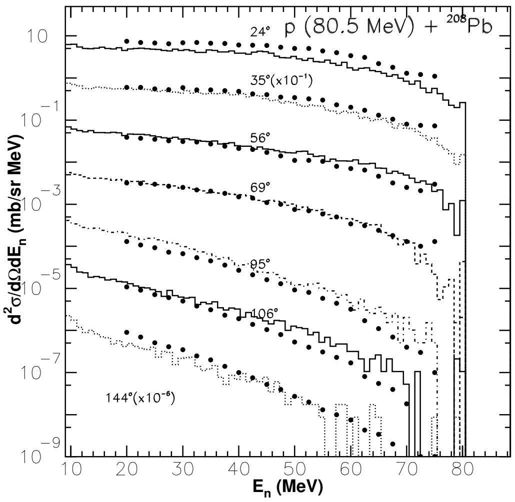

FIG. 4.48: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 80.5 MeV avec l'implémentation gaussienne pour $a = 1$. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°.

	Pauli strict	Pauli statistique	Pauli 1col	Pauli corrigé	Pauli Gaussien
Nbre moyen de collisions acceptées	2.24	5.03	5.06	4.07	3.22
Nbre moyen de collisions refusées	6.85	3.71	4.52	5.40	5.88
Energie d'excitation moyenne	41.9	32.9	36.7	38.5	38.8
Multiplicité en protons (INC)	0.73	0.79	0.82	0.79	0.78
Multiplicité en neutrons (INC)	0.58	0.51	0.54	0.59	0.60

La figure 4.49 reprend les spectres de protons obtenus pour la réaction $p+^{58}Ni$ à 100 MeV avec l'implémentation gaussienne. Si on la compare avec le panneau de gauche de la figure 4.11, on constate que les spectres à l'avant sont virtuellement inchangés tandis que les spectres à l'arrière sont augmentés, surtout à haute énergie. En conséquence, l'accord avec les données expérimentales est nettement amélioré dans cette région. Ce résultat confirme que l'implémentation gaussienne telle que nous l'avons mise au point permet de conserver les acquis de l'implémentation stricte tout en en atténuant les défauts, notamment la sous-estimation des émissions à l'arrière. Si nous comparons ce résultat avec celui obtenu à l'aide de l'implémentation corrigée (voir figure 4.46), nous constatons que les différences sont en fait cantonnées à une légère diminution des spectres de haute énergie à l'arrière. L'accord semble légèrement meilleur pour l'implémentation corrigée. La figure 4.50 présente les résultats obtenus pour la réaction $p+^{197}Au$ à 100 MeV. Ils sont très proches de ceux obtenues avec l'implémentation corrigée (voir figure 6.11).

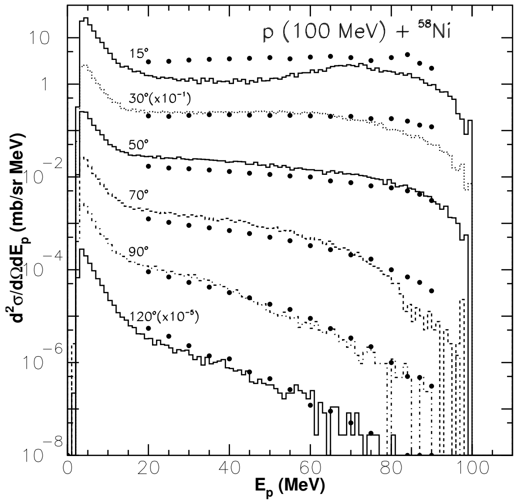

FIG. 4.49: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{58} Ni$ à 100 MeV avec l'implémentation gaussienne pour $a = 1$. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [88] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 10 à 20%.

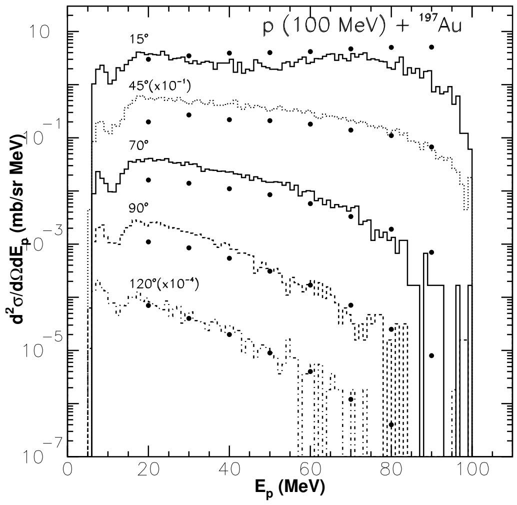

FIG. 4.50: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $p +^{197} Au$ à 100 MeV avec l'implémentation gaussienne du principe de Pauli ($a = 1$). Les données (cercles noirs) sont tirées de [90].

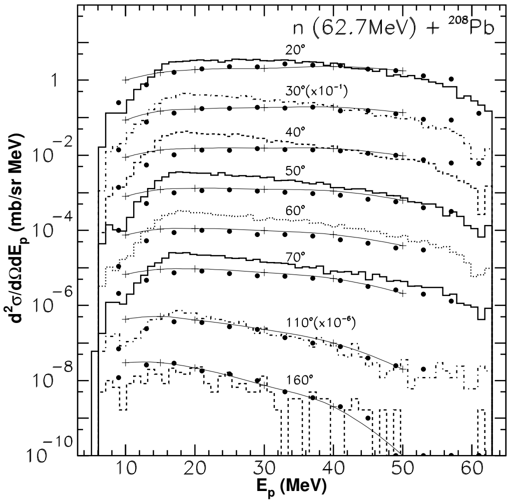

FIG. 4.51: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $n +^{208} Pb$ à 62.7 MeV avec l'implémentation gaussienne pour $a = 1$. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [101] et annoncées avec une incertitude de l'ordre de 10%. Les résultats de la simulation par le modèle INCL3 sont représentés par les histogrammes et ceux de la simulation par le modèle TALYS [106] (tirés de [107]) par des croix (+) reliées par des traits pleins.

La figure 4.51 reprend les spectres d'émission de protons obtenus pour la réaction $n +^{208} Pb$ à 62.7 MeV avec l'implémentation gaussienne. La principale différence observée par rapport aux résultats obtenus avec l'implémentation stricte (voir figure 4.13) sont une augmentation des émissions de cascade à l'arrière.

Qu'observons-nous si nous faisons varier les largeurs caractéristiques Σ et Σ' des gaussiennes dans $W(\vec{r}, \vec{p})$. Introduisant le paramètre a tel que $\Sigma = a\sigma$ et $\Sigma' = a\sigma'$, nous obtenons :

a	$< f_\alpha >$	$< f_\alpha >$ si $f \leq 1$
1	0.7234	0.6455
1.1	0.7381	
1.3	0.7619	
1.5	0.7801	0.7423
2.0	0.8120	0.7955
2.5	0.8342	0.8271
5.0	0.9151	
15.0	0.9871	

Lorsque a augmente, le volume de l'espace de phase sur lequel on effectue la moyenne de la densité de population augmente. L'importance des fluctuations doit donc diminuer. En conséquence, parallèlement à l'augmentation de la valeur moyenne de f_α, on observe

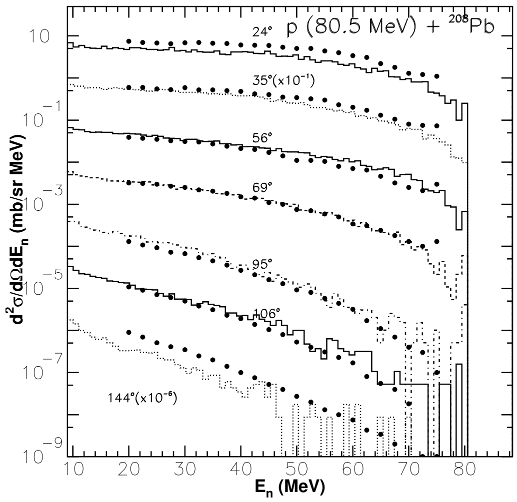

FIG. 4.52: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $^{208}Pb+p$ à 80.5 MeV) avec l'implémentation gaussienne pour $a = 2$ (voir texte pour plus de détails). Les données (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°.

également une diminution de la dispersion autour de cette valeur moyenne. Le fait que l'on obtienne pour $< f_\alpha >$ une valeur qui tend vers 1 indique que l'efficacité des corrections de surface augmente également avec a. Malheureusement, nous ne pouvons pas en pratique prendre une valeur trop élevée pour a car cela ferait perdre son caractère local à la mesure du taux de remplissage f_α.

Nous avons également calculé des spectres d'émission en utilisant la valeur $a = 2$. Les résultats obtenus pour la réaction $^{208}Pb+p$ à 80.5 MeV) sont présentés dans la figure 4.52. Nous constatons que les spectres obtenus se rapprochent de ceux précédemment obtenus avec l'implémentation stricte du principe de Pauli (voir figure 4.4).

En conclusion, l'implémentation gaussienne permet de retrouver en gros des résultats identiques à ceux obtenus avec l'implémentation corrigée. Cela s'explique sans doute par le fait que le gain théorique en terme d'atténuation des fluctuations de population est en grande partie compensé par des phénomènes de bord accrus dus à l'utilisation de fonctions non bornées pour représenter les nucléons. La complexification du modèle ainsi que l'augmentation du temps CPU nécessaire pour son utilisation ne s'impose donc pas vraiment. Nous ne l'avons d'ailleurs pas implémentée dans la version INCL4 du modèle que nous étudierons au chapitre 6. Avant de l'abandonner, nous allons néanmoins nous en servir pour discuter l'importance de la dépopulation (ou déplétion) de l'espace de phase.

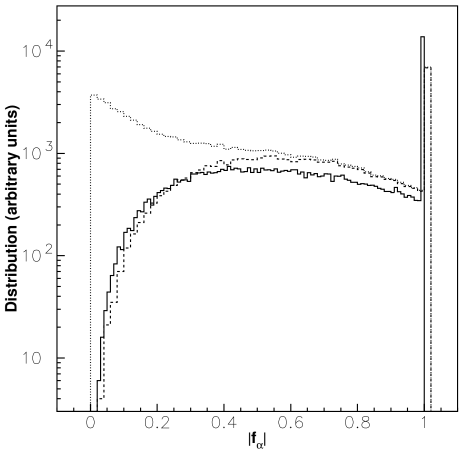

FIG. 4.53: Valeurs du taux d'occupation f_α obtenues. *Trait plein :* pour un noyau ^{208}Pb non-perturbé échantillonné uniformément ($< f_\alpha >= 0.6455$). *Pointillés :* en cours de cascade pour une réaction avec un proton ($E_{inc} = 80.5\ MeV$) ($< f_\alpha >= 0.4171$). *Tirets* : idem mais où on ne représente que les cas où $|\vec{p_0}| < p_F$ ($< f_\alpha >= 0.6552$). La normalisation des deux premières courbes est identique.

4.8.7 Influence de la dépopulation

Rappelons que l'une des raisons d'être de l'implémentation statistique du principe de Pauli utilisée dans le modèle INCL était la possibilité de tenir compte de la dépopulation de la mer de Fermi en cours de cascade. Or, pour pouvoir juger efficacement de l'importance réelle de la dépopulation, nous avons besoin d'un moyen de mesurer la densité de population qui donne en moyenne une mesure proche de 1 pour un noyau non-excité. A l'aide de l'implémentation gaussienne, nous allons tenter d'évaluer l'influence exacte de la déplétion sur le processus de cascade et principalement sur les valeurs obtenues pour les facteurs de blocage partiels f_α.

Les valeurs obtenues jusqu'à présent pour $< f_\alpha >$ étaient toutes calculées pour des noyaux non-excités, avec un échantillonnage uniforme de l'espace de phase à l'intérieur de ceux-ci. Il est intéressant de regarder si ces valeurs sont proches de celles obtenues en cours de cascade, c'est-à-dire en laissant le code échantillonner lui-même l'espace de phase (via les points $(\vec{r_0}, \vec{p_0})$ choisis) et en tenant compte de la déplétion éventuelle du noyau.

Les courbes obtenues sont représentées dans la figure 4.53. On constate que, en cours de cascade, les taux d'occupation f_α, en pointillés, sont en moyenne moins élevés que lors du test utilisé jusqu'à présent, en traits pleins (0.4171 contre 0.6455). Cela traduit le fait que la plupart des collisions envisagées font intervenir au moins un nucléon ayant une impulsion supérieure à l'impulsion de Fermi (et ce d'autant plus que nous excluons toutes les collisions entre nucléons spectateurs).

Si nous ne considérons que les valeurs de f_α mesurées pour des points $(\vec{r_0}, \vec{p_0})$ tels que

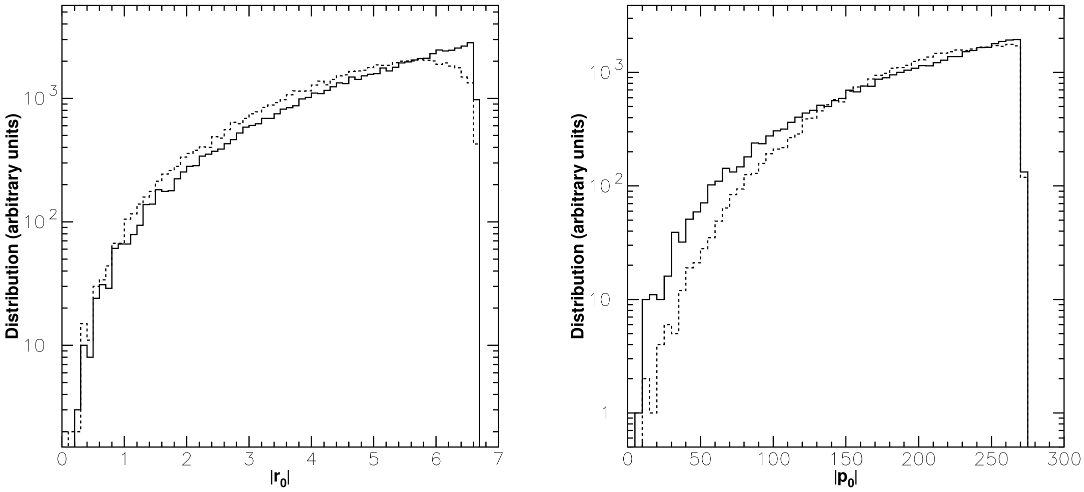

FIG. 4.54: Distribution des points d'échantillonnage dans l'espace $\vec{r}$ (gauche) et $\vec{p}$ (droite). L'histogramme en traits pleins correspond à un échantillonnage uniforme tel que celui utilisé dans le test standard. L'histogramme en pointillés reprend l'échantillonnage résultant de l'application du modèle INCL à la réaction $^{208}Pb + p$ à 80.5 MeV

$|\vec{p_0}| < p_F$ (ceux qui rendront réellement compte de la dépopulation de la mer de Fermi)[48], on se rend compte que les taux d'occupation ne baissent pas, ils sont même en moyenne supérieurs à ce qu'ils étaient en utilisant un noyau non-excité et un échantillonnage uniforme.

Ce résultat s'explique par la fréquence d'échantillonnage des différentes régions de l'espace de phase. Dans le test standard utilisé jusqu'ici, tous les points $(\vec{r_0}, \vec{p_0})$ ont une probabilité égale d'être échantillonné, ce qui donne une densité de probabilité $\rho(|\vec{r_0}|)$ proportionnelle à $|\vec{r_0}|^2$ (idem dans l'espace $\vec{p}$). Les valeurs moyennes de $|\vec{r_0}|$ et $|\vec{p_0}|$ sont respectivement $\frac{3}{4}R_{noyau}$ et $\frac{3}{4}p_F$ soit, dans le cas qui nous occupe, 4.97 fm et 202.7 MeV/c respectivement.

Par contraste, les valeurs moyennes en cours de cascade sont 4.72 fm et 205.7 MeV/c (si on ne considère de nouveau que les points pour lesquels $|\vec{p_0}| < p_F$). On constate en fait que les collisions à l'extrême périphérie du noyau ($|\vec{r_0}| > 6$ fm) sont rares. De même, les régions $|\vec{p_0}| > 245$ MeV/c et $|\vec{p_0}| < 150$ MeV/c sont sous-représentées (voir figure 4.54). Les régions de grand $|\vec{r}|$ sont moins fréquemment testées car le nombre de nucléons susceptibles d'entrer en collision y est plus faible (environ deux fois à la surface du noyau). L'introduction d'une énergie minimale de collision pour les collisions élémentaires nucléon-nucléon (voir paragraphe 4.7.2) explique quant à elle sans doute la sous-représentation des impulsions faibles.

De plus, si on ne regarde que les mesures effectuées dans une zone peu étendue de $(\vec{r_0}, \vec{p_0})$ (afin de neutraliser l'effet de la différence entre les probabilités d'échantillonnage

[48] Cela correspond à environ 52% du nombre total des valeurs mesurées.

mentionné ci-dessus), on constate que les valeurs de $< f_\alpha >$ mesurées dans un noyau non-perturbé et celles mesurées en cours de cascade sont quasiment égales (les différences ne dépassent jamais supérieures à 3%), comme attendu pour un système où le nombre d'éjectiles est faible[49]. La dépopulation semble donc jouer en pratique un rôle négligeable (au moins pour la réaction étudiée ici).

Malgré le faible nombre d'éjectiles pour cette réaction, cette conclusion n'était pas évidente. On aurait pu s'attendre à ce que des effets dynamiques se fassent jour, par exemple via un échantillonnage répété de la même zone en cours de cascade. Il semblerait qu'il n'en soit rien ici et que l'argument empirique (A_T » nombre de lacunes) mentionné précédemment prévale.

4.8.8 Conclusion

En conclusion, l'implémentation gaussienne que nous avons mise au point au cours de ce paragraphe fournit le même genre de résultats que l'implémentation corrigée présentée au paragraphe 4.7.3. La complexification du modèle et l'augmentation du temps CPU qu'elle nécessite ne se justifient donc pas vraiment. Elle nous a cependant permis d'évaluer l'influence réelle de la déplétion sur les facteurs de blocage de Pauli et il apparaît que cette influence est globalement assez faible.

Or, la prise en compte de cette déplétion était l'argument principal avancé en faveur de l'utilisation d'une implémentation statistique du principe de Pauli. L'amélioration des résultats observée avec l'implémentation statistique dans certaines régions de l'espace de phase devrait donc être a priori considérée avec prudence.

Néanmoins, le modèle de cascade intranucléaire repose sur une série d'approximations qui ne concernent pas directement le principe d'exclusion de Pauli, et il n'est pas exclu qu'une implémentation imparfaite de ce dernier puisse en partie compenser ces approximations. A titre d'exemple, rappelons que le modèle de cascade repose sur l'hypothèse que les nucléons se comportent comme des particules ponctuelles parfaitement localisées dans l'espace $(\vec{r}, \vec{p})$. En réalité, ils devraient être représentés par des paquets d'ondes ayant une certaine extension. De même, la distribution des nucléons à l'intérieur du noyau ne répond pas rigoureusement à une distribution de Fermi-Dirac, etc.

Toutes ces raisons font que les résultats obtenus ne doivent pas forcément être traités comme sans signification. Il n'est pas condamnable de se baser sur la comparaison de ces derniers avec l'expérience pour en déduire que l'implémentation statistique semble se rapprocher d'une certaine réalité de la réaction.

En fait, la possibilité offerte par l'implémentation gaussienne de 'piloter' les facteurs de blocage f_α à l'aide du paramètre a a mis en évidence qu'il n'existe pas une séparation conceptuelle nette entre une implémentation stricte qui ne tient aucune compte de la déplétion et une implémentation statistique qui en tiendrait compte (ce qui est en principe le cas de l'implémentation gaussienne, quelle que soit la valeur de a). D'un point de vue pratique, ce qui importe au final est le pourcentage global de collisions autorisé.

[49] Il ne faut néanmoins pas confondre le nombre d'éjectiles et le nombre de lacunes apparues dans la mer de Fermi. Le premier est toujours inférieur au second puisque des nucléons peuvent quitter la mer de Fermi (en satisfaisant $|\vec{p}| > p_F$) sans pour autant être émis.

Dès lors, il est à notre avis plus éclairant de considérer les différentes implémentations du principe de Pauli vues jusqu'à présent comme représentant des étapes intermédiaires dans un éventail de possibilités allant d'un principe de Pauli strict ($f_\alpha = 1$ pour tous les points compris à l'intérieur de la mer de Fermi) jusqu'à une non-prise en compte du principe d'exclusion de Pauli ($f_\alpha = 0$ pour ces mêmes points). Dans le cadre d'une implémentation gaussienne, on pourrait ainsi imaginer de considérer le paramètre a comme une variable d'ajustement dont la valeur pourrait dépendre de la masse de la cible A_T, de l'énergie incidente E_{inc} ou du type de spectres étudié par exemple.

Néanmoins, une telle vision des choses va à l'encontre de la philosophie de notre travail, qui veut que le modèle INCL doit rester un modèle "sans paramètres ajustables". Dans ces conditions, il nous semble que l'implémentation qui présente en général les meilleurs résultats (même si pour certaines réactions ou certains types de spectres particuliers, d'autres implémentations vues au cours de ce chapitre peuvent sembler plus adaptées) tout en restant fidèle aux idées générales ayant présidé à la conception du modèle INCL est l'implémentation dite corrigée définie page 4.7.3.

Nous considérons donc cette implémentation comme la meilleure implémentation pour le traitement des réactions de basse énergie avec le code INCL3.

4.9 Conclusions

Nous avons montré au paragraphe 2 sur un grand nombre d'exemples que le modèle de cascade intranucléaire de Liège permettait de simuler de manière très satisfaisante les réactions nucléon-noyau pour des énergies incidentes largement inférieures au seuil théorique souvent cité de 200 MeV. Il suffit pour cela d'utiliser une implémentation stricte du principe de Pauli et de renormaliser les sections efficaces calculées pour les rendre compatibles avec les valeurs expérimentales de la section efficace totale de réaction, que le modèle INCL3 n'est pas capable de reproduire.

Nous avons néanmoins remarqué en faisant un inventaire des données expérimentales disponibles que certains effets coulombiens ou de structure peuvent apparaître pour certaines réactions (par exemple si on compare les spectres (p, xn) et (p, xp') pour une même réaction). De tels effets ne peuvent pas à l'heure actuelle être pris en considération par le modèle INCL, ce qui peut notamment causer des erreurs d'un facteur 2 ou 3 pour certaines parties des spectres (p, xp').

Néanmoins, les résultats présentés au cours de ce chapitre indiquent que le modèle INCL permet de reproduire la plupart des spectres expérimentaux avec une précision comparable (et parfois même supérieure) à celle atteinte par les modèles de pré-équilibre couramment utilisés pour traiter des réactions nucléon-noyau à ces énergies (soit essentiellement le modèle d'exciton et ses dérivés). Evidemment, le modèle INCL ne peut pas rivaliser en termes de précision des résultats avec des modèles complexes tels que la théorie FKK ou le code numérique TALYS par exemple, mais il faut garder en mémoire que, à la différence des spectres calculés avec ces derniers, tous les spectres calculés à l'aide du modèle INCL et présentés ici ont été obtenus en l'absence de tout ajustement de paramètres.

Il semble en fait que le modèle INCL permette de reproduire de manière simple et élégante le processus réel de réaction en imaginant le noyau comme un gaz de Fermi de nucléons confiné dans un puits de potentiel et soumis à des excitations via les collisions nucléon-nucléon et à des désexcitations via l'émission de particules, ce qui est d'ailleurs une vision des choses très proche de celle qui est au cœur de la plupart des modèles de pré-équilibre. Nous pourrions ainsi résumer les différences fondamentales entre le modèle de cascade intranucléaire de Liège (INC) et la plupart des modèles de pré-équilibre (PE) par les quelques points suivants :

- L'espace de phase discret dans PE et continu dans INC.
- La géométrie de la réaction est explicitée dans INC et dissimulée derrière la définition du libre parcours moyen dans PE.
- Les collisions sont localisées dans INC et ne le sont pas dans PE.
- La distribution angulaire des éjectiles apparaît naturellement dans INC mais doit être introduite "à la main" dans PE.
- L'émission des composites dans la cascade s'effectue via l'utilisation d'un modèle de percolation [56] dans INC et peut être paramétrée dans PE.
- La précision des résultats pouvant être obtenus avec les deux types de modèle est équivalente, mais elle n'est ni prédictible ni constante.

L'introduction du nombre d'activation n_a nous a en outre permis de tirer un certain nombre d'enseignements particulièrement éclairants sur le déroulement de la réaction, par exemple en montrant que, bien que la cascade ne permette jamais au résidu d'être thermalisé au sens strict (le nombre de collisions élémentaires est bien trop faible pour cela), les émissions d'éjectiles deviennent assez rapidement compatibles avec les spectres d'émission typiques des noyaux thermalisés.

Nous avons par ailleurs longuement discuté d'un sujet qui a fini par devenir un pierre angulaire de nos travaux, c'est-à-dire l'implémentation du principe d'exclusion de Pauli. Nous avons notamment montré l'influence que ce point du modèle pouvait avoir sur les résultats de simulation et mis en évidence les éléments concrets à l'origine de cette influence, en insistant particulièrement sur l'importance des lacunes apparaissant dans l'espace de phase lors de l'initialisation des noyaux.

Sur base de ces enseignements, nous avons créé trois implémentations du principe de Pauli tentant de combiner les avantages des deux implémentations préexistantes (stricte et statistique). Après avoir comparé les résultats obtenus avec ces différentes implémentations, nous sommes arrivés à la conclusion que l'implémentation dite corrigée (définie page 132) était à la fois la plus fidèle à la philosophie générale du modèle de cascade (en ce sens qu'elle permet de reproduire au plus près la dynamique de la dépopulation de l'espace de phase dans un gaz de Fermi) et celle qui permettait le meilleur accord avec les données expérimentales sur le plus vaste ensemble de réactions. L'implémentation gaussienne, bien que séduisante pour l'esprit, donne des résultats assez proches de ceux obtenus avec l'implémentation corrigée. De plus, elle introduit clairement une part d'arbitraire dans la manière dont le code gère les facteurs de blocage. A ce titre, nous n'en recommandons pas l'usage.

Chapitre 5

Etude de la réfraction dans INCL3

5.1 Introduction

Le modèle de cascade intranucléaire de Liège est souvent présenté comme un modèle classique en ce qui concerne la description du mouvement des particules dans un champ extérieur. Dans la version INCL3, le champ nucléaire a la forme d'un puits carré. Pourtant, le traitement dans le modèle de la réfraction des particules sortantes s'éloigne de la description classique sur deux points :

1. le module de l'impulsion de l'éjectile est modifié sans déviation lors de la transmission alors que sa composante tangentielle devrait être conservée,
2. les particules doivent sortir avec une probabilité 1 ou 0, suivant leur énergie.

On voit donc que le modèle de cascade de Liège n'est pas à strictement parler classique dans son traitement du mouvement des nucléons. Il serait plus correct de le considérer comme une simulation semi-classique de la réalité. Or, celle-ci contient des effets quantiques de transmission aléatoire impliquant sans doute des paquets d'ondes, dont la taille est de l'ordre du rayon de courbure, "rencontrant" une surface diffuse[1]. Il faut donc concilier dans le modèle divers aspects établis du processus d'émission des particules, au premier rang desquels, la transmission aléatoire. C'est ce qui a été fait dans la version standard de INCL où les hypothèses suivantes sont utilisées :

1. les trajectoires des éjectiles et des projectiles ne sont pas modifiées lorsqu'ils traversent la surface du noyau. Rappelons néanmoins que les modules de l'impulsion et l'énergie cinétique sont bien modifiés pour satisfaire la relation énergie-impulsion,
2. la probabilité de transmission à l'émission est calculée en supposant que le nucléon arrive perpendiculairement sur la surface,

[1] A ce propos, l'argument classique de la conservation de la composante tangentielle doit sans doute être amendé dans le cas d'un dioptre sphérique et d'une surface diffuse. En effet, en utilisant les coordonnées polaires à deux dimensions, on a $m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{dV}{dr}\vec{e_r}$, ce qui nous permet d'obtenir les deux lois du mouvement $m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -\frac{dV}{dr}$ et $\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\theta}) = 0$. Cette dernière équation exprime en fait la conservation du moment angulaire et peut se réécrire $\frac{d}{dt}(rp_{\|}) = 0$. On constate donc que la composante tangentielle ne se conserve pas mais qu'elle diminue au cours de la traversée de la surface diffuse.

3. la probabilité qu'a le projectile de pénétrer dans le noyau est égale à l'unité.

En fait, le code procède comme si toutes les incidences étaient normales et les effets de réfraction sont donc dans une large mesure négligés. Nous allons à présent tenter de tenir compte de ces derniers par une approche empirique.

Une étude préliminaire des effets réfractifs a déjà été effectuée à haute énergie sur une version antérieure du modèle en 1997 [50]. Elle se basait sur les idées suivantes :

1. La composante normale (ou radiale puisque le noyau est supposé sphérique) $p_\perp$ est modifiée selon la loi :
$$p'^2_\perp = p^2_\perp + V_0^2 - 2(E+M)V_0, \tag{5.1}$$
où $p_\perp$ et $p'_\perp$ sont les composantes radiales de l'impulsion du nucléon à l'intérieur et à l'extérieur du noyau, respectivement, où E est l'énergie cinétique du nucléon à l'intérieur du noyau et M son énergie de masse. La composante tangentielle reste inchangée ($p'_{||} = p_{||}$).
2. La probabilité de transmission, quant à elle, est supposée égale à 1 pour tous les angles d'incidence inférieurs à l'angle limite, défini comme l'angle au-delà duquel la réflexion est totale[2], et égale à 0 dans le cas contraire (réflexion totale). La valeur de l'angle limite a été calculée en fonction de l'énergie cinétique du nucléon grâce à la formule :
$$\theta_B = \arctan\sqrt{\frac{(E-V_0)(2M+E-V_0)}{V_0(2M+2E-V_0)}}, \tag{5.2}$$
où E est l'énergie cinétique du nucléon dans le noyau. Cette formule sera démontrée dans la suite de ce chapitre. Pour un nucléon dont l'énergie tend vers V_0, θ_B tend vers 0, la transmission des nucléons n'est donc plus possible que pour des nucléons qui atteignent la surface du noyau sous une incidence normale. Si l'énergie tend vers l'infini, θ_B tend vers $\frac{\pi}{2}$ et tous les nucléons sont autorisés à sortir du noyau.

Les seuls résultats publiés relatifs à cette étude sont deux spectres d'émission de neutrons à 7.5° et 150° pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 800 MeV [50]. Les effets de la réfraction y apparaisssent principalement aux basses énergies, pour lesquelles on constate une nette diminution des spectres d'émission, qui s'explique facilement par l'influence de l'angle limite. Ces résultats furent jugés peu probants et l'idée fut abandonnée.

Néanmoins, il est difficile, sur base de résultats aussi parcellaires, de se prononcer réellement sur les effets de l'implémentation d'une réfraction à l'émission. En outre, cette étude avait été effectuée sur une version obsolète du programme et était limitée aux réactions de haute énergie (800 MeV ou plus). Or, on s'attend à ce que l'effet de la réfraction par le potentiel soit d'autant plus grand que les énergies mises en jeu se rapprochent de V_0. Dans ces conditions, il est difficile de déduire de ces deux courbes l'influence des effets réfractifs pour les réactions de basse énergie. Une nouvelle étude s'impose.

Notons également que des résultats obtenus à l'aide de la cascade de Bruyères-le-Châtel, assez proche de celle de Liège, semble indiquer qu'il serait souhaitable de tenir compte de la modification des trajectoires des nucléons à l'intérieur du noyau intra-nucléaires induite

[2]L'article nommait erronément cet angle l'angle de Brewster.

par le potentiel nucléaire [20]. Etant donné que INCL3 (et INCL4) utilise un champ moyen constant, cette prise en compte ne peut s'effectuer qu'à deux moments très précis : lors de l'entrée du projectile dans le noyau et lors de l'émission des éjectiles. Si ce dernier point a fait, comme dit auparavant, l'objet de tests, il n'a jamais jusqu'à présent été implémenté de réfraction à l'entrée.

5.2 Considérations théoriques sur la réfraction

Nous considérons tout d'abord les lois de réfraction pour les ondes planes de Schrödinger. Soit une onde plane incidente de vecteur d'onde $\vec{k}$. L'onde réfléchie sur le plan qui sépare les deux milieux de potentiel différent et l'onde réfractée sont caractérisées par les vecteurs d'onde $\vec{k'}$ et $\vec{k''}$ respectivement (voir figure 5.1). Dans le demi-espace supérieur, la fonction d'onde comprend deux composantes, l'une incidente et l'autre réfléchie.

$$\Psi_1 = A \exp\left[i(\vec{k}.\vec{r} - \omega t)\right] + B \exp\left[i(\vec{k'}.\vec{r} - \omega t)\right]$$

Dans le demi-espace inférieur, la fonction d'onde ne contient que la composante réfractée.

$$\Psi_2 = C \exp i(\vec{k''}.\vec{r} - \omega t)$$

Dans l'approximation non-relativiste, nous avons

$$\omega = \frac{k^2}{2m} + V_0 = \frac{k'^2}{2m} + V_0 = \frac{k''^2}{2m} + V_1.$$

La continuité de la fonction d'onde doit être assurée en tout point du plan, soit pour toutes les valeurs de $\vec{r} = \vec{\rho} = x\vec{e_x} + y\vec{e_y}$. On doit donc avoir

$$A \exp(i\vec{k}.\vec{\rho}) + B \exp(i\vec{k'}.\vec{\rho}) = C \exp(i\vec{k''}.\vec{\rho}).$$

Si l'on décompose les vecteurs d'onde en deux composantes, l'une perpendiculaire au plan séparant les deux milieux et l'autre parallèle à ce même plan ($\vec{k} = \vec{k_\perp} + \vec{k_{||}}$), on obtient que $\vec{k}.\vec{\rho} = \vec{k_{||}}.\vec{\rho}$. Dès lors, pour que la continuité soit assurée, il faut que les trois composantes parallèles au plan soient égales :

$$\vec{k_{||}} = \vec{k'_{||}} = \vec{k''_{||}},$$

ce qui signifie que tous les vecteurs d'onde appartiennent au même plan, appelé le plan d'incidence, perpendiculaire au plan de séparation entre les deux milieux et contenant le vecteur $k_{||}$. De plus, comme nous savons que le module des vecteurs d'onde incidente et réfléchie sont égaux ($|\vec{k}| = |\vec{k'}|$), on obtient que $i = i'$, comme pour une réflexion ordinaire, et que $k_\perp = k'_\perp$. Prenant les potentiels avec leur signe, nous avons donc :

$$\frac{k_\perp^2}{2m} + V_0 = \frac{k'^2_\perp}{2m} + V_0 = \frac{k''^2_\perp}{2m} + V_1.$$

La dérivée de la fonction d'onde doit également être continue sur le plan, ce qui donne la condition :

$$A\ \vec{k} \exp(i\vec{k}.\vec{\rho}) + B\ \vec{k'} \exp(i\vec{k'}.\vec{\rho}) = C\ \vec{k''} \exp(i\vec{k''}.\vec{\rho}),$$

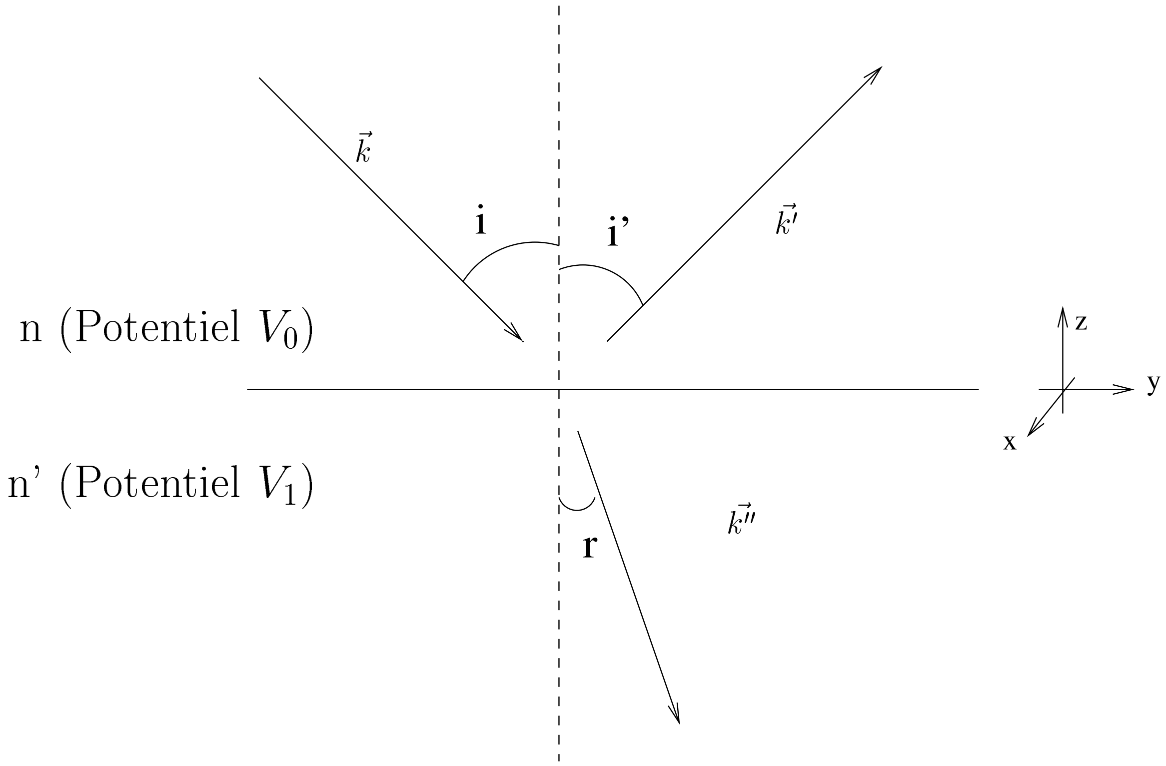

Fig. 5.1: Schéma de deux milieux de potentiel différent séparés par un dioptre plan.

qui est équivalente au système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} Ak_\perp - Bk_\perp & = & Ck''_\perp \\ Ak_\parallel + Bk_\parallel & = & Ck''_\parallel \end{array} \right.$$

Si on choisit de normaliser le système en prenant $A = 1$, on obtient finalement

$$\left\{ \begin{array}{l} B = \frac{k_\perp - k''_\perp}{k_\perp + k''_\perp} \\ C = \frac{2k_\perp}{k_\perp + k''_\perp} \end{array} \right.$$

La conservation des courants à la surface impose alors :

$$T = \frac{k''_\perp}{k_\perp}|C|^2 = \frac{4k_\perp k''_\perp}{(k_\perp + k''_\perp)^2} \tag{5.3}$$

et

$$R = |B|^2 = \left(\frac{k_\perp - k''_\perp}{k_\perp + k''_\perp}\right)^2 \tag{5.4}$$

Or, $k_\parallel = k \sin i$ et $k''_\parallel = k'' \sin r$ et, dans l'approximation non-relativiste, $\frac{k^2}{2m} + V_0 = E$ et $\frac{k''^2}{2m} + V_1 = E$ (où les potentiels V_0 et V_1 sont pris avec leur signe). Dès lors, comme $k_\parallel = k''_\parallel$, nous obtenons

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{k''}{k} = \left(\frac{E - V_1}{E - V_0}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{n'}{n},$$

où nous avons introduit un indice de réfraction comme en électromagnétisme. En conséquence,

$$\left\{ \begin{array}{l} k_\perp = k \cos i \\ k''_\perp = k'' \cos r = k\frac{n'}{n} \cos r \end{array} \right.$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{4nn' \cos i \cos r}{(n \cos i + n' \cos r)^2} \\ R = \left(\frac{n \cos i - n' \cos r}{n \cos i + n' \cos r}\right)^2 = 1 - T \end{array} \right.$$

avec $\cos r = \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 i}$.

Selon les lois ci-dessus, il n'existe pas d'angle de Brewster pour des ondes de Schrödinger[3]. On voit en effet que l'expression de R ne peut jamais s'annuler puisque, si $n > n'$, on a $\frac{n}{n'} = \frac{\sin r}{\sin i} > 1$, donc $r > i$, et donc $\cos r < \cos i$.

Dans la situation représentée sur la figure 5.1, il n'y a pas non plus d'angle limite puisque l'onde passe d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent ($n' > n$), et donc la composante réfractée se rapproche de la normale. Rappelons que, s'il existe, l'angle limite est donné par $\sin \theta_l = \frac{n'}{n}$.

[3]Rappelons que l'angle de Brewster est l'angle d'incidence pour lequel seule une composante de polarisation (la composante σ) est réfléchie. S'il existe, l'angle de Brewster est donné par $\tan \theta_B = \frac{n'}{n}$.

Les ondes planes de Schrödinger suivent donc les mêmes règles de la réfraction (et de la transmission) que la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence (polarisation σ). Bien sûr, il est peu probable que les nucléons à l'intérieur du noyau puissent rigoureusement être décrits par des ondes planes. Aucune théorie quantique détaillée n'existe à notre connaissance, mais on peut penser qu'ils devraient être décrits par des paquets d'ondes dont l'extension est (au moins) de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie. Si on prend l'exemple d'une collision induite par un nucléon de 100 MeV, l'énergie moyenne des nucléons impliqués dans le processus de cascade sera environ 20 ou 30 MeV au-dessus du niveau de Fermi, ce qui correspond à une impulsion $p \sim 350\ MeV/c$ et à une longueur d'onde $\lambda \sim 3.7\ fm$, comparable avec le rayon nucléaire. La surface nucléaire n'étant pas plane, mais sphérique et son rayon de courbure n'étant pas très grand vis-à-vis de la longueur d'onde caractéristique, les lois énoncées ci-dessus deviennent caduques ou, au mieux, approximatives, mais il est très difficile de savoir de quelle manière elles devraient être modifiées. C'est pourquoi nous utiliserons les lois exposées ci-dessus, tout en gardant présent à l'esprit les approximations qu'elles recouvrent.

Essayons de voir comment cela se traduit dans le cas qui nous intéresse ici, c'est-à-dire celui d'un puits de potentiel attractif (vecteur) sphérique de profondeur V_0 (le noyau) et du milieu extérieur, où le potentiel V_1 est supposé nul. Comment faire la liaison entre ces deux milieux et leur "indice de réfraction" ?

On peut définir l'indice de réfraction n_{in} d'un milieu matériel comme le rapport

$$n_{in} = \frac{v_\phi^0}{v_\phi} \tag{5.5}$$

entre v_ϕ^0, la vitesse de phase dans le vide (en l'absence de potentiel) et v_ϕ, la vitesse de phase dans le milieu. Les relations de de Broglie fournissent alors

$$n = \frac{E_{tot}}{p'}\frac{p}{E_{tot}}$$

où E_{tot} est l'énergie totale, p est le module de l'impulsion dans le noyau et p' celui de l'impulsion à l'extérieur du noyau. Utilisant la cinématique relativiste, nous avons :

$$\begin{cases} \textit{dans le noyau :} & p = \sqrt{(E_{tot} + |V_0|)^2 - m^2} = \sqrt{2mE + E^2} \\ \textit{hors du noyau :} & p' = \sqrt{E_{tot}^2 - m^2} = \sqrt{2m(E - |V_0|) + (E - |V_0|)^2} \end{cases}$$

où E désigne l'énergie cinétique du nucléon à l'intérieur du noyau. Nous obtenons donc finalement :

$$n_{in} = \sqrt{\frac{2mE + E^2}{2m(E - |V_0|) + (E - |V_0|)^2}} > 1 \tag{5.6}$$

et $n_{out} = 1$ par définition. On a $p > p_0$ et donc $n_{in} > n_{out}$. Le milieu le plus réfringent est l'intérieur du noyau et les éjectiles sont émis en s'éloignant de la normale. Il existe donc un angle limite pour l'émission des nucléons, et pas pour l'entrée du projectile dans le noyau. Sa valeur est donnée par

$$\theta_l = \arcsin\sqrt{\frac{(E - |V_0|)(2M + E - |V_0|)}{E(2M + E)}}.$$

On peut montrer par un calcul simple que cette expression est équivalente à l'égalité (5.2).

5.3 Implémentation de la réfraction des éjectiles

Notre but est de tenir compte des phénomènes de réfraction pour les éjectiles négligés dans la version standard du modèle de cascade INCL3, tout en restant cohérent avec les hypothèses de base de ce dernier. Nous procédons comme suit.

D'abord, comme dans [50], la conservation de l'énergie impose que la trajectoire des éjectiles soit modifiée selon

$$p'^2_\perp = p^2_\perp + V_0^2 - 2(E+M)V_0 \tag{5.7}$$

et

$$p'_{||} = p_{||} \tag{5.8}$$

Adaptant les notations de l'équation (5.3), nous exprimons le coefficient de transmission T par

$$T = \frac{p'_\perp}{p_\perp}|C|^2 = \frac{4p_\perp p'_\perp}{(p_\perp + p'_\perp)^2}. \tag{5.9}$$

Les composantes tangentielles de l'impulsion sont calculées comme suit. Soit $\vec{\rho} = x\vec{e_x} + y\vec{e_y} + z\vec{e_z}$ le vecteur position d'un point de la surface nucléaire, on a pour une nucléon se trouvant en ce point :

$$p_\perp = \frac{\vec{\rho}.\vec{p}}{|\vec{\rho}|} = \frac{xp_x + yp_y + zp_z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

et

$$p_{||} = \sqrt{p^2 - p^2_\perp}.$$

Rappelons que la version standard de INCL3 utilise également l'équation (5.9), mais en y remplaçant les impulsions radiales $p_\perp$ et $p'_\perp$ par les impulsions totales p et p'. Cette approximation est assez grossière. Dans un espace à trois dimensions, les directions doivent être découplées et une simple comparaison de l'énergie cinétique dont dispose une particule avec la hauteur de la barrière de potentiel qu'elle doit franchir est insuffisante. L'orientation de l'impulsion de la particule par rapport à la barrière de potentiel est un paramètre déterminant.

5.4 Discussion des résultats obtenus

Regardons l'impact de cette prise en compte de la réfraction pour les éjectiles (que l'on appellera également réfraction 'out') sur la réaction $p +^{208} Pb$ à 120 MeV (calculée avec un principe de Pauli strict). Les deux premières colonnes correspondent aux proportions d'événements transparents et d'absorptions. Les quatre colonnes suivantes sont des valeurs moyennes calculées à partir des seuls événements non-transparents.

$p+^{208}Pb$ (120 MeV)	% transpa	% absorp	<Nbre collis.>	<Multip. n/p INC>	<Multip. n/p tot>	$< E^{\star} >$ (MeV)
Sans réfraction	13.2	2.0	2.91	0.97/0.75	5.95/0.84	54.5
Avec réfraction	6.4	51	3.56	0.33/0.19	8.67/0.54	100.0

L'effet qui domine est très clairement l'explosion du nombre d'absorptions et de l'énergie d'excitation moyenne après cascade. Pour s'extraire de l'attraction du noyau, les éjectiles éventuels doivent maintenant posséder une impulsion *radiale* suffisante. Dès lors, l'énergie d'excitation ne peut plus être évacuée aussi facilement dans le cadre de la cascade. Il revient alors à la phase d'évaporation d'émettre la plus grande part de l'énergie disponible. En conséquence, nous observons une diminution de 60 à 80% des émissions durant la phase de cascade et une augmentation des émissions durant la phase évaporative, ce qui se traduit par une augmentation de 40% du nombre total de neutrons émis et d'une diminution du nombre de protons, qui reflète la difficulté à évaporer des protons pour les noyaux lourds.

Nous voyons sur la figure 5.2 que les spectres d'émission de neutrons sont diminués pour toutes les énergies supérieures à $12MeV$[4]. La courbe à $11°$ est aplatie. La sous-estimation que l'on observait pour les énergies intermédiaires est masquée par l'abaissement du spectre de part et d'autre (le pic quasi-élastique disparaît[5] presque totalement). A $30°$, la diminution est de 50% pour les plus basses énergies et de 30% pour les énergies plus élevées. On constate en outre que, plus l'angle d'émission augmente, moins la réfraction a d'influence sur la partie haute énergie des spectres et plus elle en a sur la partie basse énergie. En conséquence, la pente des spectres en fonction de l'énergie des éjectiles diminue nettement (en valeur absolue).

Ces résultats ne sont a priori pas très encourageants. Alors que nous espérions une redistribution des émissions dans l'espace de phase, nous constatons en fait une diminution générale des spectres de cascade qui a pour conséquence une dégradation quasi-générale de l'accord avec les données expérimentales. De plus, les spectres d'évaporation (pour lesquelles nous ne disposons d'aucune données expérimentales à cette énergie) sont sans doute surestimés. Le seul point positif est la disparition de la sous-estimation en $E_{éj} \sim E_{inc}/2$ pour $\theta = 11°$, même si cette disparition ne s'est pas effectuée, comme souhaité, en comblant le déficit, mais plutôt en supprimant les remontées de part et d'autre de celui-ci.

Néanmoins, ce résultat semble indiquer qu'une prise en compte de la réfraction accompagnée d'une augmentation de la section efficace de réaction totale (soit en pratique une augmentation uniforme de tous les spectres) pourrait fournir des résultats intéressants pour les spectres de cascade[6]. Or, le calcul par le code de la section efficace de réaction dépend essentiellement de la proportion d'événements transparents, proportion qui sera elle-même modifiée par la prise en compte de la réfraction à l'entrée. Une implémentation complète

[4]Cette limite de 12 MeV correspond à la limite entre les zones d'énergie dominées par l'évaporation et par la cascade.

[5]Le terme 'disparaît' est mal choisi. On peut en effet montrer que le nombre de nucléons $n_a = 1$ émis pour $\theta < 15°$ reste quasiment inchangé. C'est leur distribution en énergie qui est modifiée. Les variations nettes obtenues précédemment (voir figure 4.17 par exemple) laissent la place à une croissance régulière en fonction de l'énergie jusqu'à un maximum à 90 MeV environ. L'allure des composantes d'ordre supérieur est nettement moins modifiée par l'implémentation de la réfraction.

[6]La partie évaporative serait néanmoins d'autant plus fortement surestimée.

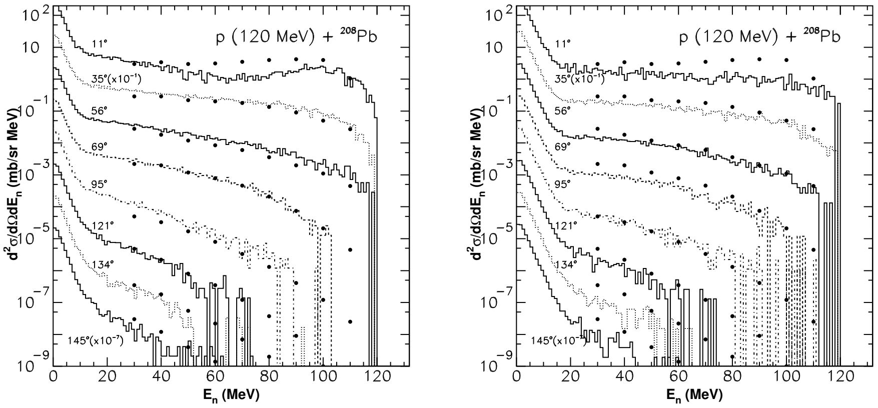

FIG. 5.2: Spectres d'émission en neutrons pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 120 MeV sans réfraction (gauche) et avec la réfraction des éjectiles (droite). Les données expérimentales (cercles noirs) proviennent de [92]. Rappelons que le spectre à 95° y est sous-estimé d'un facteur 2 environ.

mérite donc d'être effectuée.

5.5 Implémentation de la réfraction à l'entrée

La formulation utilisée est l'exact inverse de celle du paragraphe 5.3. Les résultats obtenus, toujours pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 120 MeV sont les suivants :

$p+^{208}Pb$ (120 MeV)	% transp	% absor	<Nbre collis.>	<Multip. n/p INC>	<Multip. n/p tot.>	$< E^\star >$ (MeV)
Sans réfraction	13.2	2.0	2.91	0.97/0.75	5.95/0.84	54.5
Avec réfraction (éj.)	6.4	51	3.56	0.33/0.19	8.67/0.54	100.0
Avec réfraction (proj.)	3.9	3.2	3.07	0.96/0.72	6.35/0.83	59.3
Avec réfraction (éj.+proj.)	3.3	48	3.61	0.37/0.21	8.50/0.54	97.2

Les résultats obtenus lorsque l'on implémente les réfractions pour les projectiles (réfraction 'in') et pour les éjectiles (réfraction 'out') ne semblent pas très différents de ceux obtenus avec seulement la réfraction 'out'. Comme prévu, le projectile réfracté se rapproche du cœur du noyau-cible, ce qui fait diminuer le nombre d'événements transparents et, par conséquent, augmenter la section efficace totale de réaction calculée. Le nombre d'absorptions n'a en revanche pas sensiblement diminué avec la prise en compte de la réfraction des projectiles. Les problèmes évoqués au paragraphe précédent ne sont donc pas résolus.

Une étude en fonction du paramètre d'impact permet de montrer que le principal effet de la prise en compte de la réfraction est de rendre non-transparents un grand nombre d'événements à paramètre d'impact élevé. Ainsi, sur 200000 événements, le nombre d'évé-

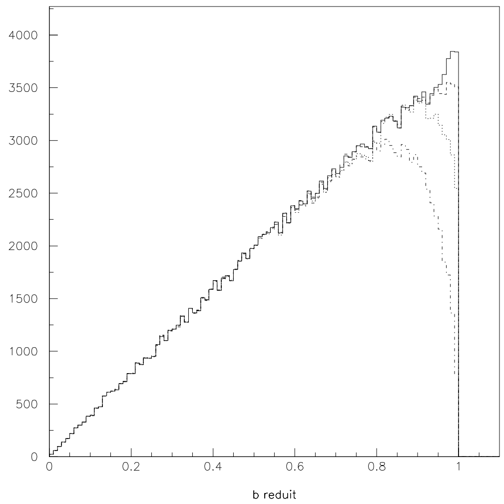

FIG. 5.3: Distribution des paramètres d'impact réduits ayant donné lieu à des événements non transparents. Par ordre décroissant, nous avons, réfraction 'in' et 'out' (traits pleins), réfraction 'in' (tirets), réfraction 'out' (pointillés), pas de réfraction (points-tirets).

nements non-transparents pour $b_{réduit} \equiv \frac{b}{R_{noyau}} < 0.8$ ne change presque pas (une variation de l'ordre de 1%), tandis que, pour $b_{réduit} > 0.8$, les variations atteignent 40% :

Nbre non-transparents	$b_{réduit} < 0.8$	$b_{réduit} > 0.8$
Sans réfraction	123900	49600
Avec réfraction (éj.)	124000	63270
Avec réfraction (éj.+proj.)	125300	68140

La réfraction pour les éjectiles empêche que les projectiles très périphériques ne ressortent sans avoir effectué de collision. Ils sont alors réfléchis vers le cœur du noyau et déclenchent le plus souvent une cascade. La réfraction à l'entrée en déviant les projectiles vers le centre du noyau accentue encore ce phénomène.

La diminution du nombre d'événements transparents se fait donc entièrement grâce aux événements périphériques (voir figure 5.3). Il est dès lors intéressant de regarder comment les caractéristiques de la réaction évoluent en fonction du paramètre d'impact. Nous avons regardé l'évolution du nombre moyen d'éjectiles (protons et neutrons mélangés), de l'angle d'émission moyen et de l'énergie moyenne des éjectiles en fonction du paramètre d'impact réduit (toujours dans le cas d'une réaction $p +^{208} Pb$ à 120 MeV).

Pour un calcul sans tenir compte de la réfraction, nous obtenons :

$b_{r\acute{e}duit}$	<nb. éj>	$< \theta >$	$< E_{ej} >$
0-0.1	1.93	65.2	26.7
0.3-0.4	1.91	64.0	28.1
0.5-0.6	1.78	61.5	31.4
0.7-0.8	1.63	54.6	37.6
0.8-0.9	1.59	53.0	42.0
0.9-1	1.59	49.3	46.5
0-1	1.72	58.6	35.0

Pour un calcul où on tient compte de la réfraction des éjectiles :

$b_{r\acute{e}duit}$	<nb. éj>	$< \theta >$	$< E_{ej} >$
0-0.1	0.91	55.4	36.5
0.3-0.4	0.81	55.8	37.6
0.5-0.6	0.56	55.9	42.6
0.7-0.8	0.44	53.5	49.9
0.8-0.9	0.33	52.6	50.4
0.9-1	0.25	50.2	50.8
0-1	0.52	54.5	42.6

Pour un calcul où on tient compte de la réfraction des projectiles seulement :

$b_{r\acute{e}duit}$	<nb. éj>	$< \theta >$	$< E_{ej} >$
0-0.1	1.94	65.8	26.5
0.3-0.4	1.91	64.4	27.7
0.5-0.6	1.77	62.4	30.4
0.7-0.8	1.59	57.6	34.9
0.8-0.9	1.53	54.2	37.5
0.9-1	1.51	50.6	40.5
0-1	1.68	58.9	33.2

Pour un calcul où on tient compte de la réfraction des projectiles et des éjectiles :

$b_{r\acute{e}duit}$	<nb. éj>	$< \theta >$	$< E_{ej} >$
0-0.1	0.90	55.7	35.4
0.3-0.4	0.83	56.0	37.1
0.5-0.6	0.70	56.2	41.3
0.7-0.8	0.52	53.8	47.9
0.8-0.9	0.42	52.1	51.2
0.9-1	0.34	50.1	52.4
0-1	0.58	54.6	43.5

Il semblerait donc que la réfraction des projectiles (réfraction 'in') n'ait qu'un faible impact sur les résultats, à part pour les collisions périphériques, ce qui est à mettre en parallèle avec la figure 5.3. De même, l'allure des spectres change peu (voir les panneaux de gauche des figures 5.2 et 5.4). On constate uniquement la disparition du pic quasi-élastique pour les angles avant, phénomène déjà rencontré pour la réfraction 'out'.

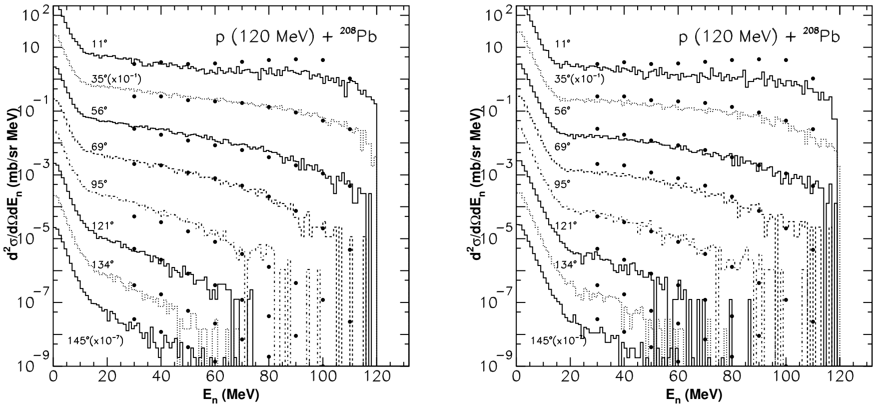

FIG. 5.4: Spectres d'émission en neutrons pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 120 MeV avec la réfraction 'in' uniquement (panneau de gauche) et avec les réfractions 'in' et 'out' (panneau de droite).

Cette disparition dégrade l'accord avec les données expérimentales mais s'explique aisément. En effet, le pic quasi-élastique provient essentiellement de réactions directes au cours desquelles le projectile entre en collision avec un seul nucléon[7], le plus souvent à la périphérie du noyau. Or, les projectiles incidents ayant un paramètre d'impact réduit proche de 1 ne devraient théoriquement être que peu influencés par le potentiel attractif, a priori faible en périphérie du noyau. Pourtant, le modèle de cascade intranucléaire de Liège considérant le noyau comme un puits de potentiel carré, les nucléons périphériques y ressentent le potentiel attractif maximum. Dès lors, les effets de réfraction, dont l'intensité devrait être fonction du paramètre d'impact, sont sans doute surestimés en périphérie du noyau. On peut dès lors facilement comprendre que le pic quasi-élastique soit atténué lorsque la réfraction ('in' ou 'out') est implémentée.

C'est sans doute la raison pour laquelle la version standard du modèle de cascade de Liège néglige complètement les effets de réfraction. Plutôt que de l'implémenter imparfaitement pour les collisions périphériques, et ainsi dégrader le pic quasi-élastique, il a été choisi de l'ignorer.

Nous présentons également les distributions en fonction de b de l'énergie (figure 5.5) et de l'angle (figure 5.6) des éjectiles de $n_a = 1$, dans le cas où la réfraction n'est pas implémentée (panneaux de gauche) et pour celui où elle est implémentée pour les éjectiles et les projectiles (panneaux de droite). On constate sur ces derniers une nette diminution des émissions de basse énergie ainsi qu'une tendance à l'uniformisation des distributions en fonction du paramètre d'impact. Par exemple, les événements centraux deviennent plus susceptibles de fournir des éjectiles de haute énergie une fois la réfraction implémentée.

[7] On peut montrer que, quel que soit le niveau de réfraction implémenté, l'immense majorité des nucléons émis avec $E > 95$ MeV et $\theta < 60°$ ont un nombre d'activation égal à 1.

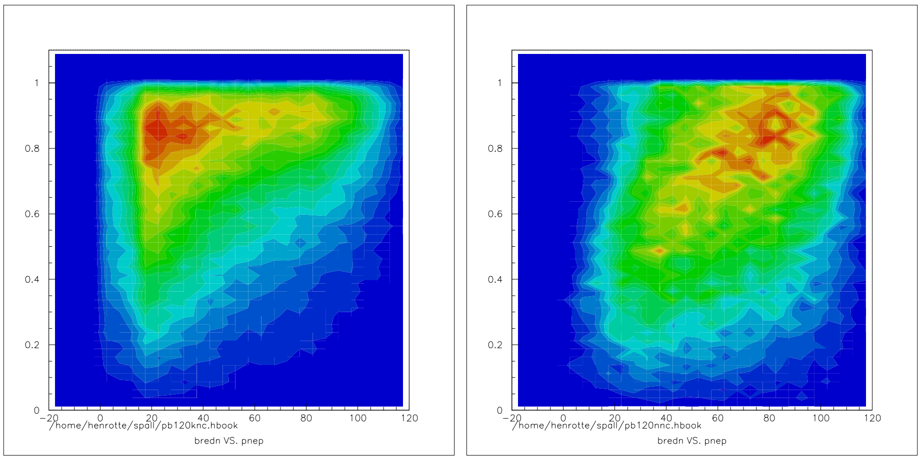

Fig. 5.5: Distribution "paramètre d'impact réduit vs énergie" des éjectiles de $n_a = 1$ pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 120 MeV dans le cas sans réfraction (panneau de gauche) et celui où les réfractions 'in' et 'out' sont implémentées (panneau de droite).

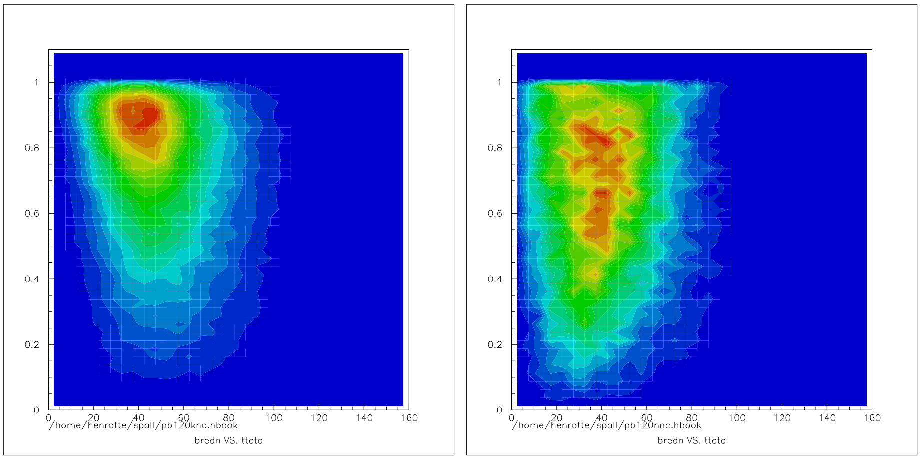

Fig. 5.6: Distribution "paramètre d'impact réduit vs angle" des éjectiles de $n_a = 1$ pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 120 MeV dans le cas sans réfraction (panneau de gauche) et celui où les réfractions 'in' et 'out' sont implémentées (panneau de droite).

5.6 Conclusions

En l'état donc, l'implémentation de la réfraction ne semble pas en mesure d'améliorer le modèle ou l'accord des résultats avec l'expérience. La diminution de la probabilité de transmission qui résulte de l'implémentation de la réfraction 'out' est telle que les émissions de nucléons durant la cascade sont trop peu nombreuses. De plus, l'augmentation brutale du nombre d'absorptions a comme conséquence une surestimation de l'ordre d'un facteur 2 du pic d'évaporation[8].

On pourrait dès lors être tenté de tricher et de ne considérer la réfraction que sous son aspect géométrique (c'est-à-dire uniquement pour le calcul des trajectoires) et conserver la méthode standard pour le calcul des probabilités de transmission. Malheureusement, cela poserait des problèmes techniques, notamment l'obtention d'éjectiles dont l'impulsion présenterait des coordonnées imaginaires. Nous avons néanmoins fait un essai où ce problème était contourné par la mise à zéro de l'impulsion radiale sortante lorsque celle-ci devenait imaginaire. Les résultats obtenus sont très proches de ceux que l'on obtient avec seulement la réfraction des projectiles.

Les réfractions 'in' et 'out', contrairement à ce que l'on pourrait penser de prime abord, ont des effets similaires sur les variations en fonction de l'énergie des spectres d'émission (voir le graphe de droite sur la figure 5.2 et celui de gauche sur la figure 5.4)[9]. De toutes les modifications envisagées au cours de ce chapitre, l'implémentation de la réfraction 'in' uniquement semble être la meilleure option si on s'en tient à une simple recherche d'amélioration de l'accord avec les données expérimentales (voir figure 5.4). On constate en effet dans ce cas un comblement partiel du déficit en neutrons émis vers l'avant avec $E_n \sim \frac{E_{inc}}{2}$ tandis que, à l'exception du pic quasi-élastique, le reste des spectres n'est guère influencé.

Cependant, comment justifier une prise en compte seulement partielle du phénomène de la réfraction ? D'autant que, l'énergie incidente, dans le cas étudié ici, est de 120 MeV, et que l'on sait que la valeur du potentiel réellement vu par un tel projectile est en fait nettement inférieure à 45 MeV [118]. L'amélioration des spectres obtenus (qui plus est dans une partie très réduite de l'espace de phase) semble donc être un gain insuffisant pour justifier l'introduction dans le code de la réfraction des hadrons par la surface nucléaire.

Nous pouvons en revanche émettre l'hypothèse, nourrie par la comparaison effectuée précédemment avec le code de cascade de Bruyères-le-Châtel [20], que l'introduction des lois de la réfraction dans un modèle où le potentiel nucléaire a une forme lisse (Saxon-Woods par exemple), serait plus efficace et ne présenterait pas les difficultés rencontrées ici (notamment la disparition du pic quasi-élastique).

Si on désire rester dans le cadre du modèle de cascade INCL en utilisant un puits de potentiel carré de profondeur constante, on pourrait tenter de simuler l'effet d'un potentiel variable, par exemple en calculant le coefficient de transmission à l'aide des équations (5.7) et (5.9) mais en remplaçant V_0 par $V(b)$, la valeur maximale du potentiel théorique $V(r)$ qui serait rencontré par le nucléon non-dévié. Une telle implémentation permettrait sans

[8] Cette estimation provient d'un calcul sur la réaction $p+^{208}Pb$ à 256 MeV, pour laquelle nous disposons de données expérimentales sur les neutrons émis de faible énergie.

[9] mais pas sur leur amplitude, qui diminue fortement pour la réfraction 'out'.

doute de rétablir le pic quasi-élastique. Nous ne l'avons cependant pas implémentée explicitement car elle nous est apparue comme un bricolage peu élégant et difficilement justifiable théoriquement.

Le modèle de cascade de Liège repose sur des hypothèses dont on sait qu'elles ne sont pas vérifiées, au premier rang desquelles le traitement des nucléons comme des particules sur leur couche de masse et l'utilisation d'un potentiel constant. Il est tentant de vouloir traiter le problème de la réfraction en accord avec ces hypothèses de base, en en tirant toutes les conséquences. Il ne faut cependant pas perdre de vue le côté quelque peu absurde de cette volonté d'implémenter dans le modèle de cascade des lois qui se rapportent à l'optique géométrique (la déviation des trajectoires) ou à des ondes planes de Schrödinger (le calcul du coefficient de transmission). Dès lors, peut-être faut-il voir dans l'implémentation standard de la transmission des nucléons à travers la surface dans INCL un moyen peu élégant, mais efficace, d'adoucir la loi de la réflexion totale, que nos hypothèses de base rendraient trop restrictive et dont l'application stricte détériore, comme l'ont montré nos calculs, l'accord avec les données expérimentales. On pourrait sans doute dire que nous sommes ici confrontés à un problème pour lequel les hypothèses de base qui sous-tendent le modèle INCL montrent explicitement leur caractère approximatif. Dans ces conditions, le compromis effectué dans les versions actuelles pour le traitement de la transmission des particules à travers la surface nucléaire nous paraît être une solution acceptable.

Chapitre 6

Etude du comportement du code INCL4 à basse énergie

6.1 Introduction

Après avoir analysé au chapitre 4 les résultats obtenus à basse énergie (de 15 à 250 MeV) avec la version INCL3 du modèle de cascade intranucléaire de Liège, il est temps de nous intéresser à la version actuelle INCL4. Nous allons tout d'abord rappeler brièvement les différences principales entre ces deux versions, puis étudier les résultats obtenus. Une attention toute particulière sera portée à l'évolution des prédictions entre les modèles INCL3 et INCL4. Des conclusions quant à l'effet des améliorations présentes dans INCL4 seront tirées.

6.2 Rappel des modifications apportées au modèle de cascade intranucléaire de Liège pour la version INCL4

Le modèle INCL4 se distingue de la version antérieure INCL3 par deux points fondamentaux : la présence d'une surface diffuse pour le noyau et l'ajout d'une condition supplémentaire basée sur l'énergie d'excitation pour accepter les collisions élémentaires nucléon-nucléon.

6.2.1 Surface diffuse

Dans INCL3, le rayon du noyau est donné par la formule $R_{noyau} = r_0 A_T^{\frac{1}{3}}$ avec $r_0 = 1.12\ fm$. Comme dit au paragraphe 3.5.1, cette valeur de r_0 correspond au rayon caractéristique $R_{\frac{1}{2}}$ de la distribution de Saxon-Woods. Avec ce choix, les événements impliquant les régions périphériques et de faible densité du noyau ne sont pas pris en compte par le modèle, ce qui se traduit par une importante sous-estimation (de 40% environ) des sections efficaces géométrique (définie dans le cadre du modèle selon $\sigma_{géom} = \pi R_{noyau}^2$) et de réaction ($\sigma_r = \sigma_{géom} \frac{Nbre\ événements\ réels}{Nbre\ événements\ total}$).

Dans INCL4, la présence d'une densité $\rho(r)$ variant continûment d'une valeur maximale au centre du noyau à une valeur nulle à grande distance nécessite l'instauration de corrélations $r-p$ lors de l'initialisation du noyau (voir paragraphe 3.5.1). La distribution de densité des nucléons est donnée par :

$$\frac{dn}{d^3\vec{r}d^3\vec{p}} = f(\vec{r},\vec{p}) = A_T \frac{\theta_H(R(p)-r)\theta_H(p_F-p)}{(\frac{4\pi}{3})^3 R^3(p)p_F^3}, \tag{6.1}$$

où θ_H est la fonction "échelon" de Heaviside et $R(p)$ est une fonction continûment croissante de $p = |\vec{p}|$ qui exprime le rayon de la sphère dans laquelle sont répartis les nucléons d'impulsion $|\vec{p}|$. Une conséquence directe de cette variation du rayon $R(p)$ en fonction de l'impulsion est que la distribution de densité $f(\vec{r},\vec{p})$ n'est plus uniforme à l'intérieur de la mer de Fermi. Une implémentation réaliste du principe de Pauli statistique devrait donc sans doute faire intervenir une dépendance en $\vec{p}$. Nous y reviendrons au paragraphe 6.7.

6.2.2 Nouvelle condition sur l'énergie d'excitation

La version standard de INCL4 utilise telle quelle l'implémentation statistique du principe d'exclusion de Pauli utilisée dans INCL3 et décrite au paragraphe 4.4.2. Une condition supplémentaire est néanmoins imposée : l'énergie d'excitation de l'ensemble des nucléons ayant une impulsion $|\vec{p}| < p_F$ ne peut jamais devenir négative au cours d'une collision. Cette condition est souvent appelée CDPB (ou CDPP) pour **C**onsistent **D**ynamical **P**auli **B**locking (ou **P**rinciple). Pour voir quelle forme pratique lui donner, nous allons regarder comment évolue l'énergie E_{MF} de la mer de Fermi au cours du processus de cascade. Initialement, nous avons :

$$E_{MF,0} = \sum_{i=1}^{A_T}(T_i^0 - V_0)(<0). \tag{6.2}$$

Au cours de la cascade, nous pouvons écrire :

$$E_{MF} = \sum_{i\in A_{rés}}^{p_i\leq p_F}(\bar{T}_i - V_0). \tag{6.3}$$

Nous décidons d'appeler $A_{rés}^F$ le nombre de termes contenus dans la somme ci-dessus, c'est-à-dire le nombre de nucléons non encore émis et dont l'impulsion est inférieure à l'impulsion de Fermi.

Si la grandeur $E_{MF,0}$ définie dans l'équation (6.2) représente l'énergie de l'état fondamental de la cible, celle de l'état fondamental du résidu après émission ou promotion de $(A_T - A_{rés}^F)$ nucléons est donnée par

$$E_{\tilde{MF},0} = E_{MF,0} + S = \sum_{i=1}^{A_T}(T_i^0 - V_0) + S, \tag{6.4}$$

où S est l'énergie de séparation des $(A_T - A_{rés})$ nucléons émis ou promus. En première approximation, nous avons donc

$$\tilde{E_{MF,0}} = \sum_{i=1}^{A_T} (T_i^0 - V_0) + (A_T - A_{rés}^F)(V_0 - T_F),$$

que l'on peut réécrire

$$\tilde{E_{MF,0}} = \sum_{i=1}^{A_T} T_i^0 - A_{rés}^F V_0 - (A_T - A_{rés}^F) T_F. \tag{6.5}$$

On peut alors définir l'énergie d'excitation de la mer de Fermi comme

$$E_{MF}^* = E_{MF} - \tilde{E_{MF,0}} = \sum_{i \in A_{rés}}^{p_i \leq p_F} (\bar{T_i} - V_0) - \sum_{i=1}^{A_T} T_i^0 + A_{rés}^F V_0 + (A_T - A_{rés}^F) T_F. \tag{6.6}$$

Le code impose que cette dernière quantité ne peut jamais devenir négative. Après simplification du terme $A_{rés}^F V_0$, nous obtenons alors la condition suivante :

$$E_{MF}^* = \left\{ \sum_{i \in A_{rés}}^{p_i \leq p_F} \bar{T_i} - \left[\sum_{i=1}^{A_T} T_i^0 - (A_T - A_{rés}^F) T_F \right] \right\} \geq 0. \tag{6.7}$$

en accord avec notre discussion de l'équation (3.19).

En l'absence d'émission ou de promotion d'un nucléon hors de la mer de Fermi ($A_T = A_{rés}^F$), cette condition revient à poser que l'énergie totale des nucléons présents dans la sphère de Fermi ne peut devenir inférieure à la valeur initiale. De même, lorsqu'il y a eu émission ou promotion d'un nucléon ($A_{rés}^F < A_T$), l'énergie comprise dans la mer de Fermi ne peut devenir inférieure à la valeur nominale de l'énergie de l'état fondamental du noyau déplété, c'est-à-dire au terme entre crochets de l'équation (6.7).

Cette condition est appliquée pour toutes les collisions sauf la première de chaque événement, où une version simplifiée (et équivalente) de la condition ci-dessus est formellement utilisée en imposant que le nucléon de recul ne puisse pas voir son énergie diminuer. Cette condition imposée pour la première collision n'est pas aussi restrictive que l'implémentation stricte du principe de Pauli puisqu'elle n'interdit pas les collisions où le nucléon de recul gagne de l'énergie tout en restant à l'intérieur de la mer de Fermi.

6.2.3 Changement de la routine d'évaporation

La routine d'évaporation associée au code INCL4 est la version KHSv.3 du code ABLA [58], et non plus le code de Dresner. La barrière coulombienne pour les protons y est plus ou moins compatible avec celle utilisée dans la routine de cascade. Nous verrons que cela améliore sensiblement les résultats pour les émissions de protons à basse énergie.

6.3 Valeurs obtenues pour les sections efficaces de réaction

L'implémentation d'une surface diffuse dans le modèle avait pour but de permettre au modèle INCL de prédire des valeurs correctes pour les sections efficaces de réaction. Rappelons en effet que les sections efficaces calculées avec le code INCL3 doivent être systématiquement renormalisées a posteriori pour être compatibles avec les valeurs expérimentales de la section efficace totale de réaction. La version INCL3 du modèle permet donc de prédire les variations relatives des sections efficaces différentielles en fonction de l'énergie et des angles, mais pas leur valeur absolue[1].

Au contraire, la version INCL4 permet de prédire des valeurs correctes pour les sections efficaces totales de réaction si l'énergie incidente est supérieure à 200 MeV [55], ce que nos calculs confirment. Les sections efficaces calculées pour des énergies inférieures sont néanmoins toujours sous-estimées. Regardons à titre d'exemple le cas extrême de la réaction $n +^{93} Nb$ à 15 MeV, pour lequel nous obtenons les valeurs suivantes :

$\sigma_{r,exp}$	1753 mb
$\sigma_{géom,INCL3}$	809 mb
$\sigma_{r,INCL3\ stat}$	475 mb
$\sigma_{r,INCL3\ strict}$	217 mb
$\sigma_{géom,INCL4}$	2620 mb
$\sigma_{r,INCL4\ standard}$	400 mb
$\sigma_{r,INCL4\ strict}$	223 mb

On voit que le modèle INCL3 prédit une section efficace géométrique $\sigma_{géom,INCL3}$ plus de deux fois inférieure à la valeur expérimentale $\sigma_{r,exp}$ de la section efficace totale de réaction. Puisque la section efficace géométrique est, dans le cadre du modèle, toujours plus grande que la section efficace totale de réaction, il est évidemment incapable de reproduire cette dernière. L'implémentation d'une surface diffuse dans INCL4 permet d'obtenir $\sigma_{géom,INCL4} > \sigma_{r,exp}$ mais les valeurs obtenues pour $\sigma_{r,INCL4}$ restent néanmoins inférieures à $\sigma_{r,exp}$ (jusqu'à un facteur 8), à cause d'une proportion très importante d'événements transparents. Nous constatons d'ailleurs que $\sigma_{r,INCL4\ standard}$ est au final plus petit que $\sigma_{r,INCL3\ stat}$, ce qui signifie que l'augmentation du nombre d'événements transparents a complètement inhibé l'augmentation de la section efficace géométrique due à l'implémentation d'une surface diffuse.

Regardons à présent l'évolution de σ_r en fonction de l'énergie incidente. La table 6.1 reprend quelques valeurs obtenues pour les réactions $p +^{208} Pb$ à différentes énergies incidentes. Les valeurs expérimentales ont été évaluées à l'aide de la formule empirique de Wellisch et Axen [102]. La version INCL4.1 du code correspond à celle présentée précédemment. La version INCL4.2 est introduite dans la suite de ce paragraphe. Sauf mention contraire, tous les résultats obtenus pour la modèle INCL3 l'ont été avec une implémentation stricte du principe de Pauli et ceux pour les modèles INCL4 avec la version standard du code. Les valeurs que l'on obtiendrait pour INCL4 et une implémentation stricte seraient plus basses comme le suggère la valeur obtenue pour le principe de Pauli intermédiaire ("1col") à 80.5 MeV.

[1] Cette limitation est, pour la plupart des usages habituels du modèle, sans conséquences pratiques.

E_{inc} (MeV)	$\sigma_{r,INCL3}$ (mb)	$\sigma_{r,INCL4.1}$ (mb)	$\sigma_{r,INCL4.2}$ (mb)	$\sigma_{r,exp}$ (mb)
45	995	1328		1807
62.5	1091			1846
80.5	1147	1482 (1col : 1372)	1936	1841
113	1196	1544		1816
120	1201	1559		1811
160.3	1224	1587		1789
190	1231		1507	1778
256	1235		1540	1765
500	1270	1697		1765
800	1291	1771	1749	1788

Tab. 6.1: Sections efficaces totales de réaction pour la réaction $p +^{208} Pb$ à différentes énergies incidentes. Les valeurs expérimentales reprises ici ont été obtenues à l'aide de la formule de Wellisch et sont donc données à titre indicatif.

Regardons d'abord les résultats obtenus à l'aide de la version INCL4.1. On constate que la section efficace de réaction calculée diminue continûment lorsque l'énergie incidente diminue, comme c'était déjà le cas pour INCL3. Bien que les sections efficaces totales de réaction prédites par INCL4.1 soient de 30 à 40% supérieures à celles obtenues par INCL3, elles sont toujours inférieures aux valeurs expérimentales, et ce d'autant plus que l'énergie considérée est faible. Le modèle est donc incapable de reproduire le comportement observé expérimentalement pour les sections efficaces totales de réaction (voir annexe D). Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 6.6.4.

Une tentative de correction a été introduite dans la version INCL4.2 du modèle où, lorsque l'énergie incidente est comprise entre 20 et 100 MeV pour les neutrons et entre 10 et 100 MeV pour les protons[2], la section efficace de réaction est artificiellement ramenée à sa valeur expérimentale. Pour cela, une proportion adéquate[3] des événements transparents est remplacée par des absorptions et la routine d'évaporation est appliquée aux noyaux excités résultant de ces absorptions forcées.

Cette procédure se traduit par une augmentation de l'émission de particules de basse énergie et des spectres (quasiment) inchangés à haute énergie. Ce résultat était prévisible puisque la procédure impute la totalité de la section efficace de réaction manquante aux processus d'évaporation et que ces derniers n'ont pas la possibilité de générer des éjectiles de haute énergie. Elle présente toutefois l'avantage de pouvoir être implémentée sans difficultés et de ne pas résulter en une augmentation trop importante du temps CPU. En effet, si on veut imputer (au moins partiellement) la section efficace manquante aux processus de cascade, il faut dans certains cas forcer le code INCL à effectuer une boucle sur les

[2] Ces conditions asymétriques correspondent à l'usage de la cascade dans le code de transport MCNPX.

[3] Le code se base sur deux paramétrisations a priori : l'une des sections efficaces de réaction fournies par INCL4.1 et l'autre des sections efficaces de réaction expérimentales.

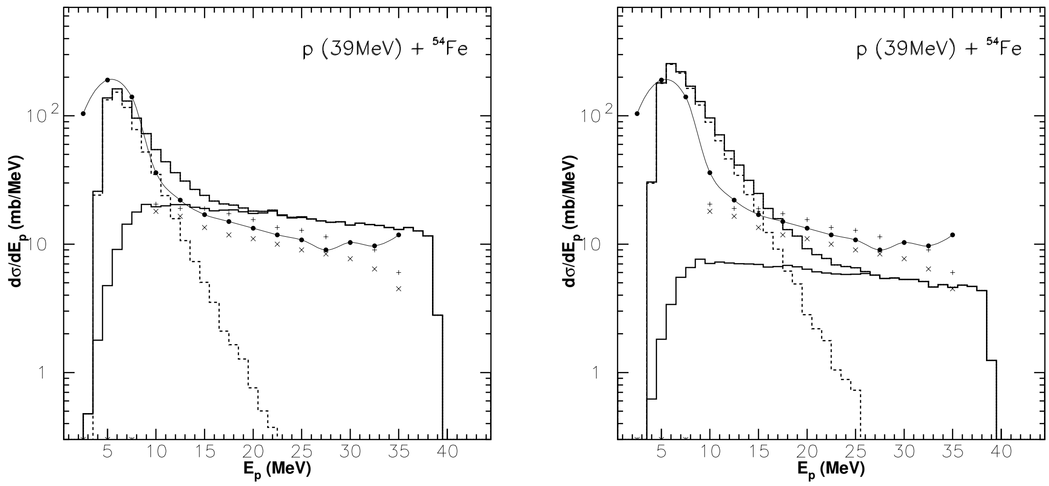

FIG. 6.1: Sections efficaces différentielles en énergie de production de protons obtenues pour la réaction $p +^{54} Fe$ à 39 MeV à l'aide du code INCL4.1 et renormalisées (panneau de gauche) et obtenues à l'aide de INCL4.2 (panneau de droite). Les contributions de la cascade (traits pleins) et de la routine d'évaporation ABLA (pointillés) sont explicitées. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [80] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Elles sont comparées avec les prédictions du modèle GDH où on calcule le libre parcours moyen λ_+ à l'aide de la partie imaginaire du potentiel du modèle optique (+) ou à l'aide de la section efficace nucléon-nucléon (×), comme expliqué dans [78].

événements jusqu'à ce qu'un événement non-transparent se produise, ce qui peut nécessiter (surtout à très basse énergie) d'initialiser un très grand nombre de fois le noyau-cible.

Pourtant, la justification physique de ce choix est loin d'être évidente. Pourquoi imputer une sous-estimation de la probabilité de réaction aux processus d'évaporation alors qu'il est évident que c'est au cours de la phase de cascade que se décide si un réaction se produira ou non ? Pour éclairer cette question, nous présentons dans la figure 6.1 les résultats obtenus pour la réaction $p+^{54}Fe$ à 39 MeV avec INCL4.2 et avec INCL4.1 (après renormalisation). Les deux spectres de la figure sont donc compatibles avec la valeur expérimentale de la section efficace totale de réaction.

Comme nous disposons pour cette réaction de données expérimentales pour le pic d'évaporation, on constate que ce dernier est surestimé, à la fois en hauteur et en largeur, quand on attribue toute la section efficace de réaction manquante aux processus évaporatifs (panneau de droite). Les émissions de haute énergie sont quant à elles sous-estimées. On s'attend à ce que cette sous-estimation soit encore accentuée si une implémentation plus restrictive du principe de Pauli est utilisée (voir chapitre 4).

Sur base de ce résultat et des considérations phénoménologiques qui précèdent, nous avons décidé de nous concentrer sur le modèle INCL4.1 qui, en l'état, semble être le plus pertinent. Pour pouvoir comparer les résultats obtenus avec ceux présentés au chapitre 4, nous avons systématiquement renormalisé les sections efficaces différentielles a posteriori. Cette méthode, qui ne pose aucun problème pratique lorsque l'on utilise le code de cascade pour évaluer des sections efficaces ou des spectres d'émission (comme c'est le cas dans ce travail), n'est cependant pas toujours applicable lorsque le code est utilisé comme générateur d'événements dans le cadre d'un code de transport (selon les options choisies par l'utilisateur). En effet, dans ce dernier cas, le code doit parfois pouvoir prédire, en accord avec l'expérience, la probabilité de réaction pour chaque événement pris individuellement. En conséquence, la version du code INCL4 présentement implémentée dans MCNPX est la version INCL4.2.

6.4 Evolution de quelques grandeurs caractéristiques de la réaction

Outre les modifications déjà mentionnées dans le modèle proprement dit, d'importants changements ont eu lieu entre les versions INCL3 et INCL4 dans la manière dont le code gère les variables d'entrée et de sortie. Le plus visible est le passage d'un stockage de l'information sous forme de HBOOK vers un stockage sous forme de NTUPLE. Nous ne nous étendrons pas ici sur ces questions mais cette évolution a fait en sorte que les informations dont nous disposons pour analyser les résultats avec les deux versions du code ne sont pas toujours les mêmes. Il nous est donc difficile d'effectuer des comparaisons pertinentes entre les modèles INCL3 et INCL4 pour certaines grandeurs caractéristiques de la réaction (par exemple celles présentées dans la table 4.2). En fait, les seules grandeurs chiffrées significatives auxquelles nous avons accès pour les deux versions sont les multiplicités en neutrons, les énergies d'excitation et les proportions d'événements transparents et d'absorptions. Nous les reproduisons dans la table 6.2 pour la réaction $p +^{208} Pb$ à 120 MeV.

$p +^{208} Pb$	INCL3		INCL4	
(120 MeV)	Stat	Strict	Stat	Strict
transparents (%)	8.99	13.3	59.2	~64
absorptions (%)	1.54	1.96	0.2	0.3
$< n >_{INC}$	1.02	0.97	1.2	1.06
$< n >_{évap}$	4.08	4.97	3.58	4.33
$< E^* >$ (MeV)	43.9	54.1	34.1	41.9

TAB. 6.2: Evolution de quelques grandeurs caractéristiques de la réaction avec INCL3 et INCL4 et deux implémentations du principe de Pauli.

On constate que, comme déjà signalé au paragraphe précédent, l'ajout d'une surface diffuse pour le noyau augmente nettement le nombre d'événements transparents. Le pourcentage d'absorptions a lui tendance à diminuer. Ce dernier résultat se comprend aisément puisque la plupart des événements supplémentaires pris en compte par INCL4 sont caractérisés par des paramètres d'impact élevés et sont donc peu susceptibles de donner lieu à des absorptions. Pour la même raison, l'énergie d'excitation moyenne en fin de cascade diminue sensiblement. On peut montrer que cette baisse s'explique par une nette augmentation de la proportion d'événements menant à une très faible valeur de l'énergie d'excitation (de tels événements sont fréquents si le paramètre d'impact b est grand). Les multiplicités moyennes en neutrons augmentent légèrement mais restent très proches de 1.

Nous ne développons pas plus avant ces questions pour nous concentrer sur les spectres d'émission, pour lesquels une comparaison extensive est possible.

6.5 Analyse des sections efficaces différentielles

Avant de regarder les spectres d'émission effectivement obtenus, nous allons rapidement recenser les évolutions que devraient a priori causer les modifications apportées au modèle. Nous en voyons principalement trois.

- L'implémentation d'une surface diffuse augmente la valeur de la section efficace géométrique et introduit un grand nombre d'événements à grand paramètre d'impact mettant en jeu des zones de faible densité. Nous nous attendons donc à ce que les réactions directes et les émissions de particules $n_a = 1$ d'énergie élevée (proche de E_{inc}) soient favorisées, principalement pour les angles avant.
- La condition supplémentaire 'CDPP' sur l'énergie d'excitation permet de limiter l'effet des fluctuations dans le remplissage de la mer de Fermi en empêchant un certain nombre de collisions indues. Son utilisation devrait notamment diminuer sensiblement, voire faire totalement disparaître, le pic observé dans les spectres d'émission à $E_{éj} = E_{inc}$ lorsque l'on utilise l'implémentation statistique du principe de Pauli. Elle devrait être sans effet pour une implémentation stricte.
- La routine d'évaporation ABLA contient une barrière coulombienne pour les protons dont la hauteur est assez proche de celle utilisée dans le modèle de cascade. Elle devrait donc faire disparaître le double pic observé dans les spectres de basse énergie.

Afin d'isoler l'influence des améliorations apportées au modèle de cascade intranucléaire de Liège entre les versions INCL3 et INCL4.1, nous allons maintenant comparer les résultats obtenus avec les deux codes pour des implémentations équivalentes du principe de Pauli. Nous nous demanderons ensuite quelle devrait être l'implémentation optimale du principe de Pauli.

Comme expliqué au paragraphe précédent, les sections efficaces présentées ci-après ont toutes été renormalisées a posteriori, en accord avec les valeurs expérimentales de σ_r, évaluées à l'aide de la formule empirique de Wellisch et Axen.

6.5.1 Spectres (p,xn)

Considérons l'exemple de la réaction $p +^{90} Zr$ à 80.5 MeV, avec une implémentation statistique du principe de Pauli (voir figure 6.2). On constate pour INCL4.1 une légère augmentation à basse énergie, difficile à interpréter, et la disparition attendue du pic en $E_n = E_{inc}$. Ce pic (visible sur le panneau de gauche) est en effet la conséquence d'événements au cours desquels la particule incidente gagne indûment de l'énergie en rentrant en collision avec un nucléon de la cible. Or, de tels événements sont explicitement empêchés

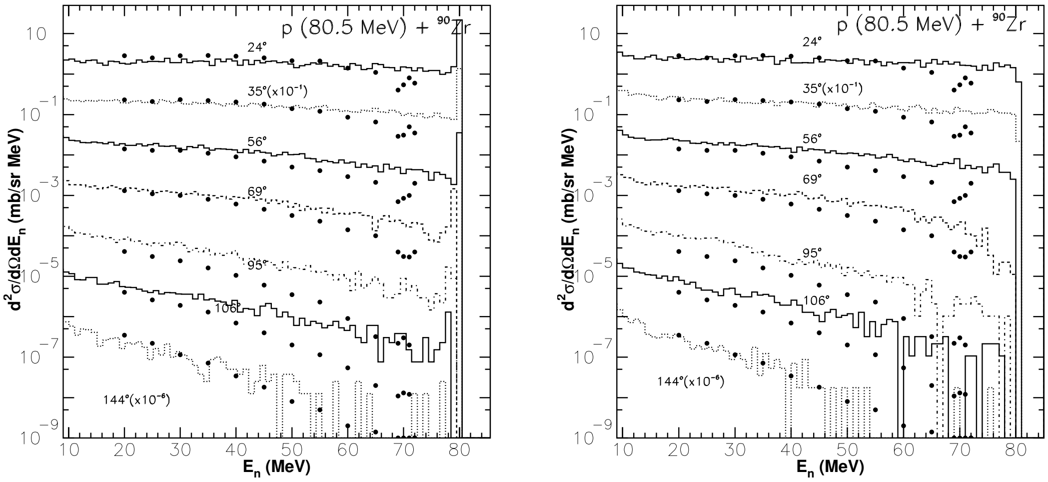

FIG. 6.2: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons obtenues pour la réaction $p+^{90}Zr$ à 80.5 MeV à l'aide du code INCL3 (panneau de gauche, $\sigma_{r,calc} = 655\ mb$) et INCL4.1 (panneau de droite, $\sigma_{r,calc} = 760\ mb$) en utilisant l'implémentation statistique du principe de Pauli. Dans les deux cas, les spectres ont été renormalisés en accord avec la valeur expérimentale de la section efficace totale de réaction. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°.

par la condition CDPP. Le pic ne peut donc plus apparaître dans les résultats obtenus avec INCL4. Remarquons néanmoins que cette disparition ne s'accompagne pas d'une diminution importante des spectres de haute énergie[4] et on observe toujours pour INCL4.1 une surestimation importante pour les éjectiles de plus de 70 MeV. Cette surestimation s'explique par l'existence d'événements au cours desquels le nucléon incident excite un nucléon du noyau-cible en le faisant passer de son état initial à un autre état de la mer de Fermi d'énergie légèrement supérieure. Les résultats obtenus pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 120 MeV sont du même ordre, avec des évolutions légèrement moins marquées (voir figure 6.3).

Regardons à présent l'évolution des résultats obtenus pour ces deux mêmes réactions avec une implémentation stricte du principe de Pauli pour toutes les collisions. Nous retrouvons alors à peu de choses près les mêmes résultats avec les deux versions du code (voir figures 6.4 et 6.5). La principale différence est une légère augmentation pour INCL4.1 des spectres de haute énergie à l'avant, causée par la prise en compte des événements de grand paramètre d'impact, et une légère augmentation des spectres de basse énergie, surtout visible sur la figure 6.4 pour la réaction $p+^{90}Zr$ à 80.5 MeV.

[4]On constate même une légère augmentation à 24° due au plus grand nombre d'événements à grand paramètre d'impact.

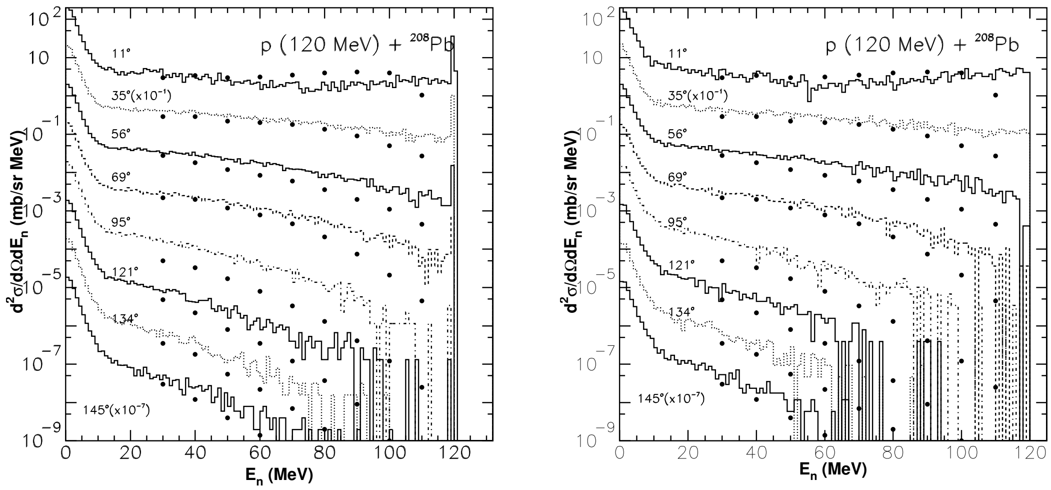

FIG. 6.3: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons obtenues pour la réaction $p +^{208} Pb$ à 120 MeV à l'aide du code INCL3 (panneau de gauche, $\sigma_{r,calc}$ = 1259 mb) et INCL4.1 (panneau de droite, $\sigma_{r,calc}$ = 1547 mb) en utilisant l'implémentation statistique du principe de Pauli. Dans les deux cas, les spectres ont été renormalisés en accord avec la valeur expérimentale de la section efficace totale de réaction. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95°.

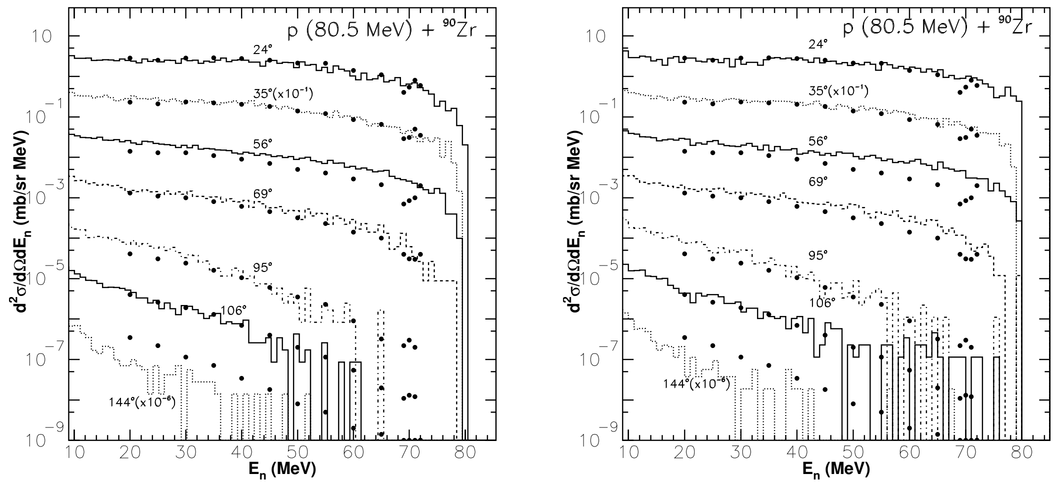

FIG. 6.4: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons obtenues pour la réaction $p +^{90} Zr$ à 80.5 MeV à l'aide du code INCL3 (panneau de gauche, $\sigma_{r,calc}$ = 584 mb) et INCL4.1 (panneau de droite, $\sigma_{r,calc}$ = 710 mb) en utilisant l'implémentation stricte du principe de Pauli. Dans les deux cas, les spectres ont été renormalisés en accord avec la valeur expérimentale de la section efficace totale de réaction. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°.

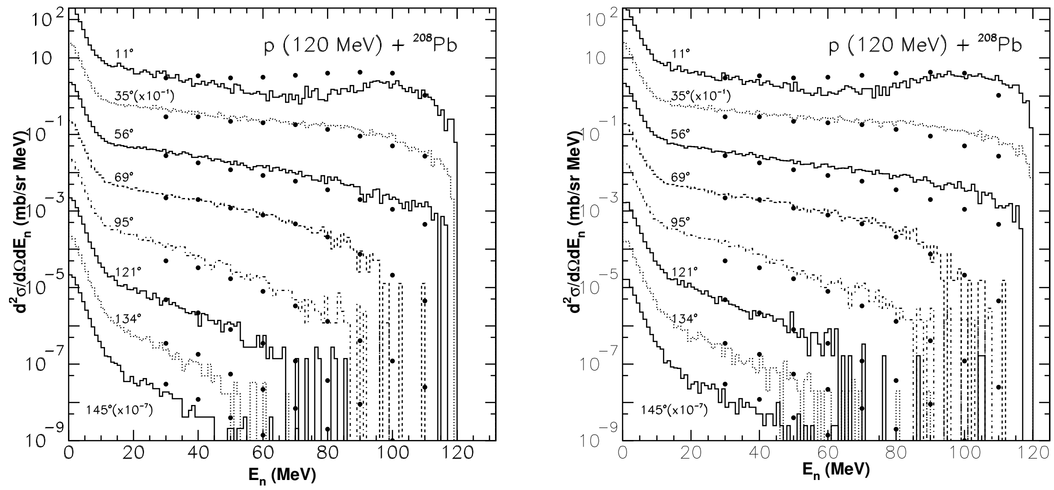

FIG. 6.5: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons obtenues pour la réaction $p +^{208} Pb$ à 120 MeV à l'aide du code INCL3 (panneau de gauche, $\sigma_{r,calc} = 1199\ mb$) et INCL4.1 (panneau de droite, $\sigma_{r,calc} = 1373\ mb$) en utilisant l'implémentation stricte du principe de Pauli. Dans les deux cas, les spectres ont été renormalisés en accord avec la valeur expérimentale de la section efficace totale de réaction. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95.

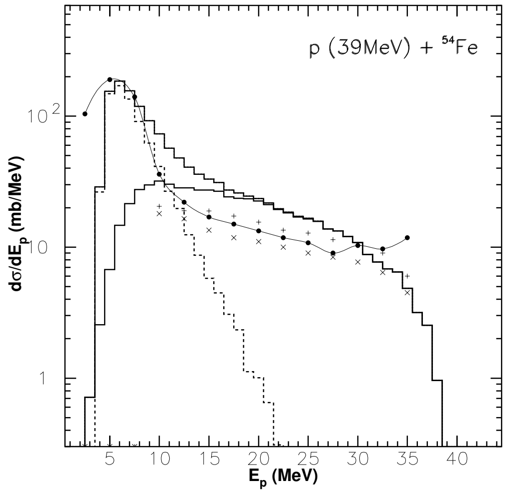

FIG. 6.6: Sections efficaces différentielles en énergie de production de protons obtenues pour la réaction $p+^{54}Fe$ à 39 MeV à l'aide du code INCL4.1 en utilisant l'implémentation stricte du principe de Pauli. Les contributions de la cascade et de la routine d'évaporation ont été explicitées. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [80] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Elles sont comparées avec les prédictions du modèle GDH où on calcule le libre parcours moyen λ_+ à l'aide de la partie imaginaire du potentiel du modèle optique (+) ou à l'aide de la section efficace nucléon-nucléon ($\times$), comme expliqué dans [78]. Ces résultats sont à comparer avec ceux du panneau de gauche de la figure 4.8.

6.5.2 Spectres (p,xp)

Nous présentons à la figure 6.6 les résultats obtenus avec le modèle INCL4.1 pour la réaction $p+^{54}Fe$ à 39 MeV. Le lecteur trouvera les spectres équivalents pour INCL3 à la figure 4.8. Les nouveaux résultats augmentent sensiblement les sections efficaces au-delà du pic d'évaporation, ce qui aggrave la surestimation déjà observée avec INCL3. En revanche, la conjonction du modèle INCL4 et de la routine d'évaporation ABLA permet un meilleur accord du pic d'évaporation entre 2 et 8 MeV.

Les résultats obtenus pour la réaction $p+^{197}Au$ à 100 MeV sont présentés dans la figure 6.7 et sont à comparer avec ceux de la figure 4.29. Pour Pauli statistique (panneaux de gauche), les spectres obtenus avec INCL4.1 sont légèrement plus élevés aux basses énergies, et aux hautes énergies pour les angles avant (si on fait abstraction de la disparition du pic $E_{éj} = E_{inc}$). Pour Pauli strict (panneaux de droite), on observe une légère augmentation des émissions de cascade à toutes les énergies, principalement à l'avant. Dans les deux cas, on constate la disparition du double pic entre 5 et 15 MeV.

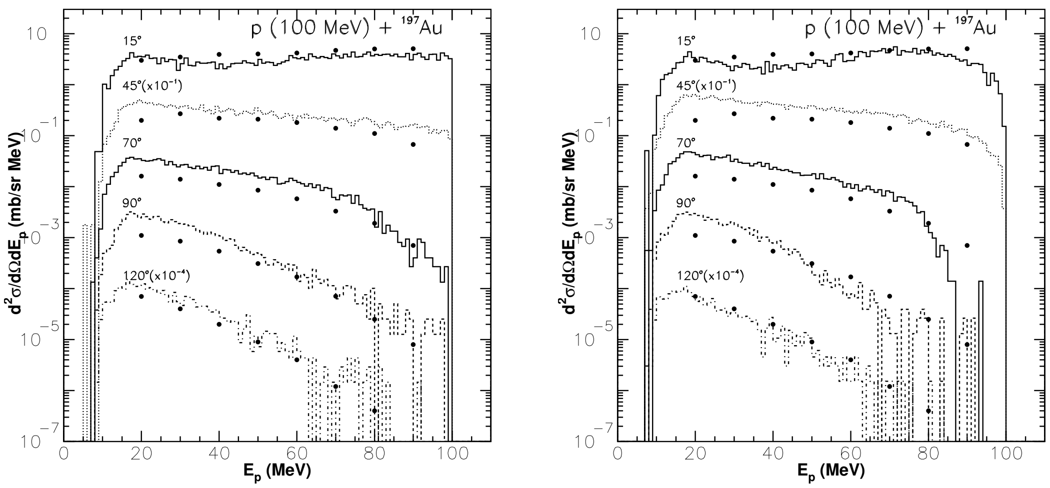

FIG. 6.7: Spectres d'émission de protons pour la réaction $p+^{197}Au$ à 100 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [90] et sont comparées avec les prédictions du modèle INCL4.1 (histogrammes) pour Pauli statistique (panneau de gauche, $\sigma_{r,calc} = 1455\ mb$) et Pauli strict (panneau de droite, $\sigma_{r,calc} = 1405\ mb$). Ces résultats sont à comparer avec ceux de la figure 4.29.

6.5.3 Spectres (n,xn)

Les résultats obtenus pour la réaction $n +^{93} Nb$ à 15 MeV sont présentés dans la figure 6.8 et sont à comparer avec ceux présentés sur le panneau de gauche des figures 4.39 et 4.40. Pour Pauli intermédiaire, les spectres de basse énergie sont augmentés et ceux de haute énergie (au-dessus de 12 MeV à l'avant et de 10 MeV à l'arrière) diminuent. Pour Pauli strict, les spectres sont légèrement augmentés à toutes les énergies.

6.6 Discussion

6.6.1 Evolution des spectres calculés

Les spectres obtenus avec INCL3 et INCL4.1 après renormalisation à la section efficace totale expérimentale sont dans l'ensemble assez proches. On peut résumer les évolutions comme suit :

1. diminution du pic d'évaporation et disparition du double pic que l'on observait par exemple figure 4.29,
2. disparition du pic en $E_{éj} = E_{inc}$ qui s'accompagne dans certains cas d'une légère diminution des émissions de haute énergie à l'avant pour une implémentation statistique,

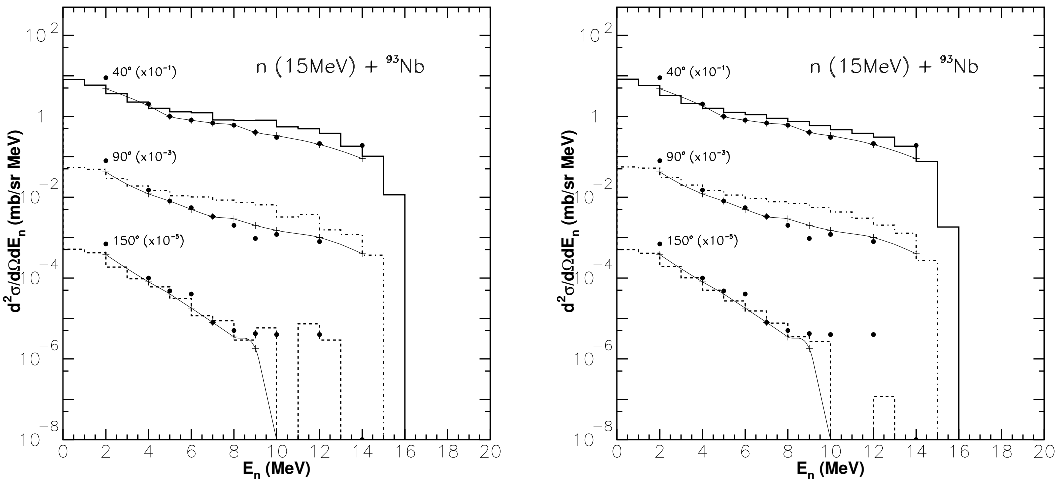

FIG. 6.8: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $n+^{93}Nb$ à 15 MeV. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [99] et sont comparées avec les prédictions du modèle INCL4.1 (histogrammes) pour Pauli intermédiaire (panneau de gauche) et Pauli strict (panneau de droite). Ces résultats sont à comparer avec ceux des panneaux de gauche des figures 4.39 et 4.40.

3. augmentation des émissions de haute énergie à l'avant (surtout visible avec l'implémentation stricte, lorsqu'elle n'est pas partiellement masquée par la précédente),

4. légère augmentation des spectres de cascade d'énergies faible et intermédiaire (jusqu'à $E_{inc}/2$ environ).

La première évolution s'explique par le changement de la routine d'évaporation (qui contient sans doute une barrière coulombienne légèrement plus haute). La deuxième provient de l'utilisation de la condition 'CDPP' tandis que la troisième trouve son origine dans une plus grande proportion d'événements quasi-élastiques périphériques (se limitant à une seule collision élémentaire). Ces deux derniers arguments agissent en sens contraire pour les spectres de haute énergie à l'avant et les modifications réellement observées dépendent de leur importance relative (qui est fonction du type de projectile et d'éjectile observé, de l'énergie incidente et de la masse A_T de la cible). La quatrième évolution ne peut pas être expliquée aussi simplement car elle concerne des éjectiles qui peuvent être émis à tous les stades de la cascade.

A l'exception de ce dernier point, les évolutions observées lorsque l'on passe du modèle INCL3 et INCL4.1 correspondent donc à ce qu'un raisonnement préalable nous avait suggéré. La question de savoir si ces évolutions résultent en une amélioration ou une détérioration de l'accord avec les données expérimentales est en revanche plus délicate à trancher.

6.6.2 Comparaison avec les données expérimentales

Lors de l'étude du modèle INCL3 à basse énergie, nous avions décidé d'utiliser par défaut l'implémentation stricte du principe de Pauli (voir paragraphe 4.2). Si nous faisons le même choix ici, l'accord obtenu est sur les réactions testées est très satisfaisant.

- Pour les réactions (p, xp), l'utilisation de la routine d'évaporation ABLA permet d'obtenir des spectres d'évaporation beaucoup plus réalistes grâce à l'utilisation de barrières coulombiennes compatibles dans les codes de cascade et d'évaporation. Néanmoins, les résultats obtenus pour la réaction $p +^{197} Au$ à 100 MeV suggèrent que la hauteur de la barrière coulombienne devrait sans doute être légèrement diminuée pour les noyaux lourds (à la fois dans les modules de cascade et d'évaporation). La légère augmentation des spectres de haute énergie tend à améliorer l'accord à l'avant. En revanche, la surestimation observée pour les énergies plus basses (inférieures à $E_{inc}/2$) est légèrement aggravée (voir les figures 6.6 et 6.7).
- Pour les réactions (p, xn), on observe une bonne dépendance en énergie à tous les angles, mais les spectres à l'arrière restent sous-estimés tandis que la surestimation observée pour les hautes énergies à l'avant est très légèrement augmentée (voir les figures 6.4 et 6.5).
- Pour les spectres (n, xn), l'accord semble légèrement moins bon à l'avant et légèrement meilleur à l'arrière (voir figure 6.8).

Si nous nous limitons à étudier les résultats pour cette implémentation stricte du principe de Pauli, nous devons donc conclure que l'implémentation d'une surface diffuse pour le noyau n'a pas résulté en une amélioration (ni d'ailleurs une dégradation) sensible de l'accord global des spectres calculés avec les données expérimentales.

Regardons à présent les résultats obtenus avec l'implémentation statistique pour la réaction $p +^{54} Fe$ à 39 MeV. L'accord obtenu pour le spectre en énergie d'émission de protons est très bon (voir le panneau de gauche de la figure 6.1) car la condition CDPP fait disparaître le pic en $E_{éj} = E_{inc}$ qui était l'un des principaux défauts de l'implémentation statistique. La même conclusion peut être tirée sur les sections efficaces doublement différentielles pour la réaction $p +^{197} Au$ à 100 MeV (voir figure 6.7). Sur ces deux réactions, l'implémentation statistique semble d'ailleurs préférable à l'implémentation stricte. Ce n'est plus le cas pour les spectres (p, xn). Comme on le voit sur les figures 6.2 et 6.3 pour les réactions $p +^{90} Zr$ à 80.5 MeV et $p +^{208} Pb$ à 120 MeV respectivement, la condition CDPP ne semble jouer que sur le dernier "bin" de l'histogramme et la surestimation observée pour les grandes énergies à l'avant reste donc importante.

Les changements constatés dans les spectres calculés étant somme toute assez modestes, la plupart des enseignements que nous avons tirés de l'étude extensive des résultats effectuée au chapitre 4 sont toujours valables. Comme de plus, les évolutions observées dans les résultats de simulation présentent une grande cohérence, il ne nous est pas apparu indispensable de multiplier ici les exemples et nous avons préféré nous focaliser sur les nouvelles possibilités offertes par le modèle INCL4 pour améliorer l'accord, notamment via une nouvelle implémentation du principe de Pauli.

6.6.3 Implémentation intermédiaire du principe de Pauli

Comme c'était déjà le cas avec le modèle INCL3, chacune des deux implémentations de base du principe de Pauli présente des avantages et il serait intéressant de tenter de combiner ceux-ci grâce à une implémentation intermédiaire. Suivant le même raisonnement qu'au paragraphe 4.7.1, nous avons créé l'implémentation intermédiaire (ou '1col') du principe de Pauli en utilisant l'implémentation stricte pour la première collision et l'implémentation statistique pour les collisions ultérieures. L'amélioration observée par rapport aux résultats obtenus avec l'implémentation statistique pour la réaction $p +^{90} Zr$ à 80.5 MeV est très nette pour $\theta < 50°$, où l'implémentation intermédiaire permet de reproduire les données expérimentales (voir le panneau de droite de la figure 6.9, à comparer au panneau de droite de la figure 6.2). Pour les spectres de haute énergie à des angles plus élevés, on constate également une diminution sensible, mais qui reste insuffisante pour résorber la surestimation observée. Ce résultat indique que les lacunes présentes dans la mer de Fermi et responsables de cette surestimation se manifestent au-delà de la première collision. Par ailleurs, l'implémentation intermédiaire permet d'augmenter sensiblement les sections efficaces à l'arrière, qui étaient nettement sous-estimées avec l'implémentation stricte (voir le panneau de droite de la figure 6.4).

Les effets de l'implémentation '1col' sont donc tout à fait similaires à ce qu'ils étaient pour la version INCL3 du modèle. Les résultats obtenus avec les deux codes pour ce Pauli intermédiaire sont d'ailleurs assez proches. Si on excepte la disparition du pic résiduel provenant des réinteractions (voir paragraphe 4.7.1), les différences sont limitées à une très légère augmentation des émissions de haute énergie à l'avant, comme le montre une comparaison des deux panneaux de la figure 6.9.

6.6.4 Conclusions et perspectives

L'adjonction au modèle de cascade intranucléaire de Liège d'une surface diffuse pour le noyau représente un progrès fondamental pour les réactions de haute énergie puisqu'il dote le modèle d'un véritable pouvoir prédictif pour les sections efficaces totales de réaction et, en conséquence, pour toutes les sections efficaces qui s'en déduisent. Il n'est donc pas ici question de le remettre en cause. En revanche, prenant l'adjonction de la surface diffuse comme un acquis, nous devons étudier comment optimiser les résultats que l'on peut obtenir à basse énergie avec le modèle INCL4 sans dégrader l'accord déjà observé par ailleurs pour les plus hautes énergies.

Dans cette optique, il faut sans doute commencer par se demander pourquoi l'adjonction d'une surface diffuse ne suffit pas à prédire les sections efficaces totales de réaction à basse énergie. Quels sont les phénomènes non pris en compte par le modèle et qui apparaissent lorsque l'énergie incidente diminue ?

- Les réactions cohérentes, élastiques ou inélastiques, sont proportionnellement de plus en plus fréquentes. Les spectres expérimentaux sont donc de moins en moins réductibles aux réactions incohérentes simulées par le modèle de cascade intranucléaire.
- Le traitement de la réaction nucléon-noyau comme un processus de diffusion multiple devient sujet à caution (voir l'introduction du chapitre 4).

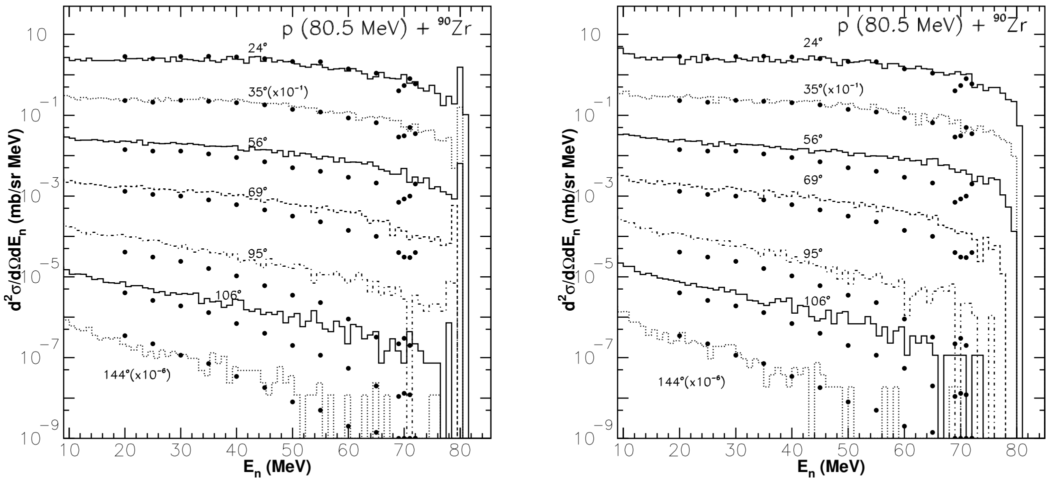

FIG. 6.9: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons obtenues pour la réaction $p +^{90} Zr$ à 80.5 MeV à l'aide du code INCL3 (panneau de gauche) et INCL4.1 (panneau de droite) en utilisant l'implémentation intermédiaire du principe de Pauli. Dans les deux cas, les spectres ont été renormalisés en accord avec la valeur expérimentale de la section efficace totale de réaction. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°.

– Le traitement de la particule incidente comme un point ponctuel devient de plus en plus discutable. En particulier, la valeur de sa longueur d'onde de Broglie $\lambda\!\!\!^{-}_B$ augmente, ce qui cause une augmentation de la section efficace géométrique effective (que l'on peut évaluer grâce à l'expression $\pi(R_{noyau} + \lambda\!\!\!^{-}_B)^2$).

Les limitations mentionnées aux premier et deuxième points sont typiques des modèles de cascade intranucléaire et on ne peut y remédier sans en remettre en cause les principes fondamentaux. Le troisième point semble a priori le plus important et il nous apparaît que les évolutions observées pour la section efficace totale de réaction lorsque l'énergie incidente diminue (voir annexe D) peuvent sans doute s'expliquer par une conjonction de cet étalement de la fonction d'onde du projectile incident et de l'augmentation des contraintes imposées par le principe d'exclusion de Pauli et la barrière coulombienne (dans le cas des protons incidents) qui inhibent les réactions à très basse énergie. Cet effet d'étalement peut a priori être sommairement pris en compte en multipliant a posteriori la section efficace totale de réaction obtenue par un facteur $\left(\frac{R_{max}+\lambda\!\!\!^{-}_B}{R_{max}}\right)^2$ avec $\lambda\!\!\!^{-}_B = \hbar/\sqrt{(E_{inc}+M)^2 - M^2}$. On constate d'ailleurs que ce calcul simple permet de se rapprocher des valeurs expérimentales de la section efficace totale de réaction. On peut également envisager de prendre une valeur plus élevée pour b_{max} et de tenir compte de l'extension de la fonction d'onde représentant le projectile incident, via par exemple une modification du calcul de la distance minimale d'interaction au cours du remplissage de la matrice des temps. Il serait néanmoins difficilement justifiable de tenir compte de ce phénomène d'étalement de la fonction d'onde pour la première collision d'un événement uniquement, alors que l'approximation ponctuelle est a priori encore moins valide pour les collisions ultérieures.

6.7 Mesure du taux d'occupation f_α dans INCL4

L'implémentation standard du principe de Pauli dans le modèle INCL4 reprend littéralement l'implémentation statistique de INCL3, à laquelle s'ajoute la condition CDPP. La modélisation du noyau ayant changé, ce choix nous est apparu comme critiquable. Nous allons à présent le discuter.

6.7.1 Rappel sur l'implémentation statistique dans INCL3

Le rayon du noyau vaut $R_{noyau} = r_0 * (A_T)^{\frac{1}{3}}$ avec $r_0 = 1.12\ fm$. L'impulsion de Fermi est égale à $p_F = 270.34\ MeV/c$. Le volume total de la portion de l'espace de phase accessible aux nucléons constituant la cible est donc :

$$(\frac{4}{3}\pi)^2(\frac{R_{noyau}p_F}{h})^3 \sim \frac{A_T}{4}h^3$$

Chaque cellule (complète) de volume h^3 peut donc a priori contenir environ 4 nucléons (de spin et isospin différents), et ce quelle que soit sa position. Si on néglige toute considération de spin et d'isospin, la distribution de densité de population dans l'espace de phase est donnée par l'équation (3.3) :

$$f(\vec{r},\vec{p}) = A_T\frac{\theta_H(R_{noyau}-r)\theta_H(p_F-p)}{(\frac{4\pi}{3})^3R^3_{noyau}p^3_F} \sim \frac{4}{h^3}\theta_H(R_{noyau}-r)\theta_H(p_F-p). \tag{6.8}$$

La mesure du taux d'occupation f_α au point $(\vec{r_{1\alpha}}, \vec{p_{1\alpha}})$ s'effectue alors comme suit. On construit une zone de test formée du produit de deux sphères de rayon r_{test} et p_{test} centrées respectivement en $\vec{r_{1\alpha}}$ et $\vec{p_{1\alpha}}$. Son volume est exprimé en unités de h^3 selon

$$Vol = (\frac{4}{3}\pi)^2(\frac{r_{test}p_{test}}{h})^3.$$

Par défaut, le rayon de la sphère de test dans l'espace r est $r_{test} = 2\ fm$ et celui dans l'espace p est $p_{test} = 200 MeV/c$. Dans le cas du ^{208}Pb, on obtient alors $Vol = 0.59$. On compte ensuite le nombre n_α de nucléons d'isospin I_α compris à l'intérieur de ce volume. On s'attend à ce que ce nombre vaille en moyenne $2Vol = 2 * 0.59 = 1.18$.

On définit alors le taux d'occupation[5] f_α (qui est aussi la probabilité partielle que le nucléon α puisse occuper le point $(\vec{r_{1\alpha}}, \vec{p_{1\alpha}})$ de l'espace de phase) comme

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha}{2Vol}, \tag{6.9}$$

toutes les valeurs supérieures à 1 étant ramenées à 1. On retrouve donc l'expression habituelle du taux d'occupation. Il est censé valoir 1 en moyenne pour $|\vec{r_{1\alpha}}| < |R_{noyau}|$ et $|\vec{p_{1\alpha}}| < |p_F|$[6].

6.7.2 Adaptation de la mesure de f_α pour INCL4

Dans INCL4, si nous voulons également garantir $< f_\alpha >= 1$ pour $|\vec{r_{1\alpha}}| < |R_{noyau}|$ et $|\vec{p_{1\alpha}}| < |p_F|$, il faut utiliser une définition de f_α différente de celle de l'équation (6.9). Pour voir quelle devrait être sa forme, nous allons proposer une interprétation plus générale de l'équation (6.9), basée sur la relation entre la distribution théorique $f(\vec{r}, \vec{p})$ et sa réalisation événement par événement $\rho(\vec{r}, \vec{p})$ (voir également l'annexe A).

Nous pouvons en effet voir l'équation (6.9) comme résultant de la comparaison du nombre n_α de nucléons d'isospin I_α effectivement présents dans le volume de test avec le nombre attendu de ces nucléons dans le même volume. Cette dernière valeur se calcule aisément en intégrant la distribution de densité théorique $f^I(\vec{r}, \vec{p})$ des nucléons d'isospin adéquat. Nous pouvons donc écrire :

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha}{\int_{Vol.\ test} f^I(\vec{r}, \vec{p}) d\vec{r} d\vec{p}}. \tag{6.10}$$

Si, en première approximation[7], nous prenons

$$f^I(\vec{r}, \vec{p}) \sim f(\vec{r}, \vec{p})/2 = \frac{2}{h^3}\theta_H(R_{noyau} - r)\theta_H(p_F - p)$$

[5] Il faut éviter de confondre f_α, et $f(\vec{r}, \vec{p})$, qui est la distribution théorique de densité de population. Ces deux notations étant fixées par l'usage, je les ai conservées ici.

[6] Les raisons pour lesquelles cette valeur n'est pas atteinte en pratique ont été discutées en détail au paragraphe 4.4.4.

[7] Cette expression correspond à la valeur théorique de la densité pour un gaz de Fermi, mais pas à la valeur effectivement réalisée lors de l'initialisation du noyau par le code de calcul.

et si le volume de test est entièrement compris à l'intérieur de la zone où $f(\vec{r},\vec{p})$ est non nulle[8], nous retrouvons l'équation (6.9)

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha}{2Vol}, \tag{6.11}$$

puisque Vol est par définition la taille du volume de test exprimée en unités de h^3. L'équation (6.9) peut donc être vue comme un cas particulier de l'équation (6.10).

Nous renvoyons le lecteur à l'annexe A pour une présentation formelle du principe de la mesure de f_α qui permet d'unifier en un seul formalisme l'ensemble des méthodes évoquées au cours de ce travail et d'éclaircir, si besoin est, le raisonnement que nous avons suivi.

6.7.3 Prise en compte des variations de la distribution de densité et des effets de surface

Comme nous l'avons déjà signalé, la version standard du modèle INCL4 calcule f_α en utilisant l'équation (6.9). Ce choix ne peut garantir l'obtention de $< f_\alpha >\sim 1$ en tout point de la distribution initiale que si $f^I(\vec{r},\vec{p})$ est constant en tout point de cette distribution. Or, le code INCL4 utilise pour $f^I(\vec{r},\vec{p})$ l'expression (3.7), qui n'est pas uniforme en $\vec{p}$. Nous la réécrivons en explicitant la dépendance en isospin (A_T^I vaut N_T ou Z_T selon le type de nucléon que l'on considère) :

$$f^I(\vec{r},\vec{p}) = A_T^I \frac{\theta_H(R(p)-r)\theta_H(p_F-p)}{(\frac{4\pi}{3})^3 R^3(p) p_F^3}. \tag{6.12}$$

Cette équation décrit la distribution de densité qui est effectivement utilisée lors de l'initialisation du noyau.

Dans ces conditions, l'utilisation de l'équation (6.9) ne garantit plus $< f_\alpha >\sim 1$ en tout point. Nous allons donc repartir de l'équation plus générale (6.10), dans laquelle nous introduisons l'expression (6.12). Ce choix devrait permettre de tenir compte naturellement des effets de surface et des variations de $f(\vec{r},\vec{p})$ en fonction de $\vec{p}$. Le dénominateur de l'équation (6.10), que nous nommons $Integ$, peut s'écrire :

$$Integ = \int_{Vol.\ test} f^I(\vec{r},\vec{p}) d\vec{r} d\vec{p} = \int_{Vol.\ test} \frac{A_T^I\ \theta_H(R(p)-r)\theta_H(p_F-p)}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 R^3(p) p_F^3} d\vec{r} d\vec{p},$$

où l'intégrale porte sur le volume de test constitué du produit de deux sphères dans les espaces $\vec{r}$ et $\vec{p}$, centrées en $\vec{r_0}$ et $\vec{p_0}$[9] et de rayon r_{test} et p_{test} respectivement. On peut écrire :

$$Integ = \int d\vec{r} \int d\vec{p} \frac{A_T^I \theta_H(p_F-p)\theta_H(R(p)-r)}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 R^3(p) p_F^3} \theta_H(r_{test} - |\vec{r}-\vec{r_0}|)\theta_H(p_{test} - |\vec{p}-\vec{p_0}|),$$

[8] Dans le cas contraire, une correction du premier ordre est appliquée, comme expliqué au paragraphe 4.4.2.

[9] Nous reprenons ici les notations de l'annexe A. Nous aurions aussi pu utiliser la notation $\vec{r_{1\alpha}}$ et $\vec{p_{1\alpha}}$ utilisée au début de ce paragraphe.

ou encore

$$Integ = \int_0^{p_F} \vec{dp} \int_0^{R(p)} \frac{A_T^I}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 R^3(p) p_F^3} \theta_H(r_{test} - |\vec{r} - \vec{r_0}|)\theta_H(p_{test} - |\vec{p} - \vec{p_0}|)\vec{dr},$$

ce qui donne

$$Integ = \frac{A_T^I}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 p_F^3} \int_0^{P_F} \frac{\vec{dp}}{R^3(p)} \theta_H(p_{test} - |\vec{p} - \vec{p_0}|) \int_0^{R(p)} \theta_H(r_{test} - |\vec{r} - \vec{r_0}|)\vec{dr}. \quad (6.13)$$

Cette expression est valable même si le volume de test comprend des zones où la densité est a priori nulle (par exemple des zones du type $|\vec{r}| > R(p)$, ou $|\vec{p}| > p_F$ en début de cascade). La deuxième intégrale de l'équation (6.13) correspond au volume $VolR$ de l'intersection de la sphère de test dans l'espace $\vec{r}$ et de la sphère de rayon $R(p)$ accessible aux nucléons d'impulsion p. Si $|\vec{r_0}| + r_{test} < R(p)$, ce volume vaut $VolR = \frac{4}{3}\pi r_{test}^3$. Si $|\vec{r_0}| - r_{test} > R(p)$, il vaut 0. Dans les autres cas, il faut évaluer la grandeur du volume commun aux deux sphères. Si on place les centres des deux sphères sur l'axe $\vec{e_z}$, leur intersection est un cercle dont la position est donnée par l'équation :

$$\left\{ \begin{array}{l} z = \frac{R^2(p) + |\vec{r_0}|^2 - r_{test}^2}{2|\vec{r_0}|} \equiv za \\ x^2 + y^2 = R^2(p) - za^2 \end{array} \right. \quad (6.14)$$

En conséquence, le volume commun aux deux sphères peut alors être évalué par l'expression

$$\begin{aligned} VolR &= \pi \left(\frac{4}{3} r_{test}^3 - r_{test}^2 (r_{test} - za + |\vec{r_0}|) + \frac{r_{test}^3 - (za - |\vec{r_0}|)^3}{3} \right. \\ &\quad \left. + R(p)^2 (R(p) - za) - \frac{R(p)^3 - za^3}{3} \right) \quad si\ |\vec{r_0}| + r_{test} > R(p) > |\vec{r_0}| - r_{test} \\ &= \frac{4}{3}\pi r_{test}^3 \quad si\ |\vec{r_0}| + r_{test} < R(p) \\ &= 0 \quad si\ |\vec{r_0}| - r_{test} > R(p) \end{aligned}$$

En résumé, la seconde intégrale de (6.13) vaut $VolR$, qui est une fonction de $|\vec{r_0}|, R(p)$ et r_{test}. On écrit donc :

$$Integ = \frac{A_T^I}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 p_F^3} \int_0^{p_F} \frac{\vec{dp}}{R^3(p)} \theta_H(p_{test} - |\vec{p} - \vec{p_0}|)\ VolR(|\vec{r_0}|, R(p), r_{test}). \quad (6.15)$$

Malheureusement, il n'existe pas de formule analytique pour $R(p)$ et il faut à ce stade faire des hypothèses simplificatrices. Dans l'expression ci-dessus, la fonction "échelon" de Heaviside $\theta_H(p_{test} - |\vec{p} - \vec{p_0}|)$ garantit que seuls interviennent dans l'intégrale les points $\vec{p}$

tels que $|\vec{p}|$ est compris entre $p_0 - p_{test}$ et $p_0 + p_{test}$ (avec $p_0 = |\vec{p_0}|$). L'approximation la plus simple est dès lors de poser $R(p) \sim R(p_0)$ dans cette zone[10]. Nous obtenons alors :

$$Integ = \frac{A_T^I}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 p_F^3 R^3(p_0)} VolR(|\vec{r_0}|, R(p_0), R_{test}) VolP(|\vec{p_0}|, p_F, p_{test}), \tag{6.16}$$

où $VolP$ est une expression analogue à celle de $VolR$ moyennant les substitutions $r_{test} \rightarrow p_{test}$, $\vec{r_0} \rightarrow \vec{p_0}$ et $R(p) \rightarrow p_F$, soit :

$$\begin{aligned}
VolP &= \pi \left(\frac{4}{3} p_{test}^3 - p_{test}^2 (p_{test} - za' + |\vec{p_0}|) + \frac{p_{test}^3 - (za' - |\vec{p_0}|)^3}{3} \right. \\
&\quad \left. + p_F^2 (p_F - za') - \frac{p_F^3 - za'^3}{3} \right) \quad si\ |\vec{p_0}| + p_{test} > p_F > |\vec{p_0}| - p_{test} \\
&= \frac{4}{3} \pi p_{test}^3 \quad si\ |\vec{p_0}| + p_{test} < p_F \\
&= 0 \quad si\ |\vec{p_0}| - p_{test} > p_F
\end{aligned}$$

avec $za' = \frac{p_F^2 + |\vec{p_0}|^2 - p_{test}^2}{2|\vec{p_0}|}$.

Regroupant les expressions (6.10) et (6.16), nous obtenons alors

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 p_F^3 R^3(p_0)}{A_T^I VolR(|\vec{r_0}|, R(p_0), r_{test}) VolP(|\vec{p_0}|, p_F, p_{test})}, \tag{6.17}$$

qui remplace l'équation (6.9) utilisée précédemment.

Nous avons implémenté cette nouvelle forme de la mesure de f_α dans le code de cascade INCL4. En accord avec ce que nous avons fait pour INCL3, nous avons également utilisé un principe de Pauli strict pour la première collision. Les valeurs de σ_r que nous obtiendrons seront donc semblables à celles obtenues avec l'implémentation stricte.

6.7.4 Définition de l'implémentation corrigée du principe de Pauli

Dans le cadre du modèle INCL4, nous appelons "implémentation corrigée" l'implémentation intermédiaire pour laquelle nous utilisons l'implémentation stricte pour la première collision et l'implémentation statistique pour les collisions ultérieures. Pour ces dernières,

[10] Partant de l'observation que la fonction $R(p)$ est quasiment linéaire sur une large plage de valeurs de p, on pourrait améliorer légèrement la précision en utilisant une approximation de la fonction $R(p)$ par une droite passant par les points $(|p_0| - p_{test}, R(|p_0| - p_{test}))$ et $(|p_0| + p_{test}, R(|p_0| + p_{test}))$. Cette approximation mène à une expression pour $Integ$ trop complexe pour être reproduite ici, mais qui pourrait être implémentée sans difficultés dans le code de calcul. L'effet de ce raffinement sur les prédictions du modèle serait cependant très faible.

les taux d'occupation sont évalués à l'aide de l'équation (6.17). De plus, selon un raisonnement similaire à celui de la page 129, les rayons des sphères de test dans les espaces $\vec{r}$ et $\vec{p}$ sont choisis de manière à respecter l'équation

$$\frac{r_{test}}{p_{test}} = \frac{R(|p_{1\alpha}|)}{p_F} \tag{6.18}$$

Nous allons maintenant présenter quelques résultats significatifs obtenus avec cette implémentation corrigée du principe de Pauli.

6.7.5 Résultats obtenus

Les spectres calculés pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 120 MeV sont présentés dans le panneau de droite de la figure 6.10. Si on les compare à ceux obtenus avec l'implémentation statistique standard (voir le panneau de droite de la figure 6.3), on constate une amélioration de l'accord à tous les angles et à toutes les énergies, et principalement pour les hautes énergies à l'avant. Si on les compare à ceux obtenus avec l'implémentation stricte (voir le panneau de droite de la figure 6.5), on constate qu'ils sont dans l'ensemble assez proches, avec un accord légèrement meilleur à l'arrière pour l'implémentation corrigée et légèrement moins bon pour les hautes énergies. Enfin, les spectres obtenus avec les deux implémentations corrigées pour INCL3 et INCL4.1 (voir les deux panneaux de la figure 6.10) sont très proches et diffèrent essentiellement par une légère augmentation des spectres de haute énergie à l'avant. Les résultats obtenus avec INCL3 semblent en conséquence légèrement meilleurs.

Les résultats obtenus pour la réaction $p+^{197}Au$ à 100 MeV sont présentés dans le panneau de droite de la figure 6.11. Si on les compare à ceux obtenus avec l'implémentation statistique standard (voir le panneau de gauche de la figure 6.7), on constate une amélioration de l'accord à haute énergie, mais une légère dégradation pour les énergies inférieures à 50 MeV à l'avant. Si on compare les résultats obtenus avec les deux implémentations corrigées (voir figure 6.11), on constate pour INCL4 la disparition du "double pic" en $E_{éj} \sim 7\ MeV$, une augmentation des spectres de haute énergie à l'avant et de ceux de basse énergie, juste au-delà du pic d'évaporation. Les résultats obtenus avec INCL4 semblent donc meilleurs à l'avant et un peu moins bons à l'arrière.

Enfin, les résultats obtenus pour la réaction $p+^{54}Fe$ à 39 MeV sont très proches de ceux obtenus avec l'implémentation stricte (voir figure 6.12, à comparer avec la figure 6.6).

6.7.6 Remarque sur les collisions périphériques

L'existence d'une surface diffuse rend possibles des événements qu'il convient de traiter explicitement. Lorsqu'une collision entre deux nucléons est prévue, le programme détermine la position qu'occuperaient les deux nucléons impliqués dans l'espace de phase si la collision était acceptée, et particulièrement les nouvelles valeurs $p_{\vec{final}}$ de leur impulsion puisque l'on suppose toujours que la position des nucléons dans l'espace réel ne change pas au cours de la collision. Dans certains cas, l'état final d'un des deux nucléons impliqués peut se situer dans une zone interdite, c'est-à-dire telle que $|\vec{r}| > R(p_{final})$. Lorsque le cas se présente, le programme effectue a posteriori une relocalisation du nucléon selon :

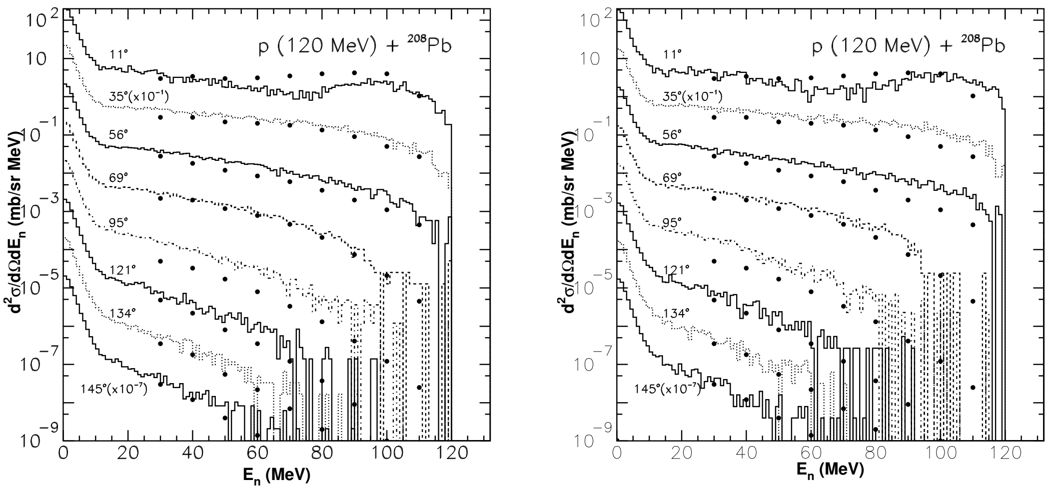

FIG. 6.10: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons obtenues pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 120 MeV à l'aide du code INCL3 (panneau de gauche) et INCL4.1 (panneau de droite) en utilisant l'implémentation corrigée du principe de Pauli. Dans les deux cas, les spectres ont été renormalisés en accord avec la valeur expérimentale de la section efficace totale de réaction. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [85] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Les auteurs de [85] annoncent en outre une probable sous-estimation d'un facteur 1.5 à 2 de leurs mesures des sections efficaces à 95 et 106°.

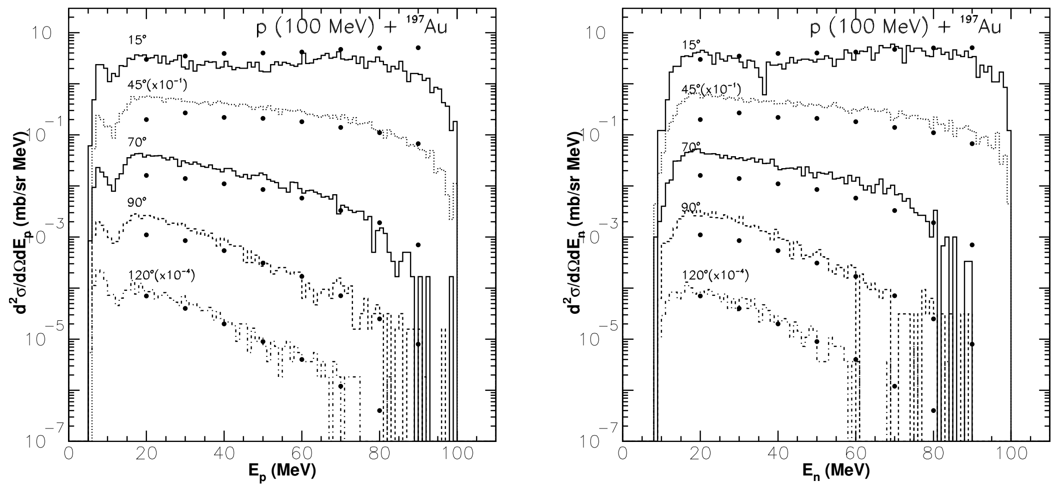

FIG. 6.11: Sections efficaces doublement différentielles de production de neutrons obtenues pour la réaction $p+^{197}Au$ à 100 MeV à l'aide du code INCL3 (panneau de gauche) et INCL4.2 (sans absorptions forcées, panneau de droite) en utilisant l'implémentation corrigée du principe de Pauli. Dans les deux cas, les spectres ont été renormalisés en accord avec la valeur expérimentale de la section efficace totale de réaction. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [90] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%.

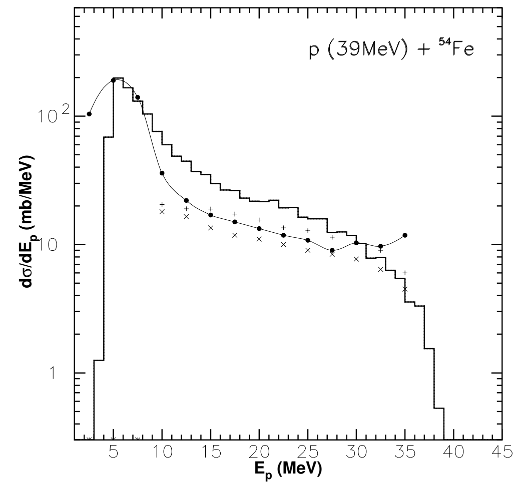

FIG. 6.12: Sections efficaces différentielles en énergie de production de protons obtenues pour la réaction $p+^{54}Fe$ à 39 MeV à l'aide du code INCL4.1 en utilisant l'implémentation corrigée du principe d'exclusion de Pauli. Les données expérimentales (cercles noirs) sont tirées de [80] et annoncées avec une incertitude d'environ 20%. Elles sont comparées avec les prédictions du modèle GDH où on calcule le libre parcours moyen λ_+ à l'aide de la partie imaginaire du potentiel du modèle optique (+) ou à l'aide de la section efficace nucléon-nucléon ($\times$), comme expliqué dans [78].

$$\vec{r} \to \frac{R(p_{final})}{|\vec{r}|}\vec{r}$$

Dès lors, où doit-on évaluer le taux d'occupation f_α ? Le programme l'évalue en $\vec{r}$, c'est-à-dire à l'endroit où la collision se produit effectivement. Cela a comme conséquence que les densités de population mesurées sont très faibles puisqu'aucun nucléon ne peut peupler les régions de l'espace $(\vec{r}, \vec{p})$ telles que $|\vec{r}| > R(|\vec{p}|)$. Bien qu'il semble à première vue raisonnable d'échantillonner l'espace $\vec{r}$ à l'endroit où la collision se produit, il paraîtrait tout aussi logique que la mesure s'effectue au point qui correspondrait à la position finale effective du nucléon subissant la collision, c'est-à-dire $\frac{R(p_{final})}{|\vec{r}|}\vec{r}$.

Nous nous contentons ici de signaler cette caractéristique du modèle sans la développer plus avant car l'utilisation d'une implémentation stricte pour la première collision diminue fortement son influence pratique sur les résultats obtenus.

6.8 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons rappelé les deux modifications principales introduites dans le code INCL4 : l'ajout d'une surface diffuse pour le noyau-cible et l'implémentation d'une condition supplémentaire, appelée 'CDPP', pour l'acceptation des collisions. Nous avons ensuite montré que, contrairement à ce que l'on observe à plus haute énergie, l'adjonction d'une surface diffuse ne permet pas de donner au modèle un pouvoir prédictif sur les sections efficaces totales de réaction pour des énergies incidentes inférieurs à 200 MeV environ. Nous discutons des causes possibles de cet échec au paragraphe 6.6.4. Pour y remédier, le code INCL4.2 transforme un certain nombre d'événements transparents en absorptions forcées. Nous avons montré sur un exemple (le seul à basse énergie pour lequel nous disposons de données fiables relatives au pic d'évaporation) que cette procédure résultait en une surestimation du nombre d'éjectiles d'évaporation et une sous-estimation du nombre d'éjectiles de cascade. En conséquence, nous avons conclu que, partout où cela était possible, il était plus indiqué de renormaliser a posteriori les sections efficaces obtenues en accord avec la valeur expérimentale de la section efficace totale. C'est la raison pour laquelle la plupart de nos calculs ont été effectués avec la version INCL4.1 du modèle, qui n'introduit pas d'absorptions forcées.

Nous avons ensuite regardé les résultats obtenus avec le code INCL4 pour les spectres d'émission de protons et de neutrons sur quelques réactions illustratives. Nous avons montré que, à implémentation équivalente du principe d'exclusion de Pauli, les évolutions sont systématiques, et généralement de faible amplitude (à l'exception de la disparition du pic non-physique en $E_{éj} = E_{inc}$ visible par exemple sur la figure 6.2). En conséquence, l'accord général avec les données expérimentales atteint avec le code INCL4 est en gros identique à celui atteint avec le code INCL3 et les principaux points de désaccord recensés au chapitre 4 sont encore observés.

Nous avons également introduit une nouvelle implémentation du calcul du taux d'occupation f_α car il nous semblait important que celui-ci tienne compte du détail de la modélisation du noyau et principalement du fait que la distribution de densité $f(\vec{r}, \vec{p})$ n'y est pas uniforme. Cette implémentation permet d'augmenter la valeur moyenne des taux d'occupation mesurés dans le noyau-cible (non-excité) et donc de reproduire plus efficacement la dynamique de la dépopulation dans un gaz de Fermi (voir page 83). Les spectres d'émission obtenus avec cette nouvelle implémentation ont montré une amélioration substantielle des résultats. Nous recommandons donc, au moins à basse énergie, l'utilisation de l'implémentation dite 'corrigée' du principe de Pauli qui est explicitement définie au paragraphe 6.7.4. Nous pouvons donc tirer la conclusion fondamentale suivante.

Le modèle de cascade intranucléaire de Liège dans sa version INCL4 avec l'implémentation intermédiaire 'corrigée' du principe d'exclusion de Pauli permet de traiter de manière satisfaisante les réactions nucléon-noyau à toutes les énergies comprises entre 25 MeV et 2 GeV, moyennant une simple renormalisation des sections efficaces totales de réaction à basse énergie (en-dessous de $E_{inc} = 200\ MeV$ environ).

Chapitre 7

Etude du comportement du code INCL aux énergies "intermédiaires"

7.1 Introduction

Le but de ce chapitre est l'étude des réactions d'énergie intermédiaire. Par "énergie intermédiaire", nous entendons ici des énergies incidentes comprises entre 150 et 800 MeV environ. Cette séparation du spectre en énergies basses, intermédiaires et hautes est bien évidemment arbitraire et s'explique essentiellement par la séparation faite historiquement entre les différents régimes de la réaction nucléon-noyau, comme expliqué au chapitre 2. Une autre raison, objective celle-là, pourrait expliquer que nous consacrions un chapitre particulier aux réactions pour lesquelles l'énergie intermédiaire est supérieure à 150 MeV : l'apparition de phénomènes inélastiques. Ces derniers sont pris en compte dans le modèle INCL via la création de résonances Δ et de pions au cours des collisions élémentaires nucléon-nucléon. Grâce au mouvement de Fermi, l'émission de pions est possible dans le modèle de cascade pour des énergies incidentes d'environ 120 MeV mais leur nombre est négligeable en-dessous de 200 MeV.

Remarquons néanmoins que des réactions à ces énergies ont déjà été évoquées au chapitre 4. Les figures 4.6, 4.7 et 4.11, par exemple, sont relatives à des réactions pour lesquelles l'énergie incidente vaut 160, 256 et 200 MeV, respectivement. Ce choix s'expliquait le plus souvent par l'envie d'exploiter dans un même chapitre les mesures relevant d'une même série d'expériences ou par l'envie de permettre au lecteur de juger directement de l'évolution des résultats en fonction de l'énergie, sans devoir se référer à un autre chapitre.

Les spectres expérimentaux fiables dans le domaine des énergies intermédiaires sont assez rares (voir [66] pour un relevé) et ce n'est que récemment que les expérimentateurs s'y sont réellement intéressés, en particulier depuis que les applications possibles dans le domaine du traitement des déchets nucléaires ou de la création de systèmes hybrides se sont précisées. En conséquence, le corpus de données dont nous disposons est assez réduit. Nous allons dans ce chapitre nous concentrer sur deux séries récentes d'expériences. La première nous a particulièrement intéressés parce qu'elle a permis d'obtenir des mesures de distribution en multiplicité (voir paragraphe 7.2) et la seconde parce qu'elle fournit un ensemble systématique dans la région comprise entre 300 et 400 MeV (voir paragraphe 7.3).

7.2 Etude des réactions (p, xp) à 190 MeV

Nous allons commencer par évoquer notre collaboration avec B. Mukherjee et le groupe de KVI (**K**ernfysisch **V**ersneller **I**nstitut, Gröningen, Pays-Pas) dans le cadre du projet européen HINDAS. Des spectres angulaires d'émission ainsi que des distributions de multiplicité ont été mesurés au KVI pour les réactions $p+^{56}Fe$, $p+^{208}Pb$ et $p+^{238}U$ à 190 MeV. Ces mesures ont été comparées avec les prédictions du modèle de cascade intranucléaire de Liège pour ces mêmes réactions. Ces travaux ont fait l'objet d'une publication [119].

L'intérêt des expériences effectuées à KVI en 2002-2003 tient autant dans le choix des réactions étudiées que dans la nature des grandeurs mesurées. En particulier, le fait que des distributions de multiplicité aient pu, à notre connaissance pour la première fois, être évaluées est particulièrement remarquable et devrait apporter des enseignements tout à fait inédits sur la manière dont le modèle de cascade reproduit la dynamique réelle des réactions. De même, c'est la première fois que nous rencontrons au cours de ce travail mesures expérimentales de distributions angulaires.

Nous n'allons pas ici exposer en détails le dispositif expérimental utilisé pour la mesure. Le lecteur intéressé par ces questions est prié de se référer à la référence [119]. En revanche, il est intéressant de donner les spécifications de ces mesures car elles auront un impact réel sur la manière dont nous devrons traiter le résultat de nos simulations pour pouvoir les comparer aux données expérimentales.

Deux ensembles distincts de mesures ont été obtenus à l'aide de deux systèmes de détection de protons totalement indépendants.

- Le dispositif **Plastic Ball** couvre un angle solide d'environ 2π sr à l'arrière ($91° < \theta < 160°$). Le seuil inférieur de détection est de 25 MeV pour les protons. Il n'y a pas de seuil supérieur.
- Le dispositif **SALAD** couvre un angle solide d'environ 655 msr. Les protons sont détectés pour $5° < \theta < 30°$, avec une couverture azimutale complète pour $\theta < 26°$. Le seuil inférieur de détection des protons est de 20 MeV. L'identification des éjectiles dont l'énergie est supérieure à 135 MeV n'est pas immédiate, mais les auteurs prétendent que leur efficacité pour détecter et identifier les protons d'énergie supérieure à 20 MeV est proche de 100%.

Pour les deux dispositifs, les auteurs évaluent l'imprécision à environ 5%. Le nombre d'événements enregistrés pour chacune des trois cibles oscille entre 4.1 et 8.6 millions.

Ces trois réactions ont été étudiées avec le modèle INCL3 et un principe de Pauli strict, qui était la version standard à l'époque de la collaboration. Nous avons tout particulièrement veillé à rendre les résultats de simulation directement comparables avec les données expérimentales. Les calculs de multiplicité en particulier tiennent compte des coupures angulaires et énergétiques mentionnées ci-dessus.

Les résultats obtenus avec le modèle INCL3 sont donnés dans les tables 7.1 (angles arrière : Plastic Ball) et 7.2 (angles avant : SALAD).

Nous constatons que dans tous les cas, l'immense majorité des événements présentent

Cible	Multiplicité en protons	Probabilité expér. (%)	Probabilité calc. INCL3 (%)
^{56}Fe	1	95.89±2.47	98.19±0.63
	2	3.95±0.12	1.80±0.09
	3	0.141±0.007	0.004±0.004
	4	0.028±0.002	<0.004
^{208}Pb	1	95.79±2.51	98.12±0.57
	2	4.04±0.12	1.88±0.08
	3	0.143±0.007	0.003±0.003
	4	0.019±0.002	<0.003
	5	0.008±0.001	<0.003
^{238}U	1	94.98±2.44	98.12±0.56
	2	4.85±0.14	1.87±0.08
	3	0.160±0.007	0.010±0.006
	4	0.0070±0.0008	<0.003
	5	0.0014±0.0003	<0.003

Tab. 7.1: Distributions des multiplicités en protons mesurées expérimentalement (Plastic Ball) et calculées par le modèle INCL3. Dans chaque cas, les probabilités sont normalisées sur l'ensemble des événements où au moins un proton a été détecté. Le seuil inférieur de détection est de 25 MeV et la couverture angulaire est $91° < \theta < 160°$.

Cible	Multiplicité en protons	Probabilité expér. (%)	Probabilité calc. INCL3 (%)
^{56}Fe	1	98.60±2.53	98.70±0.38
	2	1.38±0.04	1.30±0.04
	3	0.0060±0.0007	0.001±0.001
	4	0.0010±0.0002	<0.001
^{208}Pb	1	99.17±2.53	98.77±0.42
	2	0.83±0.03	1.23±0.05
	3	0.0035±0.0004	<0.003
	4	0.00030±0.00009	<0.003
^{238}U	1	98.99±2.55	98.82±0.43
	2	1.00±0.03	1.18±0.05
	3	0.0050±0.0007	0.002±0.002

Tab. 7.2: Distributions des multiplicités en protons mesurées expérimentalement (SALAD) et calculées par le modèle INCL3. Dans chaque cas, les probabilités sont normalisées sur l'ensemble des événements où au moins un proton a été détecté. Le seuil inférieur de détection est de 20 MeV et la couverture angulaire est $7.4° < \theta < 27.4°$.

une multiplicité égale à 1. Il faut néanmoins remarquer que seuls sont repris dans ces deux tables les événements pour lesquels au moins un proton est détecté. Nous n'avons pas accès expérimentalement au nombre d'événements pour lesquels aucun proton n'a été détecté. La simulation suggère que, pour Plastic Ball (SALAD), ce dernier nombre est compris entre 10 et 15 fois (5 et 8 fois) le nombre d'événements où un seul nucléon est détecté. Comme attendu, la distribution en multiplicité décroît plus vite pour les données SALAD où l'ouverture angulaire est faible que pour les données Plastic Ball qui couvrent quasiment $2\pi\ sr$. La décroissance relativement lente observée pour les données Plastic Ball, particulièrement pour le Pb, est d'ailleurs surprenante. Selon les valeurs expérimentales reprises dans la table 7.1, il serait ainsi seulement deux fois moins probable d'obtenir une multiplicité 5 qu'une multiplicité 4[1]. Ce résultat est assez contre-intuitif, comme nous allons maintenant expliquer.

Les caractéristiques du dispositif expérimental indiquent que tous les protons détectés ont une énergie au moins égale à 25 MeV. Chacun d'entre eux emporte donc une part non négligeable de l'énergie d'excitation disponible (qui vaut ici 190 MeV). Un événement de multiplicité 4 dans les mesures Plastic Ball correspond donc à un événement au cours duquel au moins la moitié de l'énergie incidente (100 MeV au minimum) est transférée dans les émissions de protons à l'arrière. Ce type de répartition en énergie devrait a priori être rare puisque

- les cibles sont, à l'exception du Fe, riches en neutrons et que la multiplicité en neutrons devrait donc être supérieure en moyenne à celle en protons,
- les émissions de cascade sont en moyenne piquées vers l'avant.

Nous constatons effectivement, à la fois dans les résultats expérimentaux et de simulation que les événements de multiplicité élevée sont rares (une fraction de pour cent). Cependant, le fait que les mesures fournissent des probabilités aussi semblables d'obtenir des événements de multiplicité 4 et 5 (à peine un facteur 2 les différencie) est étonnant, mais semble cohérent avec le fait que le nombre d'événements de grande multiplicité observés expérimentalement soit sensiblement plus élevé que ce que la simulation prédit. Plusieurs hypothèses peuvent être envisagées pour expliquer ces résultats expérimentaux.

- Des phénomènes d'émission corrélée à l'arrière dont la cascade est incapable de rendre compte se font jour sur ces réactions. Il est a priori difficile d'imaginer quel genre de processus pourrait donner lieu à des émissions corrélées de protons de basse énergie à l'arrière, mais on ne peut en exclure la possibilité.
- Les mesures effectuées surestiment le nombre d'événements de multiplicité élevée, à cause de réactions parasites par exemple.
- Le seuil inférieur de détection des protons est plus bas qu'annoncé.

Par contraste, les ordres de grandeur mesurés à l'avant sont correctement reproduits par la cascade. Rappelons néanmoins que les mesures expérimentales englobent les diffusions élastiques entre le proton incident et le noyau et que le calcul effectué à l'aide du modèle de cascade ne peut, quant à lui, rendre compte que des collisions incohérentes. En conséquence, on aurait pu s'attendre à ce que les résultats de cascade surestiment les événements de

[1] On peut également signaler que des événements correspondant à une multiplicité 6 ont été observés pour cette réaction (en nombre quasiment égal à ceux observés pour la multiplicité 5) et ont été passés sous silence dans la référence [119].

multiplicité supérieure à 1 (par le biais de la normalisation utilisée). Il n'en est rien.

Intéressons-nous à présent aux distributions angulaires. Afin de pouvoir comparer les spectres expérimentaux avec les résultats de simulation, les auteurs de [119] ont ajouté à la contribution de la cascade celle de la diffusion élastique provenant d'un calcul OMP (**O**ptical-**M**odel **P**otential) utilisant le code CHUCK3 [120, 121] et les paramétrisations obtenues par Koning [122].

Les résultats obtenus sont présentés dans la figure 7.1. A l'avant, on constate que le modèle de cascade sous-estime nettement la section efficace en-dessous de 15°, qui est dominée par la contribution élastique. En conséquence, il est difficile de tirer des conclusions claires des résultats obtenus avec la cascade pour des angles inférieurs à 20°. Le modèle semble néanmoins légèrement surestimer le nombre de protons émis pour $\theta > 20°$ pour les noyaux les plus lourds (et principalement le ^{208}Pb, pour lequel on observe une surestimation d'un facteur 2 environ à 25°). Ce résultat pourrait s'expliquer par la surestimation observée pour les protons émis juste au-delà du pic d'évaporation pour les noyaux lourds (voir figure 4.13 par exemple). De même, la légère sous-estimation observée pour le ^{56}Fe à 20° est conforme à ce que suggère nos résultats pour une réaction proche en masse et en énergie ($p + {}^{58}Ni$ à 200 MeV, voir figure 4.11). Les résultats obtenus à l'aide de SALAD nous apparaissent donc dans l'ensemble compatibles avec ceux déjà présentés au chapitre 4.

Les résultats obtenus à l'arrière présentent quant à eux une surestimation générale des sections efficaces, surestimation dont l'ampleur décroît lentement au fur et à mesure que l'angle d'émission augmente. Pour le ^{56}Fe en particulier, ce résultat surprend puisque la figure 4.11 suggérait un très bon accord dans ce domaine de masse et d'énergie. Pour les noyaux lourds, nous ne disposons pas de point de comparaison aussi immédiat mais ce résultat semble contredire les tendances générales que nous avons observées sur un grand nombre de réactions depuis le début de ce travail.

Si nous combinons les enseignements tirés de la mesure de la distribution de multiplicité et des spectres angulaires d'émission, nous constatons que, pour les angles arrière couverts par Plastic Ball, la cascade surestime le nombre de nucléons émis tout en sous-estimant nettement le nombre d'événements de grande multiplicité. Ce paradoxe apparent pourrait s'expliquer par une importante surestimation par le modèle de cascade du nombre d'événements de multiplicité égale à 1.

Nous avons également comparé ces données avec les résultats obtenus à l'aide de la version INCL4.1 du code de cascade et de l'implémentation corrigée du principe de Pauli (voir paragraphe 6.7.4). Les résultats sont du même ordre. Pour le ^{56}Fe, les sections efficaces sont en général de 15 à 20% plus élevées à l'avant et de 10 à 15% à l'arrière. Pour les noyaux plus lourds, l'augmentation est de 25 à 30% à l'avant et de 40% à l'arrière. Ces augmentations sont compatibles avec les variations déjà observées au chapitre 6 sur les spectres d'émission pour les réactions (p, xp) et ont tendance à dégrader l'accord avec les données expérimentales.

Suite à la légère augmentation de la multiplicité moyenne observée avec INCL4 pour ces réactions, les événements de multiplicité 1 sont légèrement moins dominants et nous obtenons des valeurs d'environ 97.5% et 2.5% pour les multiplicités 1 et 2, à l'avant comme l'arrière (voir table 7.3). Ces variations se traduisent par une légère amélioration de l'accord à l'arrière et une dégradation à l'avant.

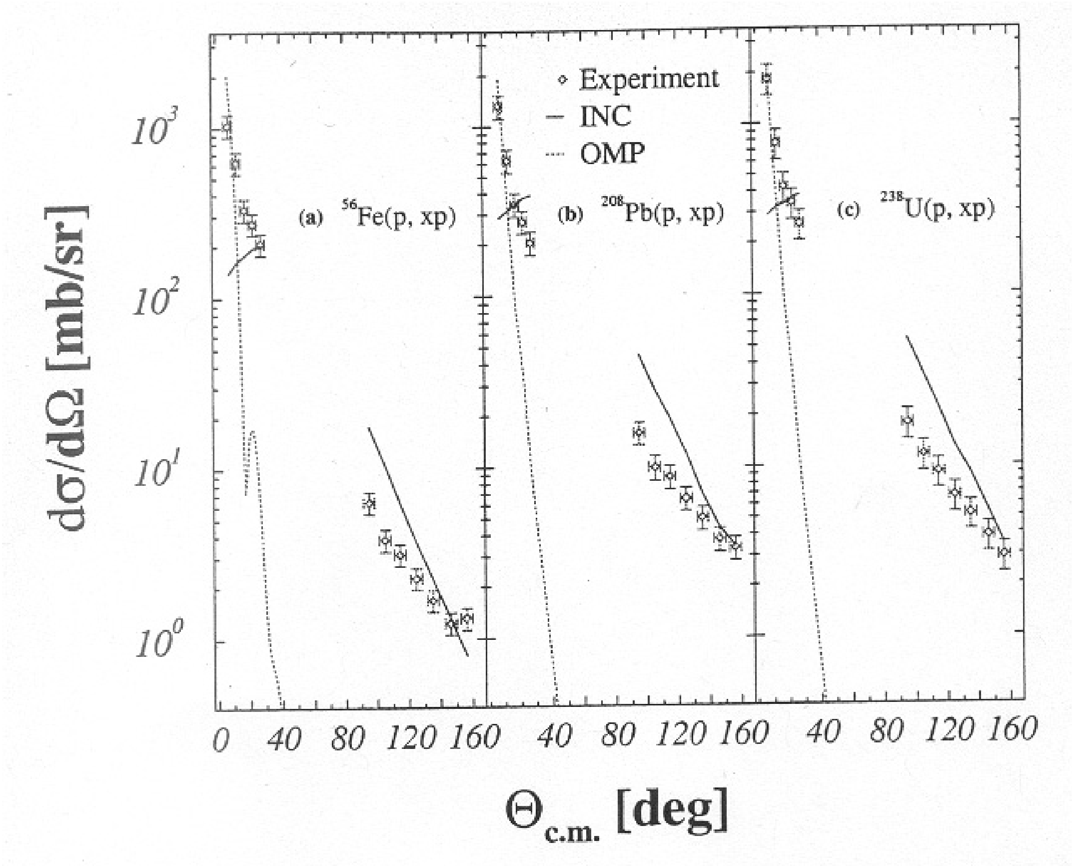

FIG. 7.1: Distributions angulaires d'émission de protons pour les réactions $p+^{56}Fe$ (panneau de gauche), $p+^{208}Pb$ (panneau central) et $p+^{238}U$ (panneau de droite). Les données expérimentales sont représentées par les losanges, les résultats de simulation avec INCL3 par les traits pleins. Les pointillés reprennent les prédictions du calcul OMP. La figure est reproduite de la référence [119].

Cible	Multiplicité en protons	Probabilité calc. INCL4 (%)
^{56}Fe SALAD	1	97.70±0.86
	2	2.29±0.13
	3	0.007±0.007
	4	<0.007
^{56}Fe Plastic Ball	1	97.68±1.68
	2	2.32±0.26
	3	<0.03
^{208}Pb SALAD	1	97.94±0.79
	2	2.04±0.11
	3	0.012±0.009
	4	<0.012
^{208}Pb Plastic Ball	1	97.16±1.20
	2	2.82±0.20
	3	0.01±0.01
	4	<0.01

Tab. 7.3: Distributions des multiplicités en protons calculées par le modèle INCL4. Dans chaque cas, les probabilités sont normalisées sur l'ensemble des événements pour lesquels au moins un proton a été détecté. Les valeurs expérimentales correspondantes sont données dans les tables 7.1 et 7.2.

En conclusion, la comparaison des résultats expérimentaux obtenus à KVI avec les prédictions du code INCL fournit des résultats contrastés. Ils sont très satisfaisants à l'avant, surtout pour la distribution en multiplicité et médiocres à l'arrière. L'existence d'un nombre non négligeable d'événements de multiplicité élevée à l'arrière suggère l'existence d'un phénomène d'émission corrélée que le modèle de cascade est incapable de reproduire. Avant de pousser plus avant les investigations dans cette direction, il serait néanmoins souhaitable qu'une nouvelle série de mesures soit relancée afin de confirmer les résultats expérimentaux utilisés ici, à la fois pour les distributions de multiplicité et pour les distributions angulaires, dont le comportement contraste parfois étonnamment avec celui des données pré-existantes.

7.3 Etude des réactions (p, xp) à 300 MeV et 392 MeV

La deuxième série d'expériences que nous allons évoquer au cours de ce chapitre fut réalisée par le groupe de Y. Uozumi à l'Université de Kyushu[123]. Elle porte sur la production de protons dans les réactions proton-noyau à 300 et 392 MeV. Les noyaux étudiés sont ^{12}C, ^{27}Al et ^{93}Nb. Les deux premiers correspondent à des éléments très légers pour lesquels nous avons jusqu'ici présenté très peu de résultats. Les données disponibles sont ici les sections efficaces doublement différentielles de production de protons.

Pour des énergies incidentes de cet ordre, le potentiel optique nucléaire possède une partie réelle très faible, et les sections efficaces nucléon-nucléon sont minimales, ce qui suggère que les projectiles auront accès au cœur du noyau. On est donc dans une situation de “couplage minimal”, c'est-à-dire dans les conditions optimales pour l'utilisation du modèle de cascade, ainsi qu'indiqué dans [123]. C'est la raison pour laquelle les auteurs des mesures ont sollicité la collaboration de l'Université de Liège pour calculer les sections efficaces à l'aide du modèle INCL.

Les résultats que nous allons tout d'abord présenter ont été obtenus avec la version INCL3 du code et l'implémentation dite corrigée du principe de Pauli, qui nous semble être la plus adéquate en règle générale (voir paragraphe 4.7.3). Nous avons conservé les valeurs standard de r_0 et p_F pour tous les noyaux (y compris le ^{12}C). Nous évoquerons ensuite des résultats obtenus à l'aide du code INCL4. Rappelons donc que ce dernier contient une paramétrisation différente des grandeurs r_0 et a pour les noyaux légers ($A_T < 28$).

Nous présentons dans la figure 7.2 les résultats obtenus pour la réaction $p +^{12} C$ à 300 MeV. L'accord est en général très bon, ce qui est remarquable. On s'attendrait en effet à ce que la modélisation d'un noyau aussi léger par un gaz de Fermi de nucléons indépendants devienne problématique et que les effets de structure se fassent sentir de manière plus nette. Or, bien que les données expérimentales fassent apparaître de légères irrégularités qui sont peut-être imputables à des tels effets, l'allure générale des spectres est bien reproduite par le modèle INCL, sauf peut-être pour les hautes énergies à l'arrière où la décroissance des spectres calculés semble légèrement trop rapide.

Le cas de la réaction $p +^{27} Al$ à 300 MeV est présenté dans la figure 7.3. L'accord semble être encore meilleur (bien qu'il faille faire attention à l'absence de données pour des angles supérieurs à 75°). Le seul réel désaccord concerne le spectre d'émission à 50°, qui

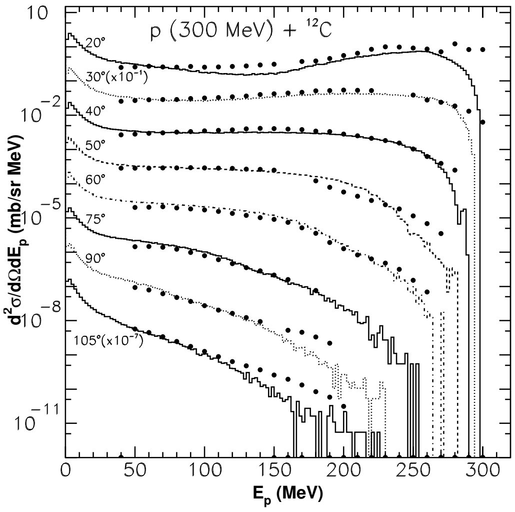

FIG. 7.2: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $p +^{12} C$ à 300 MeV. Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL3 utilisant l'implémentation corrigée du principe de Pauli sont donnés par les histogrammes. Les mesures expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [123].

est surestimé entre 150 et 250 MeV. On remarque également une très légère tendance à la surestimation pour les énergies comprises entre 50 et 100 MeV. Ce problème apparaît de manière plus aiguë pour un noyau plus lourd tel que le ^{93}Nb (voir figure 7.4). Bien que l'accord y soit de nouveau très satisfaisant, on constate une surestimation générale des spectres d'émission, d'un facteur 2 environ à 50 MeV et qui décroît rapidement aux énergies plus élevées pour se résorber à 150 MeV environ. Ce résultat rappelle ce que nous avions déjà observé à plus basse énergie pour les noyaux lourds (voir par exemple le panneau de gauche de la figure 6.11 pour la réaction $p +^{197} Au$ à 100 MeV).

Les résultats obtenus à l'aide de la version INCL4 du modèle sont assez similaires à ceux que nous venons de présenter. Les figures 7.5 et 7.6 reprennent les résultats obtenus avec INCL4 pour les réactions $p +^{12} C$ et $p +^{93} Nb$ (respectivement) à 300 MeV. Le panneau de gauche reprend les résultats obtenus avec l'implémentation standard du principe de Pauli, le panneau de droite ceux obtenus avec l'implémentation corrigée (voir paragraphe 6.7.4). Comme attendu, les différences sont surtout sensibles aux hautes énergies à l'avant. Pour le reste, l'évolution de ces résultats est la même que celle décrite au chapitre 6, soit principalement une légère augmentation des sections efficaces de haute énergie à l'avant, correspondant à la contribution $n_a = 1$. Comme nous l'avions déjà mentionné au chapitre 4, l'accord des résultats de simulation avec les données expérimentales a tendance à être légèrement meilleur lorsque le principe de Pauli est relâché pour les spectres (p, xp').

Pour étudier comment l'accord évolue lorsque l'énergie incidente augmente, nous présentons dans la figure 7.7 les résultats obtenus pour la réaction $p +^{93} Nb$ à 392 MeV. Le

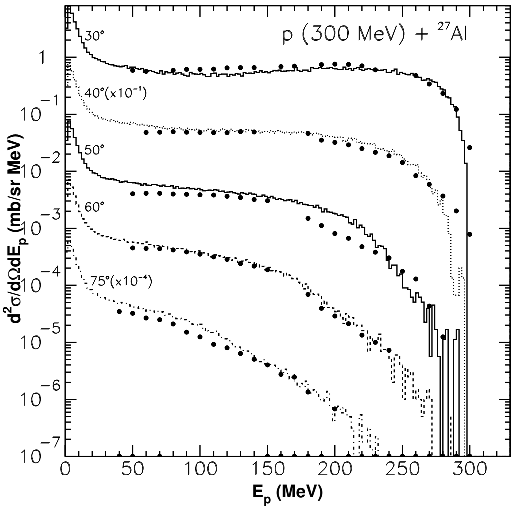

FIG. 7.3: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $p+^{27}Al$ à 300 MeV. Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL3 utilisant l'implémentation corrigée du principe de Pauli sont donnés par les histogrammes. Les mesures expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [123].

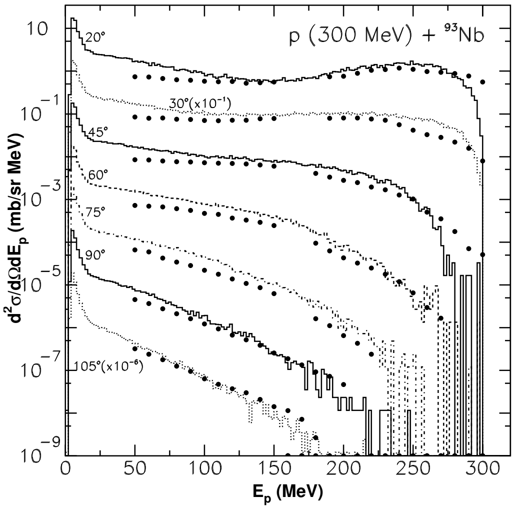

FIG. 7.4: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $p+^{93}Nb$ à 300 MeV. Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL3 utilisant l'implémentation corrigée du principe de Pauli sont donnés par les histogrammes. Les mesures expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [123].

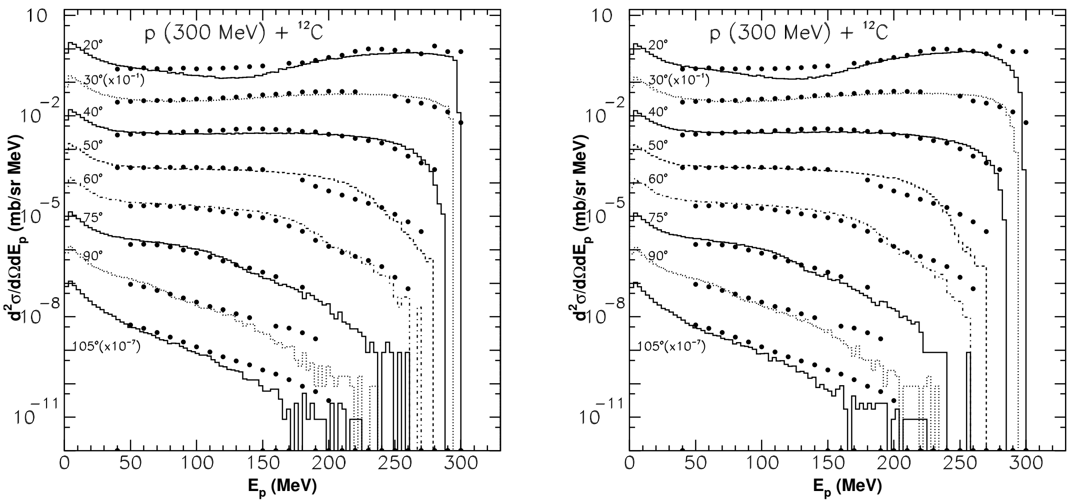

FIG. 7.5: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $p+^{12}C$ à 300 MeV. Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL4 utilisant l'implémentation standard (panneau de gauche) et corrigée (panneau de droite) du principe de Pauli sont donnés par les histogrammes. Les mesures expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [123].

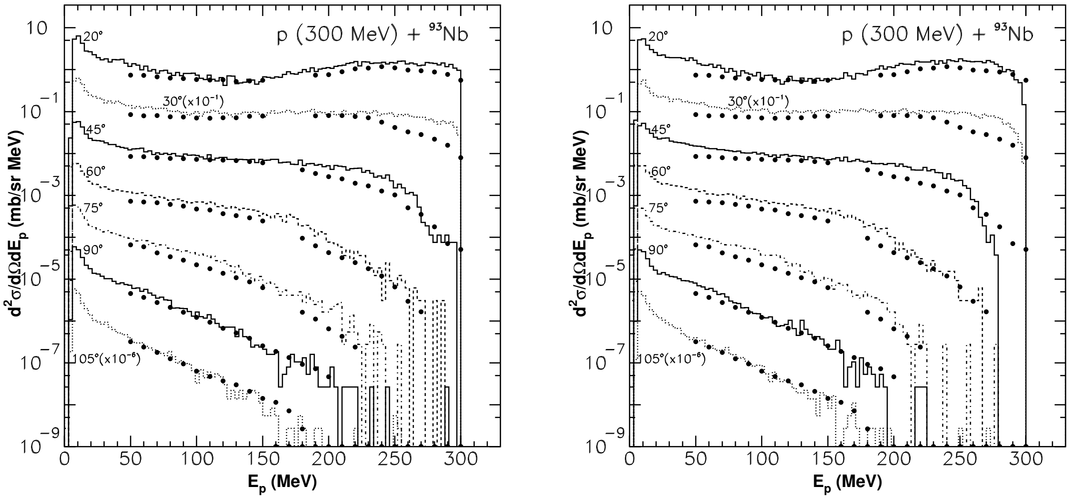

FIG. 7.6: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $p +^{93} Nb$ à 300 MeV. Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL4 utilisant l'implémentation standard (panneau de gauche) et corrigée (panneau de droite) du principe de Pauli sont donnés par les histogrammes. Les mesures expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [123].

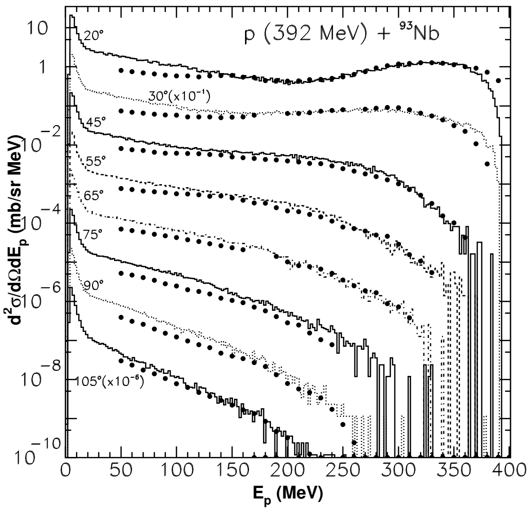

FIG. 7.7: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour la réaction $p+^{93}Nb$ à 392 MeV. Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL3 utilisant l'implémentation corrigée du principe de Pauli sont donnés par les histogrammes. Les mesures expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [123].

nombre d'angles pour lesquels nous disposons de données y est légèrement plus grand et dans l'ensemble, la surestimation observée pour des éjectiles compris entre 50 et 100 MeV a légèrement augmenté.

Très récemment, le groupe de Uozumi a publié des nouvelles mesures, effectuées sur des noyaux plus lourds [124]. Nous présentons dans la figure 7.8 les résultats obtenus pour les réactions $p+^{197}Au$ (panneau de gauche) et $p+^{209}Bi$ (panneau de droite) à 392 MeV. Nous voyons que la surestimation observée y est comparable à celle obtenue pour la réaction $p+^{93}Nb$ à la même énergie.

Il semblerait donc que, contrairement à ce que nous avions supposé page 80, la surestimation observée à basse énergie pour les noyaux lourds ne disparaît pas rapidement lorsque l'énergie incidente augmente. Ce résultat est intéressant, surtout si on le met en rapport avec les calculs précédemment réalisés à l'aide du modèle INCL4.2. Les résultats obtenus pour la réaction $p+^{208}Pb$ à 800 MeV (et déjà publiés dans [55]) suggéraient en effet un très bon accord au moins pour les quelques angles reproduits sur la figure (de 11 à 30°) et les rares points en-dessous de 100 MeV (voir figure 7.9). Les résultats présentés à la figure 7.10 pour la réaction $p+^{181}Ta$ à 600 MeV corroborent également le bon accord observé pour les énergies proches de 100 MeV (sauf pour $\theta = 30°$). En revanche, on observe pour la réaction $p+^{58}Ni$ à 500 MeV une surestimation semblable à celle observée aux figures 7.4 et 7.7, et ce malgré un noyau-cible sensiblement plus léger.

Il semble donc y avoir pour ces réactions de larges fluctuations dans la qualité de l'accord que l'on peut obtenir avec le modèle INCL. Il serait sans doute souhaitable d'effectuer

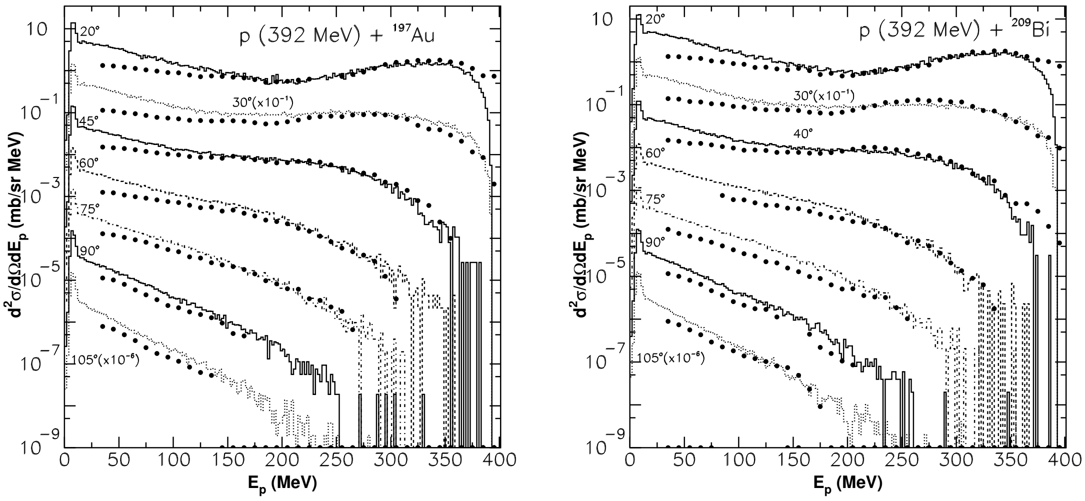

FIG. 7.8: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour les réactions $p +^{197} Au$ (panneau de gauche) et $p +^{209} Bi$ (panneau de droite) à 392 MeV. Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL3 utilisant l'implémentation corrigée du principe de Pauli sont donnés par les histogrammes. Les mesures expérimentales (cercles noirs) sont tirées de la référence [124] et ont été mesurées par le même groupe que celles précédemment utilisées au cours de ce paragraphe.

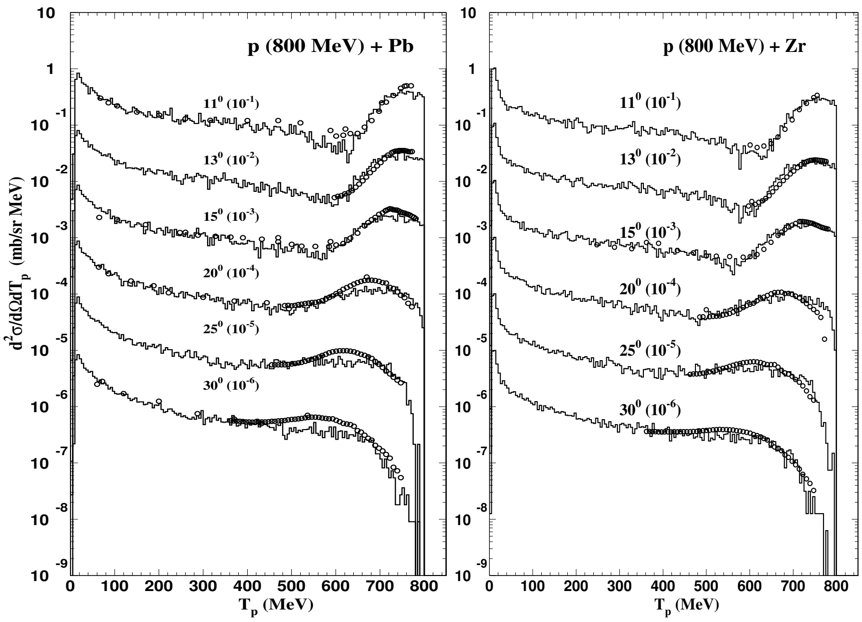

FIG. 7.9: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour les réaction $p+^{208}Pb$ et $p+^{90}Zr$ à 800 MeV. Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL4.2 standard sont représentés par les histogrammes. Les données expérimentales proviennent de [125, 126]. Cette figure est tirée de la référence [55], avec l'aimable autorisation des auteurs.

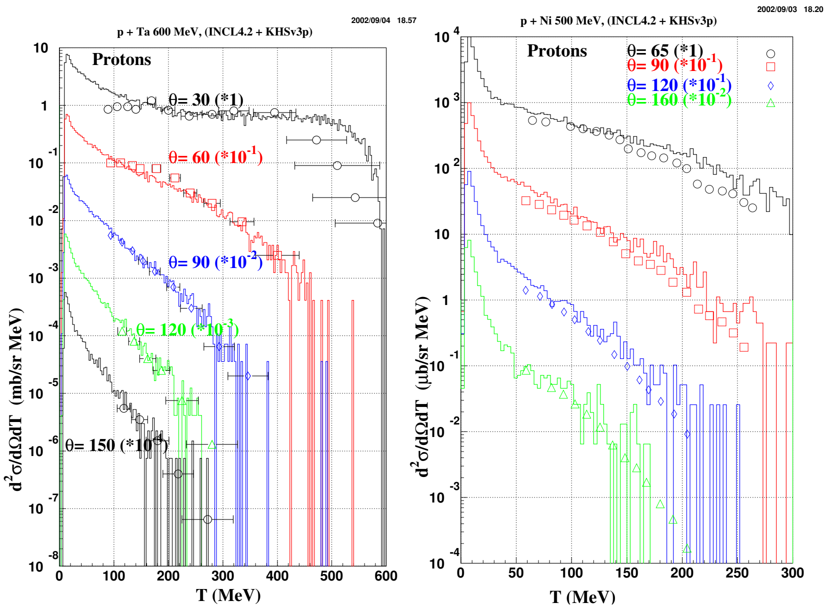

FIG. 7.10: Sections efficaces doublement différentielles de production de protons pour les réactions $p+^{181}Ta$ à 600 MeV (panneau de gauche) et $p+^{58}Ni$ à 500 MeV (panneau de droite). Les résultats obtenus à l'aide du modèle INCL4.2 standard sont représentés par les histogrammes. Les données expérimentales proviennent de [127, 128]. Cette figure est tirée de la référence [129], avec l'aimable autorisation des auteurs.

une étude plus poussée des spectres (p, xp') aux énergies intermédiaires et hautes, mais il faudrait pour cela disposer d'un corpus de données expérimentales fiables plus fourni que celui dont nous disposons actuellement.

Les auteurs de référence [123] comparent leurs résultats expérimentaux avec des calculs effectués à l'aide d'un code de cascade intranucléaire qu'ils ont créé sur base des idées générales du modèle INCL. Ces calculs présentent un accord remarquable mais les auteurs ne fournissent malheureusement pas une description détaillée de leur modèle et il est donc difficile d'en déduire des enseignements pratiques. L'article ne précise notamment pas si ce bon résultat a été obtenu après ajustement de certains paramètres, ni quelle est la forme exacte de la distribution initiale en impulsion utilisée.

7.4 Conclusions

Nous obtenons pour les réactions à 300 et 392 MeV un très bon accord, assez comparable à celui que nous avons déjà observé à plus basse énergie (voir paragraphe 7.3). Nous observons néanmoins pour les réactions sur noyau lourd une tendance à la surestimation des spectres pour les protons de cascade dont l'énergie se situe entre la fin du pic d'évaporation et 150 MeV. Ce résultat rappelle ce que nous avions déjà observé à basse énergie et suggère que, contrairement à ce que nous avions supposé page 80, cette surestimation ne disparaît pas rapidement lorsque l'énergie incidente augmente. Un rapide tour d'horizon des résultats existant entre 500 et 800 MeV pour les réactions (p, xp') montre en fait des variations assez erratiques de l'accord obtenu entre les résultats de simulation et les données expérimentales, sans qu'une tendance nette se fasse sentir lorsque l'énergie incidente augmente. Il semble néanmoins que cette surestimation apparaisse pour une gamme d'énergie incidente plus étendue que ce que nous avions tout d'abord supposé.

L'accord observé pour les réactions à 190 MeV dans la région $\theta < 28°$ est très satisfaisant (voir paragraphe 7.2). En revanche, il est moins bon pour la région $\theta > 90°$, où les spectres d'émission sont surestimés tandis que la proportion d'événements à multiplicité élevée est sévèrement sous-évaluée. Il nous semble prudent d'éviter pour l'instant de tirer trop d'enseignements de ces comparaisons, d'autant que certaines caractéristiques des résultats expérimentaux étudiés nous semblent problématiques et devraient sans doute être validées par d'autres mesures effectuées indépendamment.

Ces résultats, couplés à ceux déjà publiés dans [55] pour les spectres (p, xn), nous autorisent à écrire que le modèle de cascade intranucléaire permet en général de simuler de manière très satisfaisante les réactions nucléon-noyau (après renormalisation des spectres pour les rendre compatibles avec les valeurs expérimentales de la section efficace totale de réaction). Néanmoins, on ne peut pas dire, au vu des résultats présentés ici que la validité du modèle de cascade intranucléaire soit fondamentalement modifiée par le passage à des énergies incidentes supérieures à 200 MeV. La qualité des accords obtenus entre les simulations et les données expérimentales au cours de ce chapitre nous semble être dans la continuité de ceux obtenus à plus basse énergie, ce qui nous conforte dans l'idée que la fixation à 200 ou 250 MeV d'un seuil de validité des modèles de cascade n'a pas vraiment lieu d'être.

Chapitre 8

Etude de la dissociation coulombienne du deuton dans le code INCL4

8.1 Introduction

Dans la version INCL4 du modèle de cascade de Liège, la possibilité a été introduite de traiter les réactions induites par des projectiles composites : deutons, tritons, ^{3}He et ^{4}He. La manière dont cette implémentation est effectuée est expliquée en détail dans le chapitre 3. Rappelons simplement ici que les nucléons formant le projectile sont considérés comme indépendants et que la somme de leurs énergies est fixée égale à $M_{inc} + E_{inc}$.

Les résultats obtenus à l'aide de ce modèle ont déjà été évoqués dans [55] et une étude plus approfondie devrait paraître sous peu. A titre d'illustration, nous présentons dans la figure 8.1 les résultats que nous avons obtenus pour la réaction entre un deuton de 1600 MeV et une noyau de ^{208}Pb. On constate que le code donne des résultats très satisfaisants, malgré une légère surestimation dans certaines régions.

On constate que, pour les faibles valeurs de θ, les sections efficaces d'émission de neutrons ne sont pas nulles pour des énergies supérieures à l'énergie nominale par nucléon. Ce phénomène, qui peut surprendre à première vue, s'explique par le mouvement interne des nucléons du deuton. Le code en rend compte, aussi bien qualitativement que quantitativement, grâce à l'utilisation du potentiel dit "de Paris" pour l'initialisation du deuton [55, 65].

Le spectre d'émission de neutrons à 0° a été tracé malgré l'absence de données expérimentales (publiées) afin de mettre en évidence le pic qui apparaît pour des angles faibles et une énergie proche de l'énergie incidente par nucléon. Il correspond essentiellement à trois types d'événements :

1. dissociation du deuton (soit nucléaire, soit coulombienne) sans interaction du neutron incident,
2. échange de charge quasi-élastique du proton incident avec un neutron de la cible,
3. diffusion quasi-élastique du neutron incident avec un nucléon de la cible

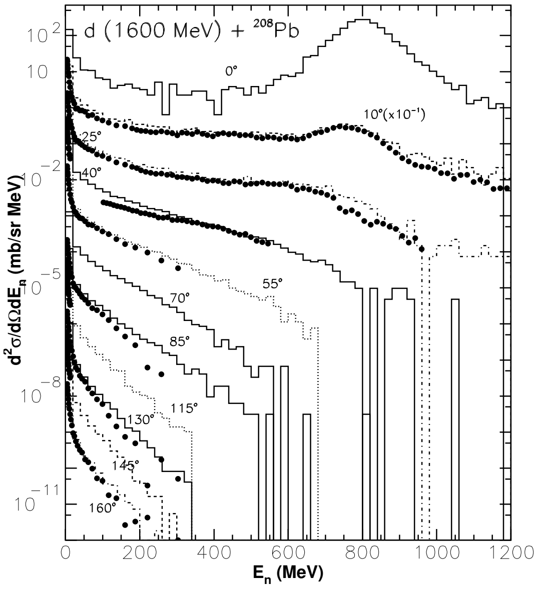

FIG. 8.1: Spectres d'émission de neutrons pour la réaction $d + {}^{208}Pb$ à 1600 MeV. Les données expérimentales [139] (cercles noirs) sont comparées aux résultats obtenus avec le code INCL4 et l'implémentation standard du principe de Pauli (histogrammes).

L'importance relative de ces trois causes sera discutée au cours de ce chapitre à l'aide de la notion de nombre d'activation. En l'état, le code peut rendre compte des deux derniers types d'événements et de la dissociation de type nucléaire, pour laquelle le proton incident subit une interaction avec un des nucléons de la cible tandis que le neutron poursuit sa trajectoire sans subir de perturbation.

Après avoir présenté les caractéristiques principales des spectres d'émission observés et discuté brièvement les différents mécanismes de réaction, nous présenterons aux paragraphes 8.5 et 8.6 un modèle simple de dissociation coulombienne pouvant être introduit dans le code INCL4 sans faire augmenter le temps de calcul de manière rédhibitoire. Nous présenterons au paragraphe 8.7 les résultats obtenus à l'aide de ce modèle.

8.2 Influence du principe de Pauli

Chronologiquement, l'étude de la dissociation du deuton que nous avons entreprise est postérieure aux recherches effectuées sur l'implémentation du principe de Pauli. Il semblait donc logique de faire cette étude avec l'implémentation corrigée mise au point à cette occasion (voir paragraphe 6.7.4), qui nous est apparue comme la plus correcte. Néanmoins, pour ne pas laisser un hiatus entre les résultats publiés jusqu'à présent [55] et ceux que nous allons présenter ici, il convient de s'intéresser un instant à l'influence du principe de Pauli sur ces derniers. Vu les énergies incidentes que nous allons considérer dans ce chapitre, l'influence globale devrait a priori être très faible. Néanmoins, puisque nous nous intéressons à des événements ne faisant intervenir qu'un petit nombre de collisions N-N (réactions quasi-élastiques le plus souvent), des effets visibles sur certaines régions des spectres ne sont pas à exclure. Les modifications que nous avons apportées au modèle INCL4 standard sont exposées au paragraphe 6.7. Leurs conséquences attendues sont les suivantes :

- L'utilisation d'une implémentation stricte du principe de Pauli pour la première collision diminue le nombre d'événements réels et rend donc moins probable la dissociation nucléaire du deuton.
- Les corrections de surface bloquent un plus grand nombre de collisions à la périphérie du noyau.
- Le calcul modifié du taux d'occupation f_α diminue la proportion de collisions acceptées en périphérie du noyau et l'augmente au centre.

Ces trois évolutions indiquent que nous devrions a priori constater une légère diminution du nombre de dissociations nucléaires du deuton.

Deux simulations réalisées pour la réaction $d + ^{208}Pb$ à 1600 MeV montrent les effets suivants (voir figure 8.2) : une légère diminution de l'intensité du pic de dissociation[1], une diminution des spectres de neutrons entre 10 et 20 MeV (non visible sur la figure et qui tend à améliorer l'accord avec les données sur cet exemple), et une légère augmentation des spectres entre 100 et 300 MeV environ. Ces effets sont visibles mais n'auront pas d'influence sur notre discussion. Nous utiliserons dans la suite de ce chapitre l'implémentation corrigée

[1] Comme on le voit, le bin au centre du pic voit sa population augmenter, mais la population totale du pic diminue légèrement, ce qui indique un amincissement du pic.

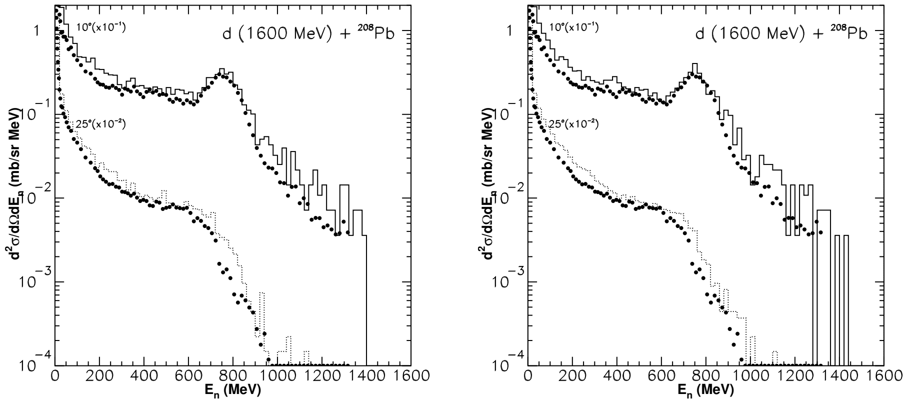

FIG. 8.2: Spectre d'émission de neutrons pour la réaction $d+^{208}Pb$ à 1600 MeV. Les données expérimentales [139] (cercles noirs) sont comparées aux résultats obtenus avec le code INCL4 standard (panneau de gauche) et avec le code INCL4 incorporant le principe de Pauli corrigé (voir paragraphe 6.7.4, panneau de droite).

du principe de Pauli.

Rappelons également que les calculs ont été effectués avec `NOSURF=0` alors que la valeur standard de ce paramètre dans INCL4 est 2. La paramétrisation du temps d'arrêt de la cascade (voir paragraphe 3.5.3) est donc légèrement différente de ce qu'elle était pour [55]. Comme nous allons nous focaliser sur des événements qui ne font intervenir qu'un faible nombre de collisions, on s'attend à ce que l'influence de ce paramètre soit négligeable.

8.3 Etude en fonction du nombre d'activation

Afin de mettre en évidence le processus de dissociation et son influence sur la cascade, nous réintroduisons la notion de nombre d'activation n_a. Rappelons que n_a est une grandeur que nous associons à chaque nucléon participant et qui caractérise le "stade" de la cascade auquel le nucléon a été activé (voir paragraphe 4.3). Pour les réactions induites par un nucléon incident, nous avons défini $n_a = 1$ comme la plus basse valeur possible pour un éjectile. C'est elle que l'on associe à un nucléon ayant subi une collision unique avec le projectile incident avant d'être émis. Dans le cas d'un composite incident, certains éjectiles peuvent être émis sans avoir subi de collision, suite à la dissociation (soit nucléaire, soit coulombienne) du projectile. Pour ne pas leur associer dans la discussion une valeur $n_a = 0$, qui serait ambiguë (elle sous-entendrait que la particule n'est pas active, ce qui est absurde), nous donnons à ces nucléons activés lors de la dissociation une étiquette $dissoc$.

Les distributions en angle et en énergie des neutrons de cascade émis au cours de la réaction ainsi que les contributions des différentes valeurs de n_a sont présentées dans la figure 8.3. On constate que les nucléons issus de la dissociation (uniquement nucléaire à ce stade) du deuton sont, comme prévu, essentiellement émis vers l'avant et pour des énergies proches de l'énergie incidente par nucléon. Le pic de dissociation est centré en $E_{inc}/2$ et sa forme est une conséquence directe de celle de la distribution initiale en impulsion dans le deuton. La contribution de dissociation domine pour les énergies supérieures à l'énergie incidente nominale par nucléon. L'existence d'éjectiles ayant cette énergie ne résulte donc pas d'un effet cumulé des deux nucléons incidents, qui fourniraient chacun une proportion importante de leur énergie à un même nucléon (via deux collisions successives), mais bien essentiellement de la distribution initiale en impulsion de ces derniers.

Un plus faible effet du processus de dissociation est visible dans la contribution $n_a = 1$, via une bosse à 740 MeV environ. Il correspond à des événements au cours desquels un des nucléons du deuton incident subit une collision avec un faible transfert d'impulsion (voir les points 2 et 3 de l'énumération du paragraphe 8.1). On constate que la composante $n_a = 1$ est inférieure à la composante $n_a = 2$ partout où ce processus ne joue pas un rôle dominant. Les composantes n_a de 3 à 7 (non représentées pour ne pas surcharger la figure) ont toutes une répartition angulaire équivalente à celle observée pour $n_a = 2$. En revanche, l'énergie maximale des éjectiles décroît continûment avec n_a.

La distribution du nombre de neutrons de cascade émis en fonction de leur nombre d'activation est donnée dans la table 8.1. Il croît pour les faibles valeurs de n_a, atteint son maximum pour $n_a = 3$ puis décroît rapidement. L'influence de la dissociation sur la multiplicité totale (en neutrons) est donc faible.

n_a	% des nucléons émis
diss.	1.29
1	3.15
2	4.82
3	6.16
4	6.09
5	4.89
6	3.29
7	1.86
8	0.91
$\geq$9	0.68
évaporation	66.85

Tab. 8.1: Distribution du nombre de nucléons émis selon leur nombre d'activation pour la réaction d'un noyau de $d +^{208} Pb$ à 1600 MeV.

Si on raffine un peu l'étude, on peut montrer que le pic observé dans le spectre à 0° est presque entièrement composé de nucléons de dissociation (voir figure 8.4). Seulement 3% des neutrons de 800 MeV émis entre 0° et 4° ont subi une collision. En revanche, à 10°, la composante $n_a = 1$ présente un pic net à 750 MeV qui reprend 90% des nucléons observés pour cette énergie et à cet angle. Ce résultat est en accord avec la figure 8.3 qui montre que, pour des angles supérieurs à 7° environ, la composante $n_a = 1$ domine la composante de dissociation. Cette dernière n'est donc clairement identifiable dans les spectres d'émission que pour les angles les plus faibles ($\leq$ 5° environ). Ce sera un problème récurrent au cours

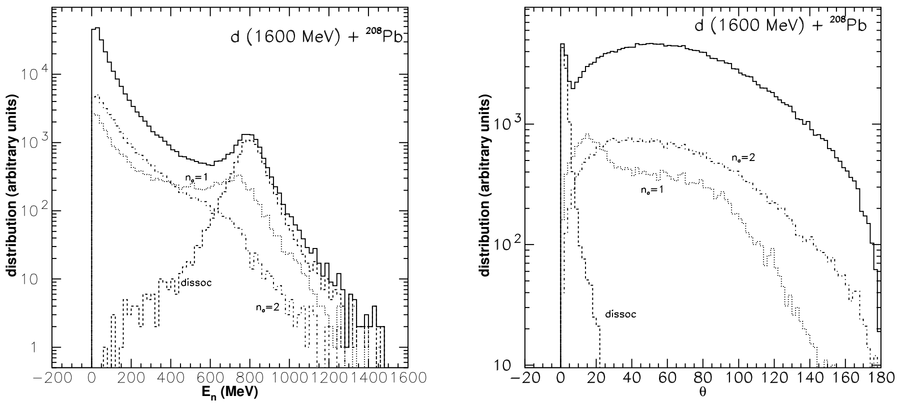

FIG. 8.3: Distributions en énergie (panneau de gauche) et en angle (panneau de droite) des nucléons de cascade émis au cours de la réaction $d +^{208} Pb$ à 1600 MeV. Les contributions des différents nombres d'activation ont été explicitées.

de ce chapitre car nous manquons de données expérimentales fiables pour ces angles.

Comme on le voit sur la figure 8.1 pour la réaction $d +^{208} Pb$ à 1600 MeV et sur la figure 8.5 pour les réactions $d+^{208} Pb$ à 800 MeV et $d+^{56} Fe$ à 1600 MeV, l'accord est en général bon (sauf pour le spectre à 85° qui présente expérimentalement une décroissance étonnamment forte en fonction de l'énergie). La capacité du code à reproduire quantitativement la queue du spectre à haute énergie pour les petits angles (à 10° par exemple) est particulièrement remarquable. On constate également que les écarts entre les données expérimentales et les résultats de simulation vont toujours dans le même sens, celui d'une surestimation. Regardons par exemple les résultats obtenus pour la réaction $d +^{56} Fe$ à 1600 MeV aux angles avant (voir zoom sur la figure 8.6). On y constate une surestimation générale de 50% environ pour les angles avant, sauf dans la région du pic de dissociation[2].

Ce résultat est particulièrement troublant parce que le code donne en général de bons résultats à ces angles pour les réactions $p + noyau$ dans une gamme d'énergie équivalente [55]. Cette notion de "gamme d'énergie équivalente" est assez floue et il est difficile de dire quelle valeur de l'énergie incidente du proton permet la comparaison la plus significative entre les spectres obtenus pour des réactions $p + noyau$ et $d + noyau$. Si on considère que le critère important est la dynamique des collisions élémentaires nucléon-nucléon[3], on choisira la même énergie incidente par nucléon (soit ici 800 MeV). Si on pense au contraire que les propriété globales du noyau (et particulièrement l'énergie d'excitation disponible

[2]Nous avons dans un premier temps émis l'hypothèse que cette surestimation pouvait provenir d'une mauvaise représentation de l'énergie de séparation pour ce noyau, qui vaut environ 10 MeV et non la valeur standard utilisée par le code (environ 8 MeV). Des calculs avec $V_0 = 47$ MeV ont donc été effectués et montrent une baisse de la section efficace de seulement 0.3% et des spectres de neutrons quasiment inchangés. L'explication ne semble donc pas se trouver là.

[3]Cela revient à considérer que la cascade de collisions induite par un deuton incident est en fait équivalente à deux cascades simultanées de type $p + noyau$, qui peuvent ou non dégénérer en une seule.

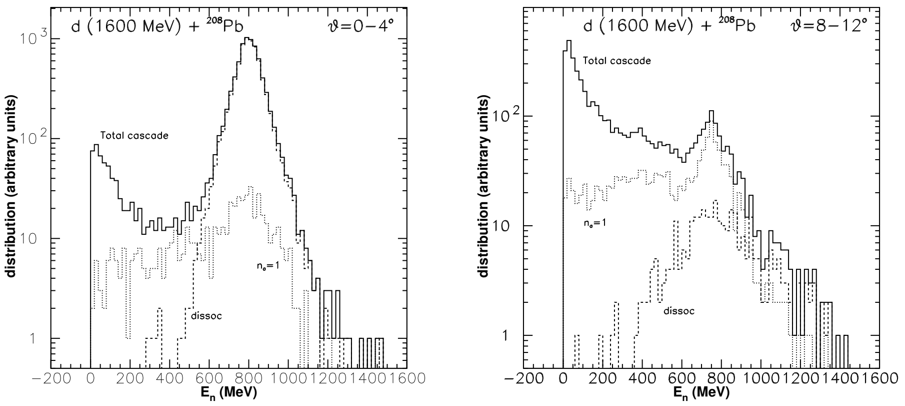

FIG. 8.4: Distributions en énergie des nucléons de cascade émis au cours de la réaction $d +^{208} Pb$ à 1600 MeV pour $\theta < 4°$ (panneau de gauche) et $8^o < \theta < 12°$ (panneau de droite). Les contributions des différents nombres d'activation ont été explicitées.

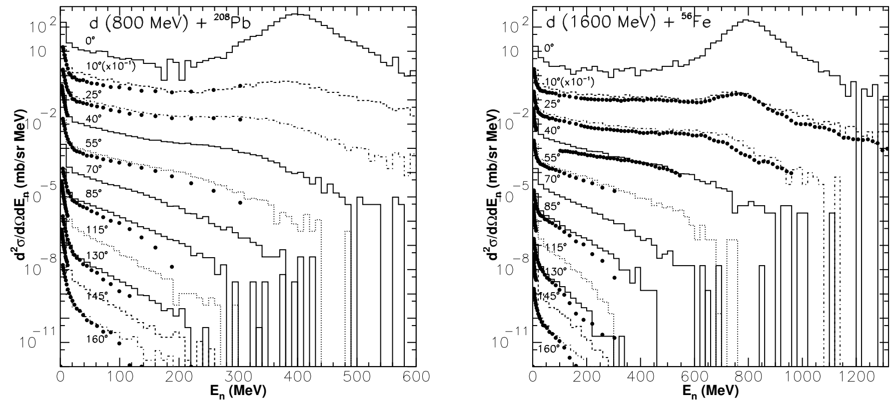

FIG. 8.5: Spectres d'émission de neutrons pour les réactions $d +^{208} Pb$ à 800 MeV (panneau de gauche) et $d +^{56} Fe$ à 1600 MeV (panneau de droite). Les données expérimentales [139] (cercles noirs) sont comparées aux résultats obtenus avec le code INCL4.

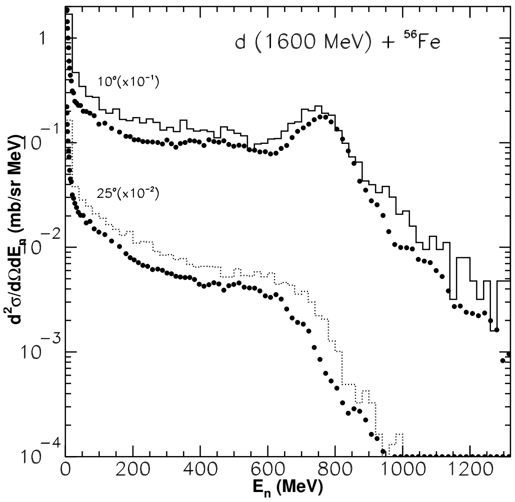

FIG. 8.6: Spectres d'émission de neutrons à 10 et 25° pour la réaction $d +^{56} Fe$ à 1600 MeV. Les données expérimentales [139] (cercles noirs) sont comparées avec les résultats obtenus par le code INCL4. Cette figure est un simple agrandissement du panneau de droite de la figure 8.5.

au cours de la cascade) priment, on choisira une même énergie incidente totale (soit ici 1600 MeV). Les deux cas sont représentés dans la figure 8.7. L'accord semble en général bon, surtout dans la moitié gauche des spectres. A plus haute énergie, on retrouve les défauts déjà présents dans [55], c'est-à-dire un mauvais placement du pic quasi-élastique et, à 1600 MeV, une surestimation du pic quasi-inélastique (causé par les réactions élémentaires $pp \to n\Delta^{++}$ et $np \to n\Delta^{+}$)[4].

En conséquence, il est tentant de chercher la cause de la surestimation des spectres (d, xn) dans la modélisation du deuton. Ainsi, on peut émettre l'hypothèse que, dans le modèle INCL4, la dissociation nucléaire est trop favorisée, peut-être parce que l'on y néglige l'énergie de liaison du deuton qui, bien que faible, n'est pas nulle ($\sim 2\ MeV$).

Les valeurs que nous obtenons pour les sections efficaces totales de réaction sont reprises dans la table 8.2. On constate que, à énergie incidente totale égale, les valeurs pour un deuton incident sont 50% plus élevées que celles pour un proton incident pour le fer et seulement 33% plus élevées pour le plomb. Cette différence de comportement s'explique par la variation de la taille du noyau et donc de la section efficace géométrique. De ces deux exemples, on peut extrapoler la relation

$$\frac{\sigma_{r,p\ inc}}{\sigma_{r,d\ inc}} = \left(\frac{R_0}{R_0 + r_d}\right)^2,$$

[4]L'étude des réactions proton-noyau à haute énergie n'est pas ce qui nous concerne prioritairement ici. Mentionnons donc simplement que ce résultat suggère que l'hypothèse selon laquelle l'entièreté de la section inélastique peut être réduite à la section de création d'un Δ mériterait d'être réévaluée, en tout cas à haute énergie.

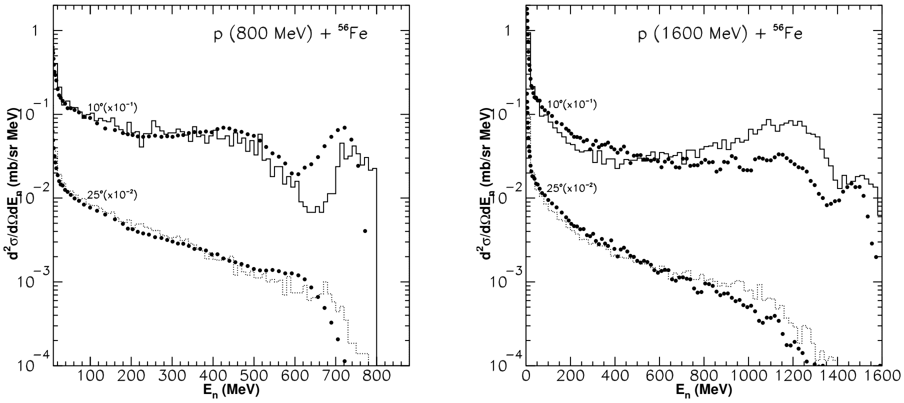

FIG. 8.7: Spectres d'émission de neutrons à 10° et 25° pour les réactions $p+^{56}Fe$ à 800 MeV (panneau de gauche) et à 1600 MeV (panneau de droite). Les données expérimentales [74] (cercles noirs) sont comparées aux résultats obtenus avec le code INCL4.

où on donne au rayon d'interaction du deuton r_d une valeur de 1 fm environ, ce qui est nettement moins que le rayon quadratique moyen du deuton utilisé par le code (2.1 fm).

Réaction	σ_r (mb)
$d+{}^{56}Fe$ à 1600 MeV	1098
$p+{}^{56}Fe$ à 1600 MeV	734
$p+{}^{56}Fe$ à 800 MeV	710
$d+{}^{208}Pb$ à 1600 MeV	2353
$p+{}^{208}Pb$ à 1600 MeV	1776
$p+{}^{208}Pb$ à 800 MeV	1732

TAB. 8.2: Sections efficaces de réaction calculées par le code INCL4.

Nous savons que le code de cascade de Liège INCL4 reproduit correctement les sections efficaces pour les réactions $p+^{208}Pb$ (voir par exemple la figure 3 de [55]). Malheureusement, il n'existe pas de valeurs expérimentales pour la section totale de réaction $d+^{208}Pb$ à ces énergies. Tous les articles traitant de la section efficace totale de réaction deuton-noyau que nous avons pu trouver concernent des énergies nettement plus faibles [41, 130, 131] Il est dès lors difficile de tirer des conclusions définitives sur la justesse de ces résultats. Une série de mesures des sections efficaces de réaction $d+noyau$ à ces énergies serait souhaitable.

8.4 Etude de la dissociation

8.4.1 Forme de la composante de dissociation

De toutes les composantes mises en évidence dans le paragraphe précédent, la plus simple à analyser est sans aucun doute la composante de dissociation. Sa forme devrait en effet, dans le cadre du modèle INCL, être directement déductible de considérations cinématiques. On voit sur la figure 8.4 pour la réaction $d +^{208} Pb$ à 1600 MeV que la composante de dissociation à $\theta = 0°$ est centrée en E_{inc}/A_{inc}. Elle se déplace vers les énergies plus faibles et diminue rapidement en intensité pour les angles plus élevés[5]. Pour $\theta = 10°$ par exemple, le point médian de la composante de dissociation est situé à 765 MeV environ.

Ce comportement peut s'expliquer à l'aide d'un modèle élémentaire. Dans la figure 8.8, le point A représente l'impulsion par nucléon du deuton incident, dirigée selon l'axe z et dont le module est supposé ici valoir $\frac{p_{inc}}{A_{inc}}$ dans le repère du laboratoire. La distribution en impulsion des deux nucléons formant le deuton est centrée autour de ce point A et décroît au fur et à mesure que l'on s'en éloigne. Les nucléons émis à un angle θ ayant leur impulsion située sur le segment OB en pointillés, le point de plus grande population est, dans l'espace des impulsions, le point le plus proche de A. Dès lors, $p_{max} = p_{inc} \cos\theta$. Un calcul simple fournit alors

$$p_{inc}^2 c^2 \sin^2\theta = |\Delta E|(2m_N c^2 + 2E_{inc} - |\Delta E|) \tag{8.1}$$

où E_{inc} (`TLAB`) est l'énergie cinétique incidente par nucléon et m_N est la masse du nucléon. La grandeur ΔE est définie de sorte que le pic de dissociation présente son maximum pour une énergie égale à $E_{inc} - |\Delta E|$. Ce calcul élémentaire fournit, pour un énergie incidente de 1600 MeV et un angle de 10°, une déplacement du pic de 19 MeV, et ce quelle que soit la masse A_T de la cible considérée.

Bien que, dans le cadre de notre modèle, l'énergie et l'impulsion des nucléons issus de la dissociation (qu'elle soit nucléaire ou coulombienne) ne sont pas soumises à l'influence du noyau, les résultats obtenus à l'aide du code de calcul ne présentent pas la déviation calculée dans l'équation (8.1). Comme nous le voyons sur le panneau de gauche de la figure 8.4, l'énergie médiane de la composante de dissociation à 10° est en général significativement plus basse. Ce résultat est une conséquence de la modélisation du deuton dans INCL4 comme un ensemble de deux nucléons indépendants, sur leur couche de masse et sans potentiel. Le modèle associe aux deux nucléons formant le deuton des énergies égales $E'_{tot,i}$ et des impulsions opposées $\vec{p'_i}$ dans le repère du centre de masse du deuton. Dans le repère du laboratoire, l'énergie $E_{tot,i}$ et l'impulsion $\vec{p_i}$ pour le nucléon i valent, après avoir été 'boostées' :

$$E_{tot,i} = \gamma(E'_{tot,i} + v p'_{i,||}), \tag{8.2}$$

$$p_{i,||} = \gamma(p'_{i,||} + v E'_{tot,i}), \tag{8.3}$$

[5] On se limite ici aux cas où l'impulsion du deuton incident p_{inc} est grande par rapport aux impulsions caractérisant les mouvements internes du deuton et de la cible.

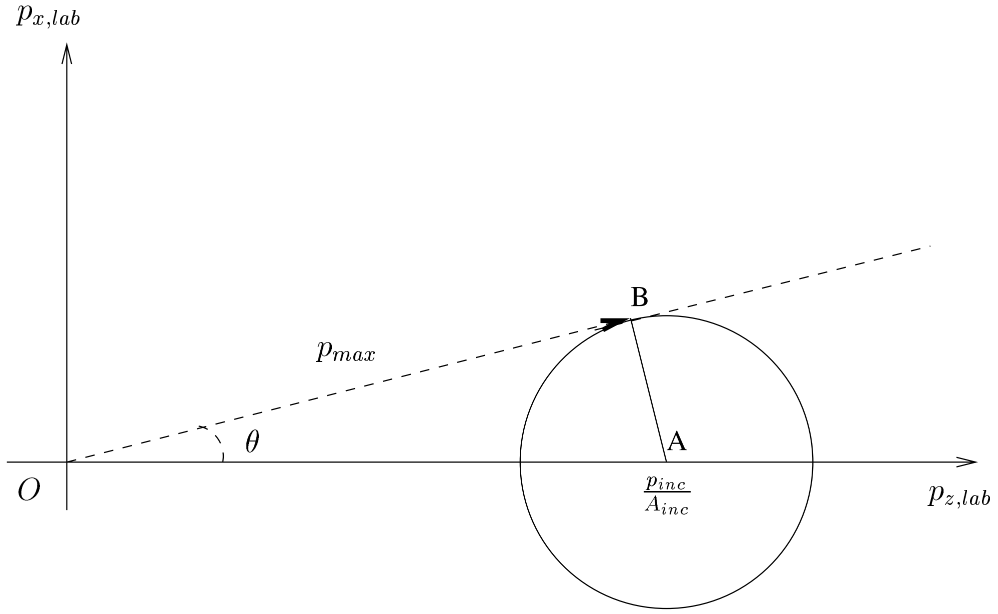

FIG. 8.8: Calcul du déplacement en énergie du pic de dissociation en fonction de l'angle d'émission.

$$p_{i,\perp} \quad = \quad p'_{i,\perp}, \tag{8.4}$$

où le facteur γ dépend de la vitesse relative des deux repères et où les composantes $\|$ sont dirigées selon l'axe d'incidence $\vec{e_z}$.

Par conséquent, la somme des énergies des deux nucléons $E_{tot,1}$ et $E_{tot,2}$ vaut

$$E_{tot,1} + E_{tot,2} = \gamma(E'_{tot,1} + E'_{tot,2}) = \gamma(2M_N + E'_{1,CM} + E'_{2,CM}). \tag{8.5}$$

Or, afin de garantir une bonne représentation en énergie du deuton, le code impose, dans le repère du laboratoire (voir chapitre 3)

$$E_{tot,1} + E_{tot,2} = E_1 + E_2 + 2 * M_N = M_{deuton} + E_{inc} = \gamma M_{deuton}, \tag{8.6}$$

que l'on peut réécrire

$$E_1 + E_2 = E_{inc} - B_{deuton}, \tag{8.7}$$

où $B_{deuton} \sim 2.2\ MeV$ est l'énergie de liaison du deuton. Comme M_{deuton} est toujours inférieure à $2m_N + E'_{1,CM} + E'_{2,CM}$, le code est contraint, pour respecter les équations (8.5) et (8.6) de diminuer de manière significative l'énergie et l'impulsion des nucléons incidents pour garantir la conservation de l'énergie au cours de la cascade. Cela se traduit par une diminution sensible des impulsions longitudinales effectives des deux nucléons. La coordonnée du point A dans la figure 8.8 est inférieure à $\frac{p_{inc}}{A_{inc}}$ dans le repère du laboratoire, et ce d'autant plus que l'impulsion transverse des nucléons formant le deuton est élevée. Ainsi, les nucléons émis à $0°$ ayant une impulsion transverse quasi-nulle, la position en énergie du pic de dissociation à cet angle est à peu près $E_{inc}/2$, comme attendu.

Cette correction revient en fait à considérer que l'énergie cinétique associée au mouvement relatif des deux nucléons formant le deuton doit être compensée pour garantir la conservation globale de l'énergie. En conséquence, un deuton au sein duquel le mouvement relatif du proton et du neutron est important sera en fait moins accéléré qu'un autre. Le paramètre β_{inc} (ou γ_{inc}) n'est donc pas en pratique constant événement par événement. Ce choix peut a priori sembler problématique mais il s'explique par la modélisation du deuton comme un ensemble de deux nucléons sur leur couche de masse et sans interaction. En effet, concilier cette modélisation et la conservation globale de l'énergie n'est possible que si on effectue des corrections sur les énergies individuelles des nucléons. Celle qui est faite ici semble la plus naturelle mais il est difficile de la confronter à des mesures expérimentales puisque le raisonnement effectué au cours de ce chapitre ne concerne que la composante de dissociation et que cette dernière n'est isolable expérimentalement qu'à 0°.

8.4.2 Les différentes causes de dissociation

Les résultats déjà présentés dans ce chapitre montrent clairement que le modèle INCL4 standard prend en compte certains événements de dissociation. Puisque l'énergie de liaison du deuton est faible, on ne lui associe pas de potentiel attractif et l'interaction réciproque des deux nucléons qui le composent est négligée. En conséquence, un des nucléons incidents peut interagir avec le noyau tandis que l'autre poursuit son chemin sans subir son influence (principalement lors de collisions périphériques). De tels événements (auxquels nous avons donné le nom de "dissociation nucléaire" dans l'introduction à ce chapitre) apparaissent naturellement dans les spectres calculés à l'aide du modèle de cascade de Liège. En revanche, lorsqu'aucun des deux nucléons incidents ne subit de collisions, l'événement est considéré comme transparent. Le modèle néglige donc une autre cause importante de dissociation du deuton : le champ coulombien généré par le noyau. Sous l'influence de ce dernier, le deuton incident peut en effet subir une transition vers un état dissocié (tous les états excités sont dissociés pour un deuton). La sous-estimation contastée dans [133] du pic de dissociation par le modèle INCL s'explique donc sans doute par le fait que ce dernier néglige la dissociation coulombienne.

8.5 Modèles simples de dissociation coulombienne du deuton

8.5.1 Remarque préliminaire

Notre motivation est de créer un modèle, simple mais raisonnable, de la dissociation coulombienne et de l'implanter dans le code INCL4. La simplicité est un aspect crucial car, comme nous le verrons, l'introduction de ce processus augmente considérablement le nombre d'événements à calculer si on désire conserver une statistique suffisante pour le processus de cascade proprement dit. Ce point exclut d'emblée les modèles de type DWBA (voir bibliographie dans [134]). Nous allons donner dans les paragraphes qui suivent un bref aperçu des modèles simples existants, en insistant sur le calcul des probabilités de dissociation.

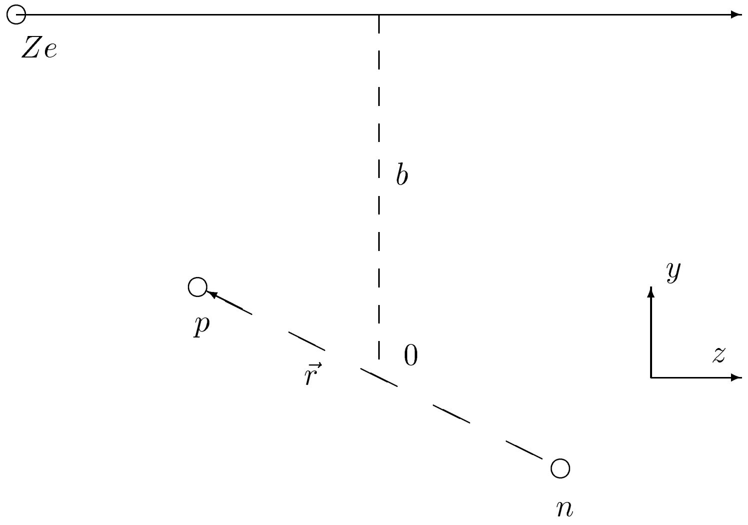

FIG. 8.9: Représentation schématique de la collision entre un deuton et un noyau-cible, dans le repère du centre de masse du deuton.

8.5.2 Introduction

Nous supposons que le mouvement du centre de masse du deuton n'est pas influencé par le noyau. La répulsion coulombienne subie à l'approche du noyau-cible est donc négligée et seule l'influence sur les degrés de liberté *internes* du deuton est prise en compte. Cette approximation est certainement justifiée à haute énergie. La déviation serait ainsi inférieure à 1° pour un noyau de ^{208}Pb et un deuton de $800 MeV/A$.

Sous cette hypothèse, il est plus simple de considérer le mouvement (linéaire) du noyau-cible dans le repère du centre de masse du deuton, supposé immobile. Si $\vec{r_p}$ et $\vec{r_n}$ sont les vecteurs positions du proton et du neutron constituant le deuton, nous avons $\vec{R_{CM}} = \frac{\vec{r_p}+\vec{r_n}}{2} = \vec{0}$ et la coordonnée relative $\vec{r} = \vec{r_p} - \vec{r_n}$ (voir figure 8.9).

Dans ce repère, les équations du mouvement classique du noyau sont $x = 0, y = b, z = \beta t$ où b est le paramètre d'impact et β est égal au paramètre β du deuton incident dans le repère du laboratoire. Le champ électrique au centre de masse de masse du deuton est alors donné par

$$\vec{E}(\vec{R_{CM}}) = -\frac{Ze\gamma b}{(b^2 + \gamma^2\beta^2 t^2)^{3/2}}\vec{e_y} - \frac{Ze\gamma\beta t}{(b^2 + \gamma^2\beta^2 t^2)^{3/2}}\vec{e_z}. \tag{8.8}$$

La fonction d'onde du mouvement du deuton obéit à l'équation suivante :

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(H_0 + V(t))\psi, \tag{8.9}$$

où H_0 est l'Hamiltonien interne supposé non-perturbé et $V(t) = eV(\vec{r_p}(t))$ est le potentiel (supposé purement scalaire) ressenti par le proton. Par souci de simplification, nous négligeons tous les effets magnétiques, qui sont de faible importance pour un deuton.

8.5.3 Un modèle classique

Un premier modèle très élémentaire suppose que le deuton se dissocie si le proton, sous l'influence du champ coulombien généré par la charge du noyau-cible, gagne une énergie suffisante pour vaincre l'énergie de liaison. Comme le proton possède une énergie potentielle maximale lorsque la distance entre le noyau et le deuton atteint sa valeur minimale ($\equiv b_p$), nous avons :

$$U_{max} = \frac{Ze^2\gamma}{b_p}, \tag{8.10}$$

où b_p est le paramètre d'impact calculé pour le proton. En moyenne, cette valeur correspond au paramètre d'impact b habituel, c'est-à-dire calculé par rapport au centre de masse du deuton. En conséquence, on peut écrire :

$$\boxed{P_{diss} = \theta_H(\frac{Ze^2\gamma}{B} - b),} \qquad (I) \tag{8.11}$$

où B est l'énergie de liaison du deuton ($B = 2.2246\ MeV$) et θ_H est la fonction "échelon" de Heaviside ($\theta_H(x) = 1$ si $x \geq 0$ et $\theta_H(x) = 0$ si $x < 0$).

Dans le cadre de ce modèle, la probabilité de dissociation décroît brusquement de 1 à 0 pour une valeur du paramètre d'impact b qui est fonction de la charge du noyau-cible et de son énergie incidente (via γ). Formellement, on peut dire que la probabilité de dissociation croît avec Z et γ (et donc avec l'énergie incidente).

Ce dernier point peut paraître surprenant. En effet, lorsque la vitesse du deuton augmente, le temps pendant lequel il est affecté par le champ coulombien du noyau diminue et on s'attendrait à ce que la probabilité de dissociation s'en ressente[6]. Ce raisonnement est trop simpliste. En effet, l'équation (8.8) nous montre que la perturbation à laquelle est soumise le deuton dépend explicitement de γ. On peut dès lors montrer (en remplaçant βt par z) que $\frac{dE}{d\gamma} > 0$ si $\gamma < \frac{b}{\sqrt{2}z}$. A courte distance, le champ coulombien est donc d'autant plus grand que la vitesse est grande. Comme le modèle (I) ne prend en compte que l'effet du champ à la distance minimale, cette croissance de P_{diss} en fonction de E_{inc} s'explique aisément.

8.5.4 L'approximation dipolaire

On peut écrire :

$$V(\vec{r}_p) = V(\vec{R_{CM}} + \frac{\vec{r}}{2}), \tag{8.12}$$

[6] Ce sera d'ailleurs le cas pour les modèles (III) et (IV).

ce qui donne, si on ne conserve que les deux premiers termes du développement de Taylor[7],

$$V(\vec{r}_p) = V(\vec{R_{CM}}) + \frac{1}{2}\vec{r}.\vec{\nabla}V(\vec{R_{CM}}). \tag{8.13}$$

Selon nos hypothèses, le premier terme est constant et peut donc être laissé de côté. Négligeant l'influence de la variation temporelle du potentiel vecteur ($\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$), on obtient :

$$V(\vec{r}_p) = V(\vec{R_{CM}}) - \frac{\vec{r}}{2}.\vec{E}(\vec{R_{CM}}). \tag{8.14}$$

La perturbation $V(t) = eV(\vec{r_p}(t))$ s'écrit donc (en négligeant le terme constant) :

$$V(t) = \frac{1}{2}(\frac{Ze^2\gamma b}{(b^2+\gamma^2\beta^2t^2)^{3/2}}y + \frac{Ze^2\gamma\beta t}{(b^2+\gamma^2\beta^2t^2)^{3/2}}z), \tag{8.15}$$

où y et z sont les composantes de la coordonnée relative $\vec{r}$ du deuton (voir figure 8.9). Le premier terme ne change pas de signe au cours du temps, contrairement au deuxième (l'instant $t = 0$ correspond à l'instant où le noyau est le plus proche du centre de masse du deuton). Nous allons donc dans un premier temps supposer que c'est ce premier terme qui joue le rôle dominant dans le processus de dissociation[8].

8.5.5 Un modèle quantique analytiquement soluble

Si on ne conserve que le premier terme de (8.15), la perturbation est purement transversale. Si on fait en outre l'hypothèse que H_0 prend la forme d'un hamiltonien d'oscillateur harmonique, la fonction d'onde interne du deuton répond à l'équation (8.9) dans laquelle H_0 est de la forme $H_0 = \frac{p^2}{\mu^2} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2$ et $V(t) \equiv f(t)y$ est proportionnel à la coordonnée y. Dans ces conditions, seul le mouvement selon l'axe y est influencé. Ce problème accepte une solution analytique exacte [136]. En particulier, la probabilité qu'un système initialement dans son état fondamental y demeure est donnée par :

$$P_0 = exp\left(-\frac{1}{\mu\hbar\omega}|\int_{-\infty}^{-\infty} f(t)e^{i\omega t}dt|^2\right), \tag{8.16}$$

où ω est la fréquence de l'oscillateur. Utilisant l'équation (8.15), on obtient successivement

$$\begin{aligned} P_0 &= exp\left(-\frac{1}{\mu\hbar\omega}|\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{Ze^2\gamma b}{(b^2+\gamma^2\beta^2t^2)^{3/2}}e^{i\omega t}dt|^2\right) &(8.17)\\ &= exp\left(-\frac{(Ze^2\gamma b)^2}{\mu\hbar\omega}|\int_0^{\infty}\frac{cos\omega t}{(b^2+\gamma^2\beta^2t^2)^{3/2}}dt|^2\right) &(8.18)\\ &= exp\left(-\frac{(Ze^2)^2\omega}{\mu\hbar\beta^4\gamma^2}|K_1(\frac{\omega b}{\gamma\beta})|^2\right) &(8.19)\end{aligned}$$

[7]Rappelons que ce développement n'est justifié que si le potentiel varie peu à l'échelle des dimensions du deuton.

[8]Cette hypothèse sera partiellement justifiée par l'équation (8.32), qui explicite le rapport entre la contribution des deux termes de (8.15) dans les probabilités de transition et montre que le deuxième terme est toujours environ γ^2 fois plus petit que le premier.

où K_1 est la fonction de Bessel modifiée de première espèce. Nous introduisons le paramètre de Sommerfeld $\eta = Ze^2/\hbar\beta$ et obtenons :

$$P_0 = exp\left(-\eta^2 \frac{\hbar\omega}{\mu\beta^2\gamma^2}|K_1(\frac{\omega b}{\gamma\beta})|^2\right) \tag{8.20}$$

Considérons quelques limites particulières.

1. Pour $\gamma\beta \to \infty$ (ce qui correspond à $E_{inc} \to \infty$), on obtient, en utilisant l'approximation $K_1(x) \underset{x \to 0}{\sim} \frac{1}{x}$:

$$P_0 \approx exp\left(-\eta^2 \frac{a_{osc}^2}{b^2}\right) = exp\left(-\frac{Z^2e^4}{\hbar^2\beta^2}\frac{a_{osc}^2}{b^2}\right), \tag{8.21}$$

   où nous définissons la "longueur de l'oscillateur"[9] a_{osc}^2 comme $\hbar/(\mu\omega)$.

2. Pour $b \to \infty$, on obtient, en utilisant $K_1(x) \underset{x \to \infty}{\sim} \sqrt{\frac{\pi}{2x}}e^{-x}$:

$$P_0 \approx exp\left(-\frac{\eta^2\hbar\pi}{2\mu\beta\gamma b}exp(-2\frac{\omega b}{\beta\gamma})\right). \tag{8.22}$$

3. Pour $Z \to \infty$, on a $P_0 \to 0$.

Bien que le deuton ne puisse pas être rigoureusement décrit par un oscillateur harmonique à une dimension, nous supposerons que ce modèle donne une bonne approximation de P_0. Le deuton n'ayant qu'un état lié, on peut considérer que la probabilité de dissociation vaut $P_{diss} = 1 - P_0$, ce qui donne :

$$\boxed{P_{diss} = 1 - exp\left(-\eta^2 \frac{\hbar\omega}{\mu\beta^2\gamma^2}|K_1(\frac{\omega b}{\gamma\beta})|^2\right) \qquad (II)} \tag{8.23}$$

Cette expression croît avec la charge Z du noyau. La fonction de Bessel modifiée décroissant rapidement lorsque son argument augmente, P_{diss} décroît lorsque le paramètre d'impact b augmente, comme attendu. En particulier, pour de grandes valeurs de b, on peut écrire

$$P_{diss} \approx \eta^2 \frac{\hbar\pi}{2\mu\beta\gamma b}e^{-\frac{2\omega b}{\gamma\beta}}. \tag{8.24}$$

Ici, la variation de P_{diss} en fonction de l'énergie incidente est complexe. Selon la valeur des autres paramètres, une augmentation de l'énergie incidente peut faire augmenter ou baisser P_{diss}. C'est le seul des modèles envisagés ici qui présente ce comportement.

[9] Par ce terme, on désigne en général la longueur caractéristique de décroissance de la fonction d'onde de l'état fondamental de l'oscillateur $\psi(x) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{x^2}{a_{osc}^2}\right)$.

8.5.6 L'approximation de Born

Pour introduire le prochain modèle de dissociation, repartons de l'équation d'évolution (8.9). Cette dernière peut être résolue dans l'appoximation de Born. Nous décomposons la fonction d'onde sur la base des états propres ϕ_k du Hamiltonien non-perturbé H_0 :

$$\psi = \sum_k c_k e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_k t}\phi_k, \tag{8.25}$$

où ε_k est l'énergie propre correspondant à l'état propre ϕ_k. Si on suppose que le système était initialement dans son état fondamental ϕ_0, on obtient pour $k \neq 0$ [137] :

$$c_k(t \to \infty) = -\frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{-\infty} e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_k - \varepsilon_0)t} < \phi_k|V(t)|\phi_0 > . \tag{8.26}$$

Utilisant l'expression de $V(t)$ donnée par l'équation (8.15), on obtient [138] :

$$c_k(t \to \infty) = -\frac{i}{\hbar}Ze^2\gamma\left\{\frac{\omega_{k0}}{\gamma^2\beta^2}K_1(\frac{\omega_{k0}b}{\gamma\beta})M_{k0}^T + i\frac{\omega_{k0}}{\gamma^3\beta^2}K_0(\frac{\omega_{k0}b}{\gamma\beta})M_{k0}^L\right\}, \tag{8.27}$$

avec

$$\omega_{k0} = \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_0}{\hbar}, \tag{8.28}$$

$$M_{k0}^T =< \phi_k|y|\phi_0 > \tag{8.29}$$

et

$$M_{k0}^L =< \phi_k|z|\phi_0 > . \tag{8.30}$$

On obtient donc pour la probabilité de transition :

$$P_k = |c_k(t \to \infty)|^2 \tag{8.31}$$

$$= \left(\frac{\eta\omega_{k0}}{\gamma\beta}\right)^2\left\{\left(K_1(\frac{\omega_{k0}b}{\gamma\beta})\right)^2|M_{k0}^T|^2 + \frac{1}{\gamma^2}\left(K_0(\frac{\omega_{k0}b}{\gamma\beta})\right)^2|M_{k0}^L|^2\right\}. \tag{8.32}$$

8.5.7 Modèle de dissociation basé sur l'approximation de Born

La formule (8.32) ne peut être utilisée directement pour calculer la probabilité de non-dissociation, puisqu'elle n'est valable que pour $k \neq 0$. En revanche, faisant usage de la relation d'unitarité, nous pouvons écrire :

$$P_0 = 1 - \sum_k P_k. \tag{8.33}$$

Cette relation, couplée à l'équation (8.32), permet d'évaluer P_0. Néanmoins, la sommation n'est en général pas triviale en l'absence d'hypothèses supplémentaires. Supposons, par exemple, que les valeurs de P_k ne sont significatives que pour des faibles valeurs de k

(donc de ω_{ko}), les arguments de le fonction de Bessel modifiée sont alors petits. Utilisant les limites précédemment utilisées pour $K_1(x)$ et $K_0(x) \underset{x \to 0}{\sim} -\ln x$, on peut écrire :

$$P_k \approx \frac{\eta^2}{b^2}\{|M_{k0}^T|^2 + \frac{1}{\gamma^2}|M_{k0}^L|^2 \left((\frac{\omega_{k0}b}{\gamma\beta})ln(\frac{\omega_{k0}b}{\gamma\beta})\right)^2\} \tag{8.34}$$

ou, en pratique,

$$P_k \approx \frac{\eta^2}{b^2}|M_{k0}^T|^2, \tag{8.35}$$

puisque les éléments de matrice $|M_{k0}^T|$ et $|M_{k0}^L|$ ont des valeurs comparables et que la fonction $x\ln(x)$ a des valeurs faibles pour x petit[10]. En utilisant l'équation (8.33), le fait que les fonctions ϕ_k forment une base complète et la relation $<\phi_0|y|\phi_0>= 0$, on obtient alors :

$$P_0 = 1 - \frac{\eta^2}{b^2} < \phi_0|y^2|\phi_0 > . \tag{8.36}$$

En prenant $P_{diss} = 1 - P_0$, on obtient :

$$\boxed{P_{diss} = \frac{\eta^2}{3b^2} < \phi_0|r^2|\phi_0 > .} \qquad (III) \tag{8.37}$$

On constate que, selon ce modèle, la probabilité de dissociation décroit en b^{-2}, qu'elle croit avec la charge Z du noyau et qu'elle décroit avec l'énergie incidente (via β).

8.5.8 Le modèle de Baur

Un modèle simple est proposé dans la référence [135]. Nous allons l'exposer brièvement. Il est basé sur l'hypothèse que, à haute énergie, la perturbation $V(t)$ agit durant un laps de temps très court et peut donc être décrite par une fonction delta :

$$V(t) = f(\vec{r})\delta(t). \tag{8.38}$$

Sous cette hypothèse, l'équation (8.9) admet une solution exacte et on peut écrire, pour tout k (y compris $k = 0$) :

$$P_k = | < \phi_k|exp(-\frac{i}{\hbar}f(\vec{r}))|\phi_0 > |^2. \tag{8.39}$$

Quelle forme faut-il donner à la fonction $f(\vec{r})$? Elle doit représenter classiquement l'énergie interne reçue par le deuton pendant la perturbation. Dans l'article, Baur l'a identifiée au produit scalaire[11] de l'impulsion $\Delta\vec{p}$ gagnée par le système et du vecteur

[10] Le second terme est toujours au moins $1/(e\gamma)^2$ fois plus petit que le premier (où e est la base du logarithme népérien).

[11] Vu notre choix du système d'axes, le changement de signe présent dans [135] n'a pas lieu d'être.

position $\vec{r}$. La première quantité peut être calculée classiquement en intégrant la force coulombienne exercée par le noyau sur le deuton au cours du temps. Pour des raisons de symétrie, le vecteur résultant est dirigé selon l'axe $\vec{e_y}$ et nous obtenons facilement :

$$\Delta\vec{p} = -2\frac{Ze^2}{b\beta}\vec{e}_y = -2\frac{\eta\hbar}{b}\vec{e}_y, \tag{8.40}$$

où nous avons réintroduit le paramètre de Sommerfeld η, et donc :

$$P_k = | < \phi_k|exp(\frac{2i\eta}{b}y)|\phi_0 > |^2. \tag{8.41}$$

Si nous utilisons un état propre de la forme[12]

$$\phi_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{2\pi}}\frac{e^{-\kappa r}}{r}, \tag{8.42}$$

où $\hbar^2\kappa^2/2\mu{=}B$, nous obtenons après intégration :

$$\boxed{P_{diss} = 1 - (\frac{\kappa b}{\eta})^2(\frac{\pi}{2} - atan\frac{\kappa b}{\eta})^2.} \qquad (IV) \tag{8.43}$$

On peut montrer que cette expression décroit continûment en fonction de l'argument $\frac{\kappa b}{\eta}$. On a donc pour P_{diss} un croissance en Z, une décroissance en E_{inc} et une décroissance en b. En particulier, pour les grandes valeurs de b, l'expression peut être approchée par :

$$P_{diss} \approx \frac{2}{3}\frac{\eta^2}{b^2}\kappa^{-2}. \tag{8.44}$$

8.6 Paramétrisation et discussion de la validité des différents modèles

Les quatre modèles de dissociation que nous venons de présenter reposent sur un certain nombre d'hypothèses qui ne sont pas toutes rigoureusement justifiables. Nous supposons néanmoins qu'ils permettent d'obtenir des valeurs raisonnables de la probabilité de dissociation. Nous allons à présent discuter ces dernières pour le cas d'un deuton de 1200 MeV sur un noyau de ^{208}Pb. Les paramètres d'impact b sont tous exprimés en fm.

- Le premier modèle (I) est très simple et s'implémente directement. La variation de la probabilité de dissociation (8.11) en fonction du paramètre d'impact est donnée dans la figure 8.10.
- L'implémentation du modèle (II) demande que l'on évalue la valeur de la fréquence de l'oscillateur. Deux méthodes sont possibles :

[12] Cette fonction ϕ_0 correspond à l'état fondamental pour un potentiel d'extension nulle ($V(\vec{r}) = \delta(|\vec{r}|)$).

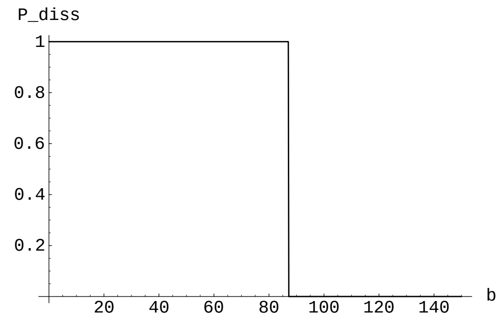

FIG. 8.10: Probabilité de dissociation selon la méthode (I).

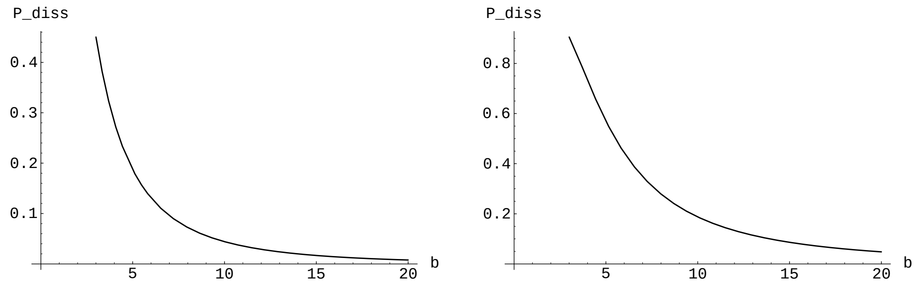

FIG. 8.11: Probabilité de dissociation selon la méthode (II) en utilisant la première (voir équation 8.45, panneau de gauche) et la deuxième méthode d'évaluation de ω (voir équation 8.46, panneau de droite).

1. On associe le rayon quadratique moyen du deuton à la longueur de l'oscillateur ($\frac{\hbar}{\mu\omega} = a_{osc}^2 = \frac{2}{3} < r^2 >$ pour un oscillateur harmonique à trois dimensions), et donc
$$\omega = \frac{3}{2}\frac{\hbar}{\mu < r^2 >}. \tag{8.45}$$

2. On associe la fréquence de l'oscillateur à l'énergie de liaison selon $\hbar\omega = B = 2.2246\ MeV$, ce qui donne
$$\omega = \frac{B}{\hbar}. \tag{8.46}$$

La première méthode fournit une valeur de ω environ 3.5 fois plus grande que la seconde ($\omega = 1.3\ 10^{22}\ Hz$, à comparer avec $3.4\ 10^{21}\ Hz$). Les formes correspondantes de la probabilité de dissociation (8.23) sont données dans la figure 8.11. On constate que la première évaluation de ω fournit une P_{diss} nettement plus petite que la seconde. Si l'on évalue la section efficace totale de dissociation coulombienne par l'expression

$$\sigma_{diss} \sim \int_{R_{max}}^{\infty} 2\pi b P_{diss}(b) db, \tag{8.47}$$

la décroissance exponentielle observée pour les grands paramètres d'impact garantit une valeur finie.

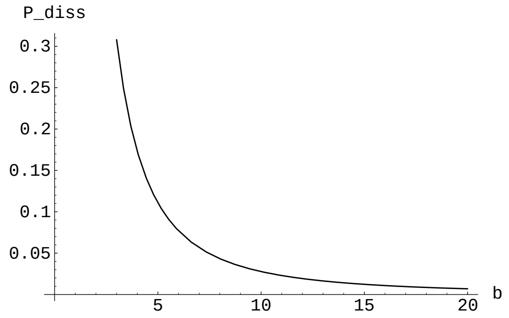

FIG. 8.12: Probabilité de dissociation selon la méthode (III).

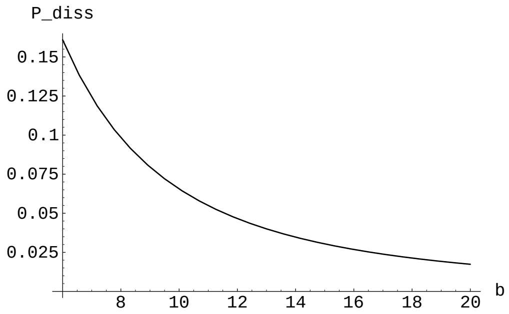

FIG. 8.13: Probabilité de dissociation selon la méthode (IV).

- L'expression de P_{diss} selon la méthode (III) est donnée par l'équation (8.37). Elle peut se réécrire

$$P_{diss} \approx \frac{\eta^2}{3b^2} < r^2 > . \tag{8.48}$$

  L'implémentation est immédiate. On constate une décroissance en b^{-2} de la probabilité de dissociation. Cette décroissance n'est pas suffisamment rapide pour garantir une section efficace de dissociation coulombienne finie. La variation de P_{diss} en fonction de b est donnée dans la figure 8.12.
- Pour la méthode (IV), le paramètre κ apparaissant dans l'expression (8.43) est calculé grâce à la relation $\kappa = \frac{\sqrt{2B\mu}}{\hbar}$. La décroissance en b^{-2} pour des grandes valeurs de b implique de nouveau que le section efficace de dissociation coulombienne ne sera pas finie. La variation de P_{diss} en fonction de b est illustrée à la figure 8.13.

Pour avoir une idée des ordres de grandeur en présence, nous avons évalué les sections efficaces de dissociation coulombienne en calculant à l'aide des différentes méthodes la grandeur $\int_{R_{max}}^{20\ fm} 2\pi b P_{diss}(b) db$ pour un noyau de ^{208}Pb ($R_{max} = 10.9878\ fm$) et un deuton de 1200 MeV. Les valeurs obtenues sont données dans la table 8.3. Rappelons que 1 $fm^2 =$ 10 mb.

Pour résumer, nous pouvons dire que :

- Tous les modèles présentent pour P_{diss} une croissance en fonction de Z et une décroissance en fonction de b.

Méthode	$\int_{R_{max}}^{20\ fm} 2\pi b P_{diss}(b) db$
I	8773 mb
II (première évaluation de ω)	142 mb
II (deuxième évaluation de ω)	728 mb
III	104 mb
IV	257 mb

TAB. 8.3: Comparaison des sections efficaces de dissociation coulombienne calculées avec les différentes méthodes.

- Le modèle (I) présente une croissance en fonction de E_{inc}, les modèles (III) et (IV) une décroissance, tandis que le modèle (II) a une dépendance plus complexe (qui dépend notamment du paramètre d'impact).
- Les modèles (I), (II) et (IV) fournissent toujours pour P_{diss} des valeurs comprises entre 0 et 1. Le modèle (III) a perdu cette propriété, suite aux hypothèses effectuées sur les valeurs de P_k.
- La décroissance de P_{diss} pour les grandes valeurs de b suit une loi en b^{-2} dans le cas des méthodes (III) et (IV). Dès lors, la section totale de dissociation coulombienne, évaluée à l'aide de (8.47), diverge. En revanche, la décroissance est exponentielle pour la méthode (II), ce qui assure une valeur finie de σ_{diss}.

Ce dernier point désigne la méthode (II) comme la plus appropriée. C'est elle que nous allons à présent utiliser.

8.7 Implémentation dans le programme de cascade et premiers résultats

L'expression (8.23) est parfaitement analytique et permet de calculer a priori la probabilité de dissociation pour toutes les valeurs du paramètre d'impact. On pourrait donc espérer qu'il soit possible d'effectuer la cascade comme auparavant et de ne tenir compte de la dissociation coulombienne qu'a posteriori. Il n'en est rien. En effet, les modèles de dissociation coulombienne que nous venons de présenter négligent entièrement l'interaction nucléaire. Ils ne peuvent donc s'appliquer qu'à des cas où cette dernière ne joue effectivement aucun rôle, soit, dans le cadre du modèle de cascade, lorsque l'événement "nucléaire" est transparent. Or, on ne connaît pas a priori la probabilité qu'a un événement de se révéler transparent, ce qui empêche une implémentation analytique (c'est ce qu'exprime également l'équation (8.49) que nous allons introduire dans la suite de ce paragraphe). Les événements transparents doivent donc être explicitement générés.

La manière naturelle de tenir compte de la dissociation coulombienne dans le code de cascade est la suivante. Il faut tout d'abord augmenter la valeur maximale b_{max} du paramètre d'impact. La valeur choisie doit être notablement plus grande que le rayon R_{max} du noyau pour que le code génère naturellement des événements où le deuton passe à côté du noyau-cible[13]. Il faut néanmoins faire attention de ne pas prendre une valeur trop

[13]Nous avons écrit *notablement plus grande* parce qu'il faut tenir compte de la distance d'interaction

élevée pour b_{max} si on veut conserver une statistique suffisante pour les petits paramètres d'impact sans devoir trop augmenter le nombre d'événements à calculer.

Pour chaque événement considéré comme transparent par le code de cascade, il faut alors évaluer P_{diss}, tirer un nombre au hasard entre 0 et 1 et, selon la valeur obtenue, dissocier ou non le deuton. Si la dissociation est refusée, l'événement est considéré comme transparent. Dans le cas contraire, on donne au proton et au neutron du deuton dissocié leurs impulsions $\vec{p_1}$ et $\vec{p_2}$ dans le repère du laboratoire et des énergies cinétiques E_1 et E_2 telles que $E_1 + E_2 = E_{inc} - B$. L'initialisation du deuton dans le code INCL4 garantit que cette dernière égalité est toujours vérifiée (voir paragraphe 8.4.1).

Nous venons de voir que la méthode (II) semble a priori la plus indiquée pour calculer la probabilité de dissociation du deuton. De plus, les valeurs obtenues pour les sections efficaces partielles de dissociation coulombienne (voir table 8.3) suggèrent d'évaluer ω à partir du rayon quadratique moyen selon l'équation (8.45).

Le dernier paramètre à fixer est donc b_{max}. Quelle valeur lui donner ? Pour répondre à cette question, regardons la table 8.4. Bien que la décroissance de P_{diss} avec b soit exponentielle, les contributions à la section efficace de dissociation coulombienne demeurent non-négligeables jusqu'à une distance appréciable du centre du noyau-cible. Pour être cohérent avec notre modèle et en tirer tous les enseignements, il faudrait donc prendre b_{max} grand (égal à 50 fm par exemple). Une telle valeur nécessiterait un nombre de runs très élevé si on veut que les événements de cascade pour $b \leq R_{max}$ continuent à être traités avec une statistique suffisante. A titre de compromis, nous avons choisi dans un premier temps de prendre $b_{max} = R_{max} + 12 * R_{deut}$. Le code INCL4 évalue le rayon quadratique moyen R_{deut} du deuton à 2.1 fm, ce qui donne pour b_{max} une valeur de 36.2 fm. On peut évaluer la section efficace négligée à $\int_{36.2}^{\infty} 2\pi b P_{diss}(b) db \sim 35\ mb$.

Deux calculs ont été effectués, l'un avec le break-up coulombien, l'autre sans (toujours pour la réaction $d +^{208} Pb$ à 1200 MeV). Avec cette valeur de b_{max}, on obtient environ 700 000 événements transparents sur 750 000 événements calculés (soit 93%). L'implémentation de la dissociation coulombienne remplace environ 5 000 de ces événements transparents par des dissociations, ce qui se traduit par une augmentation de la section efficace totale de réaction qui vaut $\Delta\sigma = \sigma_{diss} = 291\ mb$ (2601 contre 2310 mb), soit environ 13%.

Il est intéressant de comparer cette valeur à l'évaluation qui en a été faite précédemment à l'aide de l'équation (8.47) :

$$\sigma_{diss} \sim \int_{R_{max}}^{b_{max}} 2\pi b P_{diss}(b) db = 228\ mb.$$

La valeur ainsi obtenue est de 30% inférieure à la valeur $\Delta\sigma$ obtenue par le code. Ce résultat indique que la contribution des paramètres d'impact $b < R_{max}$ est importante. On peut en effet évaluer plus précisément le gain $\Delta\sigma$ à l'aide de l'expression :

$$\sigma_{diss} = \Delta\sigma = \int_{0}^{b_{cut}} 2\pi b P_{diss}(b) P_{transp}(b) db \qquad (8.49)$$

où $P_{transp}(b)$ est la proportion d'événements transparents. Cette dernière est une fonction monotone croissante du paramètre d'impact b (proche de 1 pour $b > R_{max}$, mais non-

entre deux nucléons, qui n'est pas nulle, ainsi que de l'extension du deuton.

a	b	$\int_a^b 2\pi b P_{diss}(b) db$
0	$R_0 = 6.64\ fm$	431 mb
R_0	$R_{max} = 10.99\ fm$	144 mb
R_{max}	15 fm	79 mb
15 fm	20 fm	62.5 mb
20 fm	30 fm	66 mb
30 fm	40 fm	29 mb
40 fm	50 fm	14 mb
50 fm	60 fm	6.7 mb
60 fm	70 fm	3.3 mb
70 fm	100 fm	2.9 mb
100 fm	1000 fm	0.4 mb
0	1000 fm	839 mb
R_{max}	1000 fm	264 mb

TAB. 8.4: Sections efficaces de dissociation coulombienne calculées en fonction du paramètre d'impact pour la réaction d'un noyau de ^{208}Pb avec un deuton de 1200 MeV.

négligeable pour $b < R_{max}$). Aux valeurs des sections efficaces de dissociation calculées jusqu'ici s'ajoute donc une contribution non négligeable des paramètres d'impact inférieurs à R_{max}.

L'augmentation calculée de 13% environ de la section efficace totale de réaction ne se traduit pas par une augmentation uniforme des sections efficaces d'émission dans tout l'espace de phase. Elle ne concerne que la composante de dissociation (voir figure 8.3) et se traduit donc surtout par une augmentation de la hauteur du pic correspondant (région $\theta <<$ et $E_n \sim E_{inc}/2$). Les spectres pour des angles supérieurs à 20° sont virtuellement inchangés. La figure 8.14 montre l'allure du pic observé dans le spectre d'émission à 0° (qui est essentiellement constitué de neutrons de dissociation, comme le prouve la figure 8.4) avec et sans dissociation coulombienne.

On constate que la hauteur du pic augmente de 60% environ ou, pour le dire autrement, que 40% du nombre total de dissociations sont d'origine coulombienne. En revanche, sa forme est quasiment inchangée. Cela s'explique aisément. Quelle que soit l'origine de la dissociation (coulombienne ou nucléaire), ce qu'on observe en fait est un pic constitué essentiellement de nucléons (de neutrons ici) n'ayant subi *aucune* interaction, ni avec le noyau cible, ni avec l'autre nucléon du deuton. Leur distribution angulaire est donc entièrement conditionnée par la distribution choisie pour l'initialisation du deuton dans l'espace des impulsions. L'ajout de la dissociation coulombienne ne peut donc jouer que sur la hauteur du pic, et pas sur sa largeur à mi-hauteur ou sa forme.

Le panneau de droite de la figure 8.15 présente les résultats obtenus pour la réaction $d +^{208} Pb$ à 1600 MeV. L'importance de la dissociation est logiquement beaucoup plus faible pour des noyaux plus légers, et donc moins chargés, comme le montre le cas du ^{56}Fe sur le panneau de gauche de la même figure.

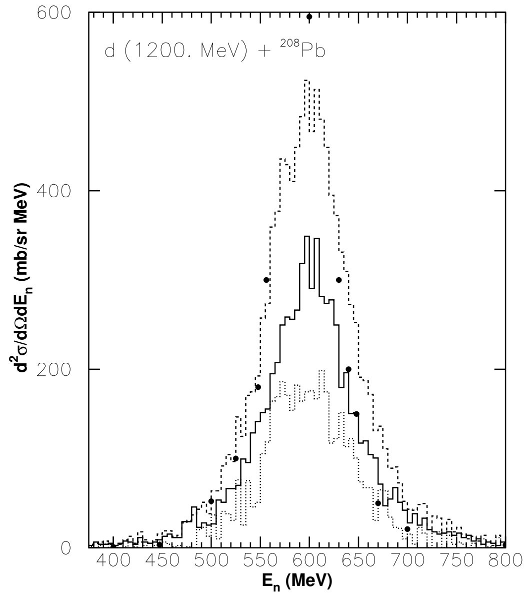

FIG. 8.14: Spectre d'émission de neutrons à 0°, sans dissociation coulombienne (traits pleins) et avec dissociation coulombienne (tirets), pour la réaction $d+^{208}Pb$ à 1200 MeV. La contribution de la dissociation coulombienne est représentée en pointillés. Les points expérimentaux (cercles noirs) sont tirés de [132]. Ils sont annoncés avec une imprécision de l'ordre de 30%. Leur but premier est donc seulement de guider le regard, pas de permettre une comparaison réelle avec la simulation. L'ouverture angulaire utilisée dans le calcul est de 3°. Notons l'échelle linéaire pour l'axe vertical et le point expérimental à 600 MeV près du bord supérieur de la figure.

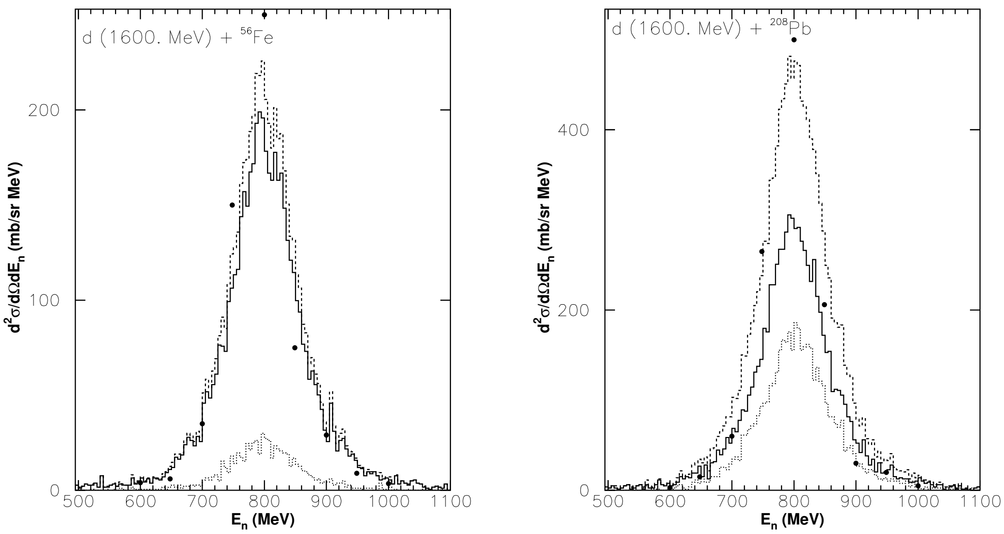

FIG. 8.15: Spectre d'émission de neutrons à 0° pour les réactions $d +^{56} Fe$ et $d +^{208} Pb$ à 1600 MeV, sans dissociation coulombienne (traits pleins) et avec dissociation coulombienne (tirets pleins). La contribution de la dissociation coulombienne est présentée en pointillés. Les points expérimentaux (cercles noirs) sont tirés de [132]. Ils sont annoncés avec une imprécision de l'ordre de 30%. Leur but premier est donc seulement de guider le regard, pas de permettre une comparaison réelle avec la simulation. L'ouverture angulaire utilisée dans le calcul est de 3°. Notons l'échelle linéaire pour l'axe vertical et les points expérimentaux à 800 MeV près du bord supérieur des deux graphes.

8.7.1 Effet de la troncation des grands paramètres d'impact

Puisque la grandeur $P_{transp}(b)$ utilisée dans l'équation (8.49) est environ égale à 1 pour b notablement plus grand que R_{max} et puisque la forme du pic de dissociation ne dépend pas du paramètre d'impact, on peut facilement corriger la hauteur du pic obtenue par le code en tenant compte a posteriori de la contribution des paramètres d'impact négligés lors de la simulation. Il suffit d'évaluer

$$\sigma_{cut} = \int_{b_{cut}}^{\infty} 2\pi b P_{diss}(b) P_{transp}(b) db \sim \int_{b_{cut}}^{\infty} 2\pi b P_{diss}(b) db \tag{8.50}$$

et de multiplier le gain en hauteur du pic par le rapport $\frac{\Delta\sigma+\sigma_{cut}}{\Delta\sigma}$. Dans l'exemple de la réaction $d+^{208}Pb$ à 1200 MeV, nous avons $\Delta\sigma = 291\ mb$ et $\sigma_{cut} = 35\ mb$ et ce rapport vaut donc 326/291, ce qui correspond au final à une correction de l'ordre de 4% sur la hauteur du pic, soit environ 20 $mb/(sr\ MeV)$ (voir figure 8.14).

8.7.2 Comparaison avec les données expérimentales

Comme dit précédemment, nous ne disposons pas de données expérimentales fiables à 0°, là où la dissociation est la plus importante. Des mesures ont bien été effectuées à 0° sur le ^{208}Pb à 1200 et 1600 MeV [132]. Malheureusement, elles sont entachées d'erreurs estimées à 30% environ, ce qui rend toute comparaison quantitative hasardeuse. Nous avons néanmoins approximativement reproduit ces mesures sur les figures 8.14 et 8.15 afin de donner une idée des ordres de grandeur. Ainsi, par exemple, le pic pour $\theta = 0°$ culmine, selon ces mesures, à 600 $mb/(MeV\ sr)$ pour la réaction $d+^{208}Pb$ à 1200 MeV, à 500 $mb/(MeV\ sr)$ pour la réaction $d+^{208}Pb$ à 1600 MeV et à 250 $mb/(MeV\ sr)$ pour la réaction $d+^{56}Fe$ à 1600 MeV. Dans les trois cas représentés, l'ajout de la dissociation coulombienne permet de se rapprocher des valeurs suggérées par l'expérience. Notons également que la position du pic de dissociation à 0° donnée par le calcul semble être légèrement décalée vers la droite par rapport aux données expérimentales, alors qu'elle semblait être légèrement décalée vers la gauche à 10° pour la réaction $d+^{56}Fe$ à 1600 MeV (voir figure 8.6). Cela pourrait être dû à l'épaisseur de la cible utilisée pour les mesures (de l'ordre de quelques centimètres).

Les données disponibles sont plus fiables pour les angles supérieurs ou égaux à 10° [139]. Malheureusement, même à 10°, l'importance de la dissociation est fortement atténuée (voir figure 8.3) et l'implémentation de la dissociation coulombienne se traduit par des modifications des spectres d'émission qui sont en pratique noyées dans l'incertitude statistique de la simulation (voir figure 8.16). Il est dès lors impossible d'en tirer des conclusions sur la validité de notre modèle de dissociation.

Face à la faible qualité des informations que nous pouvons, à l'heure actuelle, retirer de ces comparaisons, nous ne présentons pas ici d'autres résultats.

8.7.3 Effets quantiques

Des sections efficaces triplement différentielles d'émission corrélée ont été mesurées récemment pour de faibles énergies incidentes (inférieures à 300 MeV). Ainsi, Okamura et ses collaborateurs ont étudié la dissociation du deuton pour des faibles valeurs de l'énergie

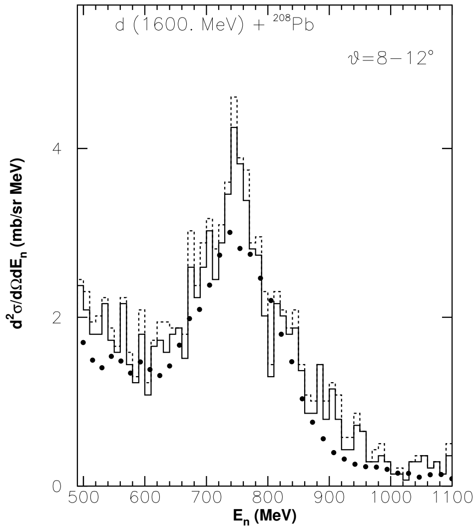

FIG. 8.16: Spectre d'émission de neutrons à 10°, sans dissociation coulombienne (traits pleins) et avec dissociation coulombienne (pointillés), pour la réaction $d +^{208} Pb$ à 1600 MeV. Les points expérimentaux (cercles noirs) proviennent de [139]. Les points expérimentaux et le résultat de la simulation sans dissociation coulombienne sont les mêmes que sur le panneau de droite de la figure 8.2.

relative ε, ce qui correspond à des événements pour lesquels les angles d'émission du neutron et du proton sont identiques ($\theta_n = \theta_p$) [140]. Ils y montrent notamment que, pour des angles supérieurs à quelques degrés, les sections efficaces triplement différentielles en fonction de l'énergie d'un des deux éjectiles présentent la forme en cloche habituelle (voir par exemple la référence [134] qui fournit un spectre d'émission à 15° pour la réaction $^{12}C(d,pn)^{12}C$ à 56 MeV, bizarrement présentée comme une dissociation élastique dans l'article). Cette forme, essentiellement due à la dissociation nucléaire est bien reproduite par notre modèle. En revanche, pour $\theta_n = \theta_p = 0°$, les spectres font apparaître, en fonction de l'énergie d'un des deux éjectiles, une structure en double pic fondamentalement différente de celle rencontrée jusqu'ici [134].

Pour l'expliquer, les auteurs ont calculé l'effet de l'interaction coulombienne entre le deuton et le noyau dans le cadre de la théorie DWBA (Distorted-Wave Born-Approximation) en négligeant toute interaction nucléaire entre le deuton et la cible [134]. La matrice T s'écrit :

$$T^{DWBA}_{prior} = < \chi_d^{(-)} \psi_{pn} | Ze^2 (\frac{1}{r_p} - \frac{1}{R}) | \chi_d^{(+)} \phi_d > \tag{8.51}$$

où Z est la charge du noyau, $\chi_d^{(-)}$ et $\chi_d^{(+)}$ les ondes distordues (fonction de R, la distance entre la cible et le centre de masse du deuton), ϕ_d et ψ_{pn} sont les états liés et de diffusion du système $p-n$ (fonction de la distance entre ces deux nucléons) et r_p est la distance entre la cible et le proton. Dès lors, en utilisant l'approximation dipolaire, on obtient

$$T^{DWBA}_{prior} \propto < \chi_d^{(-)} | \frac{\vec{k}.\vec{R}}{R^3} | \chi_d^{(+)} >, \tag{8.52}$$

où $\vec{k}$ est l'impulsion relative du proton et du neutron.

On s'attend donc à ce que la section efficace ($\propto |T|^2$) présente une dépendance en k^2 et s'annule en $k = 0$. Bien que l'article soit muet sur le domaine de validité du modèle, cette conclusion devrait être valable pour des énergies de quelques dizaines de MeV ou supérieures. Elle est d'ailleurs en gros corroborée par les données expérimentales à 140 et 270 MeV, même si l'annulation observée pour $k = 0$ n'est pas complète. Les auteurs en déduisent que la dissociation coulombienne domine à 0°, mais que l'importance de la dissociation nucléaire, déjà non-négligeable à 0° (pour expliquer l'annulation seulement partielle en $k = 0$), augmente avec l'angle d'émission θ.

De leur côté, Tostevin et ses collaborateurs ont mis au point un autre modèle quantique de dissociation coulombienne reposant uniquement sur les hypothèses suivantes [141, 142] :

- les énergies internes d'excitation du projectile sont faibles par rapport à l'énergie incidente (approximation dite *adiabatique* ou *instantanée* (sudden)),
- on néglige l'interaction forte entre le projectile et le noyau-cible (le modèle ne prend donc en compte que l'influence du champ électrique coulombien),
- l'interaction coulombienne agit sur un seul fragment chargé du composite incident (ce qui correspond bien au cas du deuton).

Les auteurs prétendent que ce modèle, bien que plus général et basé sur des hypothèses moins contraignantes, est lui aussi capable d'expliquer cette structure en double pic pour des énergies incidentes supérieures ou égales à 50 MeV environ.

Notre modèle de dissociation coulombienne est bien évidemment incapable de reproduire cette structure, et ce quelle que soit l'énergie incidente. En effet, l'impulsion des nucléons formant le deuton n'y est pas modifiée au cours de la dissociation. La distribution des impulsions après dissociation est donc une simple conséquence de l'initialisation du deuton. Dès lors, les spectres d'émission présentent toujours une forme en cloche.

Quelles conclusions en tirer quant à la validité de notre modèle de dissociation coulombienne ? Si nous admettons que la méthode utilisée pour calculer la probabilité de dissociation est bonne, nous devons conclure que la section efficace totale de dissociation est bien représentée. Les différences se font donc jour uniquement dans la répartition angulaire et énergétique des éjectiles. On pourrait, pour tenir compte empiriquement de ce phénomène, introduire une dépendance en l'impulsion relative $\vec{k}$ dans notre traitement de la dissociation coulombienne, tout en conservant la probabilité de dissociation inchangée. Explicitons la marche à suivre.

Dans le modèle que nous avons mis au point, la probabilité qu'une dissociation coulombienne ait lieu et que les deux nucléons de dissociation soient émis avec une impulsion relative $\vec{k}$ est donnée, pour chaque événement transparent, par :

$$F(\vec{k}) = \frac{P(\vec{k})\rho(\vec{k})}{\int \rho(\vec{k})d\vec{k}}, \tag{8.53}$$

où $P(\vec{k})$ est la probabilité qu'un deuton d'impulsion relative $\vec{k}$ subisse une dissociation coulombienne (elle vaut, dans le cadre de notre modèle, P_{diss} quel que soit $\vec{k}$) et $\rho(\vec{k})$ est la distribution des impulsions relatives dans le deuton (déduites du potentiel de Paris). La probabilité de dissociation totale vaut donc $\int F(\vec{k})d\vec{k} = P_{diss}$.

Nous voudrions introduire une dépendance explicite de la probabilité de dissociation $P(\vec{k})$ en fonction de $\vec{k}$. Cette dépendance devrait avoir une forme du type $P(\vec{k}) \propto k^2$ pour $\vec{k}$ faible, tendre vers 1 pour $|\vec{k}|$ tendant vers l'infini et être telle que $\int F(\vec{k})d\vec{k}$ soit toujours égal à P_{diss}. Ce dernier point nécessite de respecter l'équation

$$\frac{\int P(\vec{k})\rho(\vec{k})d\vec{k}}{\int \rho(\vec{k})d\vec{k}} = P_{diss}. \tag{8.54}$$

Une forme du type $P(\vec{k}) = 1 - \exp(-ak^2)$ peut satisfaire à toutes ces conditions, si la valeur du paramètre a est fixée à l'aide de l'équation ci-dessus. La valeur de P_{diss} pouvant varier d'événement en événement avec le paramètre d'impact et la valeur de β, ce calcul de a devrait être recommencé à chaque run.

Cette correction empirique n'a pas été formellement implémentée dans le modèle INCL4, d'abord parce que ces effets quantiques semblent ne pas jouer une importance déterminante dans l'allure des spectres d'émission (voir paragraphe suivant), ensuite parce qu'elle allongerait considérablement le temps de calcul. Nous la mentionnons simplement afin de montrer comment le modèle que nous avons présenté pourrait être, si besoin est, amendé pour tenir compte des effets quantiques discutés au cours de ce paragraphe.

8.7.4 Comparaison avec d'autres modèles

Devant la pauvreté des données expérimentales disponibles pour valider notre modèle, nous avons également effectué des comparaisons entre les sections efficaces de dissociation que nous calculons et celles obtenues par d'autres méthodes. Dans cette optique, nous mentionnons les résultats obtenus par D. Ridikas et al. [133] qui, utilisant le modèle de Tostevin (voir paragraphe 8.7.3), ont calculé la section efficace de production de neutrons correspondant à la dissociation coulombienne. Puisque la dissociation ne produit qu'un seul neutron, cette valeur est en fait égale à la section efficace de dissociation coulombienne. Pour la réaction $d +^{208} Pb$ à 1200 MeV, la valeur obtenue est de 240 mb, soit 25% de moins que la valeur obtenue à l'aide de notre modèle (qui est de $291 + 35$ mb).

De plus, la figure 1 de [133] présente les spectres d'émission de neutrons mesurés à 0° pour les réactions $d +^{208} Pb$ et $d +^{56} Fe$ à 1200 MeV[14]. Les auteurs montrent comment la hauteur et le forme du pic observé autour de $E_n = E_{inc}/A$ peuvent être décrits en sommant les intensités de la composante nucléaire calculée à l'aide du code LAHET et de la composante de dissociation coulombienne calculée à l'aide du modèle de Tostevin. La composante nucléaire calculée à l'aide de LAHET (utilisant le code de cascade ISABEL) a une valeur très proche de celle que nous avons obtenue à l'aide du modèle INCL4 (voir figure 8.14). En revanche, l'amplitude de la composante coulombienne est environ 50% plus grande que celle obtenue à l'aide de notre modèle. Ce résultat est quelque peu étonnant puisque nous venons de voir que notre modèle prévoit par ailleurs une section efficace totale de dissociation coulombienne supérieure. Cette apparente contradiction s'explique par une décroissance moins rapide des émissions en fonction de l'angle θ pour notre modèle que pour celui utilisé dans [133].

La figure 1 de [133] a en outre l'avantage de présenter la forme prévue par ce modèle pour la composante coulombienne du spectre d'émission en neutrons. Elle ne présente pas de structure en double pic, soit que celle-ci ait été inhibée par la résolution en énergie du spectre présenté (1 bin =10 MeV), soit qu'elle disparaisse lors de l'intégration sur l'angle θ_p[15] (l'article ne répond malheureusement pas à cette question). Ce résultat est en tout cas de nature à relativiser l'importance pratique des considérations quantiques évoquées au paragraphe précédent.

8.8 Conclusions

La version INCL4 du modèle de cascade de Liège permet de traiter les réactions induites par des projectiles composites. Là où des spectres expérimentaux fiables sont disponibles, les résultats obtenus pour les spectres d'émission de neutrons sont bons, malgré une légère surestimation. Pourtant, à 0°, on s'attend à ce que le pic de dissociation soit sous-estimé, suite à la non prise en compte de la dissociation cohérente, d'origine essentiellement cou-

[14] Les spectres expérimentaux proviennent des mesures que nous avons déjà utilisées dans les figures 8.14 et 8.15 [132].

[15] Dans le cadre de notre modèle simple de dissociation coulombienne, cette intégration serait sans incidence sur la forme générale du spectre, puisque l'angle d'émission y est par principe similaire pour les deux éjectiles de dissociation, mais le modèle de Tostevin présente un comportement plus complexe.

lombienne. Pour y remédier, nous avons mis au point un modèle simple de dissociation qui peut être intégré sans difficultés au code de cascade. Les calculs effectués grâce à ce modèle montrent que, pour une cible de ^{208}Pb, environ 40% du total des événements de dissociation sont d'origine coulombienne. Pour un noyau plus léger tel que le ^{56}Fe, ce nombre tombe à 15% (voir figure 8.15).

Les spectres d'émission calculés après introduction du modèle de dissociation coulombienne sont à peu près inchangés pour tous les angles supérieurs à 10°. L'effet est en revanche évident sur les spectres à 0°. Malheureusement, nous ne disposons pas à l'heure actuelle de données expérimentales fiables sur ces spectres, ni d'éventuelles mesures des sections efficaces totales. Dans ces conditions, il est difficile de porter un jugement quantitatif sur la validité de notre modèle de dissociation. Tout au plus peut-on dire après comparaison avec les données partielles dont nous disposons que les résultats obtenus sont raisonnables et permettent de se rapprocher des valeurs expérimentales. Ils sont aussi en accord raisonnable avec les calculs effectués par Ridikas et al. à l'aide du modèle de dissociation de Tostevin.

Il serait très intéressant de reprendre les résultats présentés dans ce chapitre une fois que des données expérimentales plus fiables seront disponibles (sections efficaces totales de réaction ou spectres d'émission à 0° par exemple). Nous pensons que les travaux présentés ici pourront alors servir de base à une prise en compte du processus de dissociation coulombienne par le modèle de cascade de Liège. qui permettra de rendre compte qualitativement et quantitativement des résultats expérimentaux, peut-être au prix de certains aménagements dans le calcul des paramètres, principalement la fréquence ω de l'oscillateur harmonique qui apparaît dans l'équation (8.23).

Chapitre 9

Conclusions et perspectives

L'étude des réactions de spallation a connu ces dernières années un regain d'intérêt, principalement lié à l'apparition de débouchés technologiques pour les systèmes hybrides (ADS), dans lesquels une cible de spallation sert à alimenter en neutrons un réacteur sous-critique. La mise au point de tels systèmes nécessite une connaissance approfondie des réactions prenant place au cœur de la cible.

Nous avons commencé par présenter brièvement au chapitre 2 les différents types de modèles traitant des réactions nucléon-noyau et avons montré qu'ils pouvaient se classer en trois grandes catégories, essentiellement selon la gamme d'énergie incidente pour laquelle ils sont conçus.

Parmi tous ces modèles, nous nous sommes particulièrement intéressés au modèle de cascade intranucléaire de Liège, que nous avons décrit en détail au chapitre 3. Le but de notre travail était d'étudier son extension dans les directions suivantes :

- l'application aux réactions de basse énergie (inférieure à 250 MeV environ),
- l'implémentation d'une routine de dissociation coulombienne pour traiter des réactions deuton-noyau.

Commençons par tirer les enseignements de ce deuxième point.

Bien que l'utilisation du code INCL4 pour traiter de réactions induites par des projectiles composites était techniquement possible, il manquait au modèle un traitement de la dissociation coulombienne, importante pour les réactions entre un deuton et un noyau lourd. Nous avons présenté au chapitre 8 un modèle simple de dissociation coulombienne, que nous avons intégré au code de cascade. Les résultats obtenus sont encourageants. Il nous a été difficile de tirer des conclusions définitives car le type de données expérimentales dont nous avons besoin pour tester réellement le modèle, c'est-à-dire principalement des spectres d'émission de protons ou de neutrons à $0°$, sont rares et d'une précision limitée. En conséquence, les comparaisons que nous avons pu effectuer sont surtout d'ordre qualitatif. La hauteur du pic de dissociation que nous obtenons dépend directement de la probabilité de dissociation coulombienne introduite dans le modèle et semble raisonnable. La largeur du pic et sa position dépendent, quant à elles, principalement de la distribution en impulsion utilisée pour l'initialisation du deuton et sont également dans l'ensemble bien reproduites.

Le modèle simple que nous avons mis au point permet donc déjà de reproduire de manière raisonnable les grandes caractéristiques de la dissociation coulombienne. Nous n'avons pas fixé les valeurs des différents paramètres apparaissant dans le modèle, préférant attendre que des données fiables permettent un ajustement plus significatif. Nous pensons néanmoins que le modèle que nous avons créé permettra, peut-être après quelques modifications mineures, de prendre en compte de manière satisfaisante la dissociation coulombienne dans les réactions $d + noyau$.

Le deuxième grand domaine de recherches auquel nous nous sommes consacrés est celui de l'utilisation du modèle INCL à basse énergie. Nous avons rappelé que l'on considérait en général que les hypothèses à la base des modèles de cascade intranucléaire (séparation des collisions, trajectoires classiques, etc.) n'étaient rigoureusement vérifiées que pour des énergies incidentes supérieures à 250 MeV. Nous avons ensuite montré que le respect de ce seuil de validité ne permet en fait de garantir la validité de ces hypothèses au sens strict que pour le commencement du processus de cascade. En effet, au fur et à mesure que l'énergie incidente se répartit sur un plus grand nombre de particules, l'énergie moyenne des nucléons participants diminue et les hypothèses ne sont rapidement plus vérifiées. Cette remarque est d'autant plus significative que, pour des énergies incidentes de 800 MeV par exemple, les parties des spectres que l'on peut associer aux collisions élémentaires pour lesquelles les hypothèses sont vérifiées (c'est-à-dire les pics quasi-élastique et quasi-inélastique) sont en général moins bien reproduites par le modèle INCL que les spectres d'émission de plus basse énergie.

Partant de ces considérations, nous avons effectué au paragraphe 4.2 une étude systématique des résultats obtenus à basse énergie avec le modèle INCL3 (qui était la version de référence au début de nos travaux) et la routine d'évaporation de Dresner. Nous avons utilisé pour cette étude l'implémentation stricte du principe de Pauli et avons constaté que, en général, le modèle fournit de très bons résultats après renormalisation des sections efficaces en accord avec la valeur expérimentale de σ_r, même si des variations erratiques de l'accord peuvent apparaître pour quelques réactions. Nous avons en outre remarqué que l'allure des spectres obtenus présentait une certaine indépendance vis-à-vis des variations de paramètres numériques typiques tels que la profondeur du puits de potentiel, le temps d'arrêt de la cascade ou le détail des sections efficaces nucléon-nucléon. Les bons résultats que nous avons observés ne peuvent donc pas être imputés à un choix heureux des paramètres utilisés dans le modèle. Il semble en fait que les caractéristiques principales des spectres d'émission obtenus puissent être expliquées par quelques grands principes fondamentaux que le modèle de cascade reproduit naturellement : la conservation de l'énergie et de l'impulsion lors des collisions élémentaires, le confinement du noyau dans un champ moyen attractif, la répartition progressive de l'énergie d'excitation sur un nombre de plus en plus grand de nucléons, etc. Les aspects purement quantiques de la réaction, évidemment fondamentaux lorsque l'on regarde chaque réaction individuellement, semblent noyés lorsque l'on regarde les résultats expérimentaux résultant de l'agrégation d'un très grand nombre d'événements.

Au paragraphe 4.5, nous avons comparé les résultats obtenus avec le modèle INCL3 et ceux obtenus avec les modèles de pré-équilibre couramment employés dans la gamme en énergie comprise entre 25 et 250 MeV. Nous avons montré que la précision des résultats obtenus avec le modèle de cascade était souvent comparable (voire parfois supérieure) à celle obtenue avec les modèles de pré-équilibre. Cette constatation trouve sans doute son origine dans le fait que les modèles de pré-équilibre (souvent basés sur la théorie des excitons) et le modèle de cascade partagent en fait la même vision du processus de réaction, c'est-à-dire celle d'un gaz de Fermi de nucléons confiné dans un puits de potentiel et qui a la possibilité de s'exciter via les collisions nucléon-nucléon et de se désexciter en émettant des particules. Les différents modèles se distinguent alors essentiellement par la manière dont ils traitent les probabilités de transition entre les différents état excitoniques. Là où les modèles de pré-équilibre recourent à un ensemble de lois et de modélisations souvent complexe pour les différentes transitions, le modèle INCL considère les différentes transitions comme des conséquences naturelles du processus de cascade envisagé chronologiquement.

Nous avons ensuite étudié en détail l'implémentation du principe d'exclusion de Pauli. Nous avons d'abord analysé l'influence des deux implémentations pré-existantes (les implémentations stricte et statistique décrites au paragraphe 4.4.2) sur les spectres calculés et avons ensuite développé trois autres implémentations permettant de combiner leurs avantages : l'implémentation mixte (voir paragraphe 4.7.1), l'implémentation corrigée (voir paragraphe 4.7.3) et l'implémentation gaussienne (voir paragraphe 4.8). Notre but était de trouver un compromis qui permette de limiter le nombre de collisions indues (responsables d'une distorsion des spectres d'émission pour des énergies proches de l'énergie incidente) tout en tenant compte de la dépopulation de l'espace de phase en cours de cascade. Après cette étude, nous sommes parvenus à la conclusion que l'implémentation corrigée définie page 132 permet d'obtenir le meilleur accord sur le plus grand nombre de réactions (voir par exemple la comparaison des figures 4.45 et 4.46 avec les figures 4.4, 4.21 et 4.11). Nous avons également discuté au chapitre 5 de l'opportunité d'implémenter une réfraction des éjectiles et des projectiles à travers la surface du noyau et montré que, étant donné la nature de la modélisation du noyau par le modèle INCL, cette implémentation était à déconseiller.

La version INCL4 du modèle de cascade a été finalisée en 2002. Elle diffère de la précédente par trois points principaux (voir paragraphe 6.2) : l'implémentation d'une surface diffuse, l'ajout d'une nouvelle condition 'CDPP' d'acceptation des collisions élémentaires et l'utilisation de la routine d'évaporation ABLA. Cette nouvelle version du modèle améliore grandement les résultats obtenus à haute énergie, notamment en le dotant d'un pouvoir prédictif pour les sections efficaces totales de réaction. Nous avons étudié au paragraphe 6.5 comment les résultats obtenus à basse énergie se situaient par rapport à ceux obtenus avec INCL3 et avons constaté que les spectres d'émission subissaient une évolution systématique quelles que soient les réactions envisagées. En conséquence, une nouvelle étude complète sur le modèle de celle effectuée au chapitre 4 nous a semblé inutile. Le principal enseignement à retirer des résultats que nous avons présentés est que, contrairement à ce qui est observé au-dessus de 300 MeV, la section efficace totale de réaction n'est pas correctement reproduite à basse énergie.

Une solution ad hoc à ce problème a été introduite dans la version INCL4.2 via l'introduction d'absorptions forcées. Nous avons montré sur un exemple (le seul pour lequel nous disposons de données fiables sur le spectre d'évaporation) que ce choix n'était pas adéquat. En conséquence, nous avons principalement utilisé la version INCL4.1 du modèle, qui n'introduit pas ces absorptions forcées et avons, comme pour INCL3, renormalisé les spectres calculés pour les rendre compatibles avec les valeurs expérimentales de la section efficace totale de réaction. Les résultats obtenus sont alors sensiblement équivalents à ceux présentés au chapitre 4, avec des améliorations locales dues à l'utilisation de la condition CDPP ou de la routine d'évaporation ABLA.

Nous avons également introduit une implémentation corrigée du principe de Pauli (voir paragraphe 6.7.4), créée selon les mêmes principes que pour le modèle INCL3. Elle permet d'améliorer sensiblement les spectres d'émission obtenus (comme le montre par exemple une comparaison des figures 6.3 et 6.10).

En résumé, nous avons donc constaté que les spectres calculés avec les modèles INCL3 et INCL4 présentent en général un accord très satisfaisant avec les données expérimentales. Les modifications que nous y avons apportées ont en outre permis d'améliorer significativement leur pouvoir prédictif. Il existe néanmoins des points de désaccord récurrents que nous allons à présent recenser en envisageant les mesures qui pourraient être prises pour y remédier.

- Pour atténuer le décalage en énergie observé pour les réactions (p,n) à faible énergie (voir par exemple figure 4.2), on pourrait, au moins pour ces réactions, introduire explicitement la différence entre les énergies de séparation du noyau-cible et du résidu.
- Pour donner au modèle INCL4 un pouvoir prédictif pour les sections efficaces totales de réaction à basse énergie, on pourrait tenir compte de l'étalement du paquet d'ondes décrivant le projectile incident en augmentant la valeur de la section efficace géométrique utilisée.
- Pour combler le déficit en éjectiles émis avec une énergie proche de $E_{inc}/2$ pour de faibles valeurs de θ (voir les figures 4.5 et 4.11 par exemple), il faudrait parvenir à tenir compte de la déviation des trajectoires intra-nucléaires due au champ moyen tout en conservant l'hypothèse d'un puits de potentiel de profondeur constante, indispensable pour qu'un remplissage a priori de la matrice des temps soit possible (voir chapitre 5).
- Le problème soulevé par la figure 4.19 est plus complexe. L'incapacité du modèle de cascade à reproduire naturellement la décroissance plus lente des spectres d'émission de protons en fonction de l'énergie mène, surtout si l'implémentation stricte du principe de Pauli est utilisée, à une surestimation du nombre d'éjectiles dont l'énergie se situe entre la fin du pic d'évaporation et $E_{inc}/2$ environ (voir figure 4.29 par exemple). Nous ne sommes pas parvenus à expliquer ce comportement des spectres expérimentaux. En conséquence, il nous est difficile de proposer un remède particulier, même si une amélioration des résultats pourrait sans doute être obtenue en introduisant une dépendance en isospin[1] dans l'implémentation du principe d'exclusion de Pauli[2].

[1]La figure 4.19 présentant des comportements très différents pour les spectres en protons et en neutrons, l'instauration du découplage des distributions en neutrons et en protons dans la prochaine version INCL5 du modèle est une piste intéressante.

[2]Nous pensons particulièrement à un remplacement de l'implémentation stricte par l'implémentation statistique pour la première collision si celle-ci fait intervenir deux nucléons de même nature (deux protons ou deux neutrons). Ce choix pourrait trouver un début de justification théorique si nous faisons l'hypothèse d'un réarrangement instantané de l'espace de phase et supposons que ce sont les propriétés globales de ce dernier qui jouent le rôle prépondérant dans l'évaluation des facteurs de blocage. Cette dernière hypothèse serait cependant en décalage avec le principe même de l'implémentation statistique, qui étudie les propriétés

– Inspiré par les résultats présentés par Uozumi[123], nous pensons également qu'il pourrait être utile de donner une forme plus réaliste à la distribution initiale en impulsion des nucléons de la cible.

Les deux premiers points sont assez simples à mettre en œuvre mais les trois suivants représentent des défis plus complexes. Nous nous retrouvons ici face au dilemme fondamental que devront trancher dans un futur proche les chercheurs qui veulent améliorer le pouvoir prédictif du modèle INCL à basse énergie. Doit-on conserver au modèle son caractère simple et intuitif, quitte à accepter comme inévitables certains des points de désaccord constatés entre ses prédictions et la réalité expérimentale, ou bien faut-il au contraire s'engager dans la voie d'une complexification du modèle, en y incorporant par exemple des modifications ad hoc qui améliorent la précision des résultats mais introduisent une part d'arbitraire ? Il nous semble en tout cas que si l'on désire conserver au modèle ses principes fondamentaux et sa simplicité, l'accord que nous avons obtenus au cours de ce travail ne pourra pas être grandement amélioré.

Néanmoins, le niveau général d'accord observé au cours de ce travail pour les spectres calculés à l'aide du modèle INCL justifie déjà tout à fait l'implantation de ce dernier dans des codes de transport pour une large gamme d'énergie incidente. La simplicité du modèle et la (relative) rapidité des codes de calculs associés en font une méthode particulièrement efficace de simulation des réactions nucléon-noyau pour des calculs de grande ampleur. Certes, la qualité de nos prédictions n'est pas toujours parfaite et peut se révéler insuffisante pour certaines applications nécessitant une précision élevée. Nous ne nous risquons donc pas à fournir une valeur précise pour l'énergie minimale de validité du modèle INCL. En revanche, nous insistons sur le fait que la précision des résultats obtenus n'est pas fondamentalement différente pour $E_{inc} = 20\ MeV$ et $E_{inc} = 2\ GeV$ par exemple. Le fait qu'une vision de la réaction aussi simple que celle qui sous-tend le modèle INCL permette d'obtenir un accord raisonnable sur une telle gamme d'énergie suggère que les caractéristiques fondamentales de l'interaction nucléon-noyau varient finalement assez peu en fonction de l'énergie incidente (ou de la masse de la cible).

Terminons en signalant que le modèle INCL est en constante évolution et que des améliorations sont d'ores et déjà prévues. Nonobstant les points présentés au cours de ce travail, elles porteront principalement sur l'instauration d'une dépendance en énergie et en isospin du potentiel nucléaire V_0 et l'adjonction d'une routine de percolation pour permettre l'émission de particules composites durant la cascade.

locales de l'espace de phase pour évaluer les facteurs de blocage.

Annexe A

Calcul de f_α dans les différentes implémentations du principe de Pauli

Nous allons introduire dans cette annexe une formulation du calcul du taux de remplissage f_α au point $(\vec{r_0}, \vec{p_0})$ de l'espace de phase qui est tout à fait générale et peut s'appliquer aussi bien dans les versions INCL3 et INCL4 du code et pour les implémentations statistiques standard et gaussienne (aucun calcul de f_α n'est requis pour l'implémentation stricte). Les formulations spécifiques qui ont été présentées dans les chapitres traitant de ces différents cas peuvent d'ailleurs s'en déduire. Cette formulation générale présente en outre l'avantage d'éclairer de manière plus nette le raisonnement qui a sous-tendu nos recherches sur cette question tout au long de la thèse.

Cette forme générale est la suivante :

$$f_\alpha = \frac{\int\int \vec{dr}\vec{dp} W(\vec{r},\vec{p})\rho^I(\vec{r},\vec{p})}{\int\int \vec{dr}\vec{dp} W(\vec{r},\vec{p}) f^I(\vec{r},\vec{p})} \equiv \frac{\bar{\rho^I}(\vec{r_0},\vec{p_0})}{\bar{f^I}(\vec{r_0},\vec{p_0})}, \tag{A.1}$$

où les grandeurs surmontées d'une barre représentent les valeurs moyennes calculées dans l'espace de phase avec une fonction densité $W(\vec{r},\vec{p})$ donnée. Passons en revue les différentes grandeurs présentes dans cette expression.

- Nous appelons $f^I(\vec{r},\vec{p})$ la forme théorique, dans le cadre de notre modèle, de la distribution de population dans l'espace de phase pour une valeur donnée de l'isospin I. Ainsi, l'implémentation standard INCL3 utilise la distribution d'un gaz de Fermi de nucléons dans un puits de potentiel carré. $f^I(\vec{r},\vec{p})$ prend en conséquence la forme suivante :

  $$f^I(\vec{r},\vec{p}) = \frac{2}{h^3}\theta(R_{noyau} - |\vec{r}|)\theta(p_F - |\vec{p}|), \tag{A.2}$$

  qui exprime le fait que deux nucléons d'isospin donné et de spin différents sont supposés pouvoir peupler une cellule élémentaire de volume h^3 dans l'espace de phase. Pour l'implémentation statistique corrigée présentée au paragraphe 4.7.3, nous avons

  $$f^I(\vec{r},\vec{p}) = \frac{A_T^I}{(\frac{4}{3}\pi)^2 R_{noyau}^3 p_F^3}\theta(R_{noyau} - |\vec{r}|)\theta(p_F - |\vec{p}|), \tag{A.3}$$

où A_T^I correspond à N_T ou Z_T selon la valeur de l'isospin I. Rappelons que les valeurs utilisées par le modèle pour les paramètres r_0 et p_F sont telles que $(\frac{4}{3}\pi)^2 R_{noyau}^3 p_F^3$ vaut $A_T h^3/4$ à 2% près et que les deux expressions sont donc quasiment identiques lorsque $A_T^I \sim A_T/2$.
Dans INCL4, les expressions sont les mêmes sauf que R_{noyau} est remplacé par la fonction $R(|\vec{p}|) \equiv R(p)$. Ainsi, pour l'implémentation standard, nous avons

$$f^I(\vec{r},\vec{p}) = \frac{2}{h^3}\theta(R(p) - |\vec{r}|)\theta(p_F - |\vec{p}|) \tag{A.4}$$

et, pour l'implémentation corrigée,

$$f^I(\vec{r},\vec{p}) = \frac{A_T^I}{(\frac{4}{3}\pi)^2 R(p)^3 p_F^3}\theta(R(p) - |\vec{r}|)\theta(p_F - |\vec{p}|). \tag{A.5}$$

– Nous appelons $\rho^I(\vec{r},\vec{p})$ la réalisation pratique de cette distribution $f^I(\vec{r},\vec{p})$ calculée à partir de la position et de l'impulsion associées à chaque nucléon. Ainsi, dans les implémentations statistiques non gaussiennes du principe de Pauli, nous associons à chaque nucléon une position et une impulsion précises. Formellement, nous écrivons donc

$$\rho^I(\vec{r},\vec{p}) = \sum_{i=1}^{A_T^I} \delta(\vec{r} - \vec{r_i})\delta(\vec{p} - \vec{p_i}). \tag{A.6}$$

En revanche, pour l'implémentation gaussienne présentée au paragraphe 4.8, nous associons à chaque nucléon i une pseudo-fonction d'onde qui prend la forme du produit de deux gaussiennes centrées en $\vec{r_i}$ et $\vec{p_i}$, respectivement. Nous avons donc

$$\rho^I(\vec{r},\vec{p}) = \sum_{i=1}^{A_T^I} \frac{1}{(\sigma\sqrt{\pi})^3}\exp\left[-(\frac{\vec{r}-\vec{r_i}}{\sigma})^2\right]\frac{1}{(\sigma'\sqrt{\pi})^3}\exp\left[-(\frac{\vec{p}-\vec{p_i}}{\sigma'})^2\right], \tag{A.7}$$

Dans ces deux expressions, la somme est limitée aux nucléons non encore émis et d'isospin I donné.

– Nous appelons $W(\vec{r},\vec{p})$ la fonction densité avec laquelle nous calculons la valeur moyenne des deux grandeurs précédentes. Dans l'implémentation statistique standard, nous calculons cette valeur moyenne sur une double sphère centrée au point $(\vec{r_0},\vec{p_0})$. Nous avons donc

$$W(\vec{r},\vec{p}) = \theta(r_{test} - |\vec{r_0} - \vec{r}|)\theta(p_{test} - |\vec{p_0} - \vec{p}|) \tag{A.8}$$

Nous définissons Vol comme le volume total de cette double sphère, exprimé en unités de h^3.

$$Vol = (\frac{4}{3}\pi)^2\frac{r_{test}^3 p_{test}^3}{h^3}. \tag{A.9}$$

En revanche, pour l'implémentation gaussienne, nous calculons cette moyenne sur un volume infini mais avec une fonction densité $W(\vec{r},\vec{p})$ qui prend la forme d'une gaussienne centrée en $(\vec{r_0},\vec{p_0})$, nous avons alors

$$W(\vec{r},\vec{p}) = \frac{1}{(\Sigma\sqrt{\pi})^3}\exp\left[-(\frac{\vec{r}-\vec{r_0}}{\Sigma})^2\right]\frac{1}{(\Sigma'\sqrt{\pi})^3}\exp\left[-(\frac{\vec{p}-\vec{p_0}}{\Sigma'})^2\right]. \tag{A.10}$$

Avec ces notations, nous pouvons interpréter l'équation (A.1) de la manière suivante : calculer le taux d'occupation f_α revient à comparer la valeur théorique de la distribution $f^I(\vec{r},\vec{p})$ avec sa réalisation microscopique $\rho^I(\vec{r},\vec{p})$ calculée à partir de la position et de l'impulsion des nucléons. Cette manière de faire permet de tenir compte explicitement du phénomène de déplétion.

Nous allons à présent montrer que, à partir de cette formulation générale et des définitions qui précèdent, nous pouvons déduire toutes les formulations utilisées au cours de ce travail pour la grandeur f_α.

A.1 Implémentation statistique standard dans INCL3

En introduisant les expressions (A.2), (A.6) et (A.8) dans l'équation (A.1), nous obtenons directement

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha}{2Vol}, \tag{A.11}$$

où n_α est le nombre de nucléons (non émis et d'isospin donné) présents dans le volume de test et où Vol est le volume (exprimé en unités de h^3) de la portion du volume de test compris à l'intérieur du noyau (dans l'espace $\vec{r}$, $|\vec{r}| < R_{noyau}$) et de la mer de Fermi (dans l'espace $\vec{p}$, $|\vec{p}| < p_F$). Cette forme est analogue à celle utilisée dans l'équation (4.11). Rappelons néanmoins que l'implémentation statistique standard dans INCL3 prend pour Vol le volume de test total (A.9) et qu'une correction linéaire est effectuée dans l'espace $\vec{r}$ pour tenir compte d'un débordement éventuel (aucune correction n'est effectuée dans l'espace $\vec{p}$).

L'expression obtenue pour l'implémentation corrigée du principe de Pauli statistique ne diffère de la précédente que par un facteur global et s'écrit

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha}{A_T^I Vol} \frac{(\frac{4}{3}\pi)^2 R_{noyau}^3 p_F^3}{h^3}. \tag{A.12}$$

A.2 Implémentation statistique standard dans INCL4

En remplaçant les expressions (A.4) (avec l'approximation supplémentaire $R(p) \sim R(p_0)$), (A.6) et (A.8) dans l'équation (A.1), nous obtenons :

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha}{2Vol}. \tag{A.13}$$

Cette expression a la même forme que pour le code INCL3. Si nous utilisons pour $f^I(\vec{r},\vec{p})$ l'expression (A.5) à la place de l'expression (A.4), nous retrouvons l'implémentation statistique corrigée étudiée au paragraphe 6.7.3 :

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha}{\int_{Vol.\ test} f^I(\vec{r},\vec{p}) d\vec{r} d\vec{p}}.$$

Dans le même paragraphe, le calcul de l'intégrale présente au dénominateur de cette équation est effectué in extenso et mène à l'expression finale (6.17).

A.3 Implémentation statistique gaussienne dans INCL3

Nous remplaçons les expressions (A.2), (A.7) et (A.10) dans l'équation (A.1).

Le numérateur correspond alors à la grandeur $\bar{\rho}^I(\vec{r_0}, \vec{p_0})$ définie à l'équation (4.27) et calculable à l'aide de l'équation (4.29). Le démominateur correspond quant à lui à l'intégrale de la fonction densité $W(\vec{r}, \vec{p})$ sur le volume du noyau et la mer de Fermi. Cette dernière est explicitement calculée au paragraphe 4.8.5. Utilisant les notations introduites au cours de ce paragraphe, nous pouvons écrire

$$f_\alpha = \frac{\bar{\rho}^I(\vec{r_0}, \vec{p_0}) h^3}{2CorgRCorgP},$$

en accord avec l'équation (4.39).

Si nous utilisons l'expression (A.3) à la place de l'expression (A.2), nous obtenons

$$f_\alpha = \frac{\bar{\rho}^I(\vec{r_0}, \vec{p_0}) \left(\frac{4}{3}\pi\right)^2 R_{noyau}^3 p_F^3}{A_T^I CorgRCorgP},$$

en accord avec l'équation (4.40).

Annexe B

Stabilité de la distribution nucléaire dans INCL

B.1 Cas habituel

Supposons une collection de particules indépendantes se mouvant suivant un hamiltonien

$$H = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}), \tag{B.1}$$

ou U est un potentiel attractif. Il est bien connu [143] que la distribution

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \theta(\mu - H(\vec{r}, \vec{p})), \tag{B.2}$$

où μ est une constante négative, est une solution (statique) de l'équation de Liouville (pour ce cas)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m}.\vec{\nabla} f - \vec{\nabla} U.\vec{\nabla}_{\vec{p}} f = 0. \tag{B.3}$$

Ce résultat est facile à vérifier, puisque

$$\vec{\nabla} f = -\delta(\mu - H(\vec{r}, \vec{p}))\frac{\partial H}{\partial \vec{r}} = -\delta(\mu - H(\vec{r}, \vec{p}))\vec{\nabla} U \tag{B.4}$$

et

$$\vec{\nabla}_{\vec{p}} f = -\delta(\mu - H(\vec{r}, \vec{p}))\frac{\partial H}{\partial \vec{p}} = -\delta(\mu - H(\vec{r}, \vec{p}))\frac{\vec{p}}{m}. \tag{B.5}$$

La constante μ est le potentiel chimique, qui est déterminé par le nombre de particules A au travers de la relation

$$g \int \frac{d^3\vec{r} d^3\vec{p}}{(2\pi\hbar)^3}\, \theta(\mu - H(\vec{r}, \vec{p})) = A, \tag{B.6}$$

où g est la dégénérescence éventuelle.

Comme il est mentionné plus haut, μ doit être négatif, sinon cette intégrale n'a pas de sens.

B.2 Cas du potentiel dépendant de l'impulsion

L'hamiltonien à une particule s'écrit :

$$H = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}, \vec{p}). \tag{B.7}$$

Les équations d'Hamilton sont :

$$\dot{\vec{p}} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \tag{B.8}$$

et

$$\dot{\vec{r}} = \frac{\vec{p}}{m} + \frac{\partial U}{\partial \vec{p}}. \tag{B.9}$$

Il est facile de vérifier que l'équation de Liouville doit maintenant s'écrire

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\frac{\vec{p}}{m} + \vec{\nabla}_{\vec{p}} U).\vec{\nabla} f - \vec{\nabla} U.\vec{\nabla}_{\vec{p}} f = 0 \tag{B.10}$$

en calculant la différentielle totale de f.

La distribution (B.2) est également solution de cette équation, comme on peut le vérifier aisément.

B.3 Cas d'INCL3

La dynamique d'INCL3 est un cas particulier du cas habituel avec

$$H(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{p^2}{2m} - U_0 \theta(R - r), \tag{B.11}$$

avec $U_0 > 0$. Si μ est négatif (et superieur a $-U_0$), on peut définir un moment de Fermi par

$$\mu = \frac{p_F^2}{2m} - U_0 \tag{B.12}$$

et la distribution (B.2) est équivalente a

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \theta(\mu - \frac{p^2}{2m} + U_0 \theta(R - r)) = \theta(R - r)\theta(p_F - p). \tag{B.13}$$

L'équation de Liouville (B.3) est donc forcément vérifiée par cette distribution. Il est cependant intéressant de voir ce que deviennent les termes de cette équation. On a successivement :

$$\frac{\vec{p}}{m}.\vec{\nabla} f = -\delta(R - r)\theta(p_F - p)\frac{\vec{p}.\vec{r}}{mr} \tag{B.14}$$

et

$$\vec{\nabla} U.\vec{\nabla}_{\vec{p}} f = -U_0 \delta(R - r)\theta(R - r)\delta(p_F - p)\frac{\vec{p}.\vec{r}}{pr}. \tag{B.15}$$

Ces termes sont identiquement nuls dans le support de la distribution (B.13) et ne diffèrent de zéro que sur un ensemble de mesure nulle par rapport à ce support. Ils ne peuvent donc contribuer à la variation de la norme de f. Cette dernière est dès lors invariante.

B.4 Cas d'INCL4

Ce cas présente quelques subtilités. Il serait tentant de considerer qu'INCL4 correpond a l'hamiltonien

$$H_I(\vec{r},\vec{p}) = \frac{p^2}{2m} - U_0\theta(R(p) - r) \tag{B.16}$$

et est donc un cas particulier de (B.7). Il n'en n'est rien. Les équations de mouvement générées par (B.16) s'écriraient

$$\dot{\vec{p}} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} = U_0\delta(R(p) - r)\frac{\vec{r}}{r} \tag{B.17}$$

et

$$\dot{\vec{r}} = \frac{\vec{p}}{m} + \frac{\partial U}{\partial \vec{p}} = \frac{\vec{p}}{m} - U_0\delta(R(p) - r)R'(p)\frac{\vec{p}}{p}. \tag{B.18}$$

Or dans la description du modèle [55], il n' y a pas de second terme ($\frac{\partial U}{\partial \vec{p}}$) dans la dernière équation. En fait, il y a réflexion normale sur la surface du potentiel. En d'autres termes, on pourrait dire qu'il n'y a pas de masse effective. On pourrait aussi considérer que l'hamiltonien est bien celui de l'équation (B.16), mais où $R(p)$ jouerait juste le role de paramètre et non celui d'une variable dynamique.

La distribution dans l'espace de phase décrite dans la référence [55], c'est-à-dire

$$f = A_T\frac{\theta(R(p) - r)\theta(p_F - p)}{(\frac{4\pi}{3})^2R^3(p)p_F^3}, \tag{B.19}$$

doit donc satisfaire l'équation générale de Liouville (B.3), puisque les équations de mouvement sont les mêmes. Pour le vérifier, écrivons les deuxième et troisième termes. Pour plus de simplicité, nous laissons tomber les constantes apparaissant dans l'équation (B.19). On a :

$$\frac{\vec{p}}{m}.\vec{\nabla} f = -\frac{1}{R^3(p)}\delta(R(p) - r)\theta(p_F - p)\frac{\vec{p}.\vec{r}}{mr} \tag{B.20}$$

et

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} U.\vec{\nabla}_{\vec{p}} f \quad = \quad & U_0\delta(R(p) - r)\left(-\frac{3R'(p)}{R^4(p)}\theta(R(p) - r)\theta(p_F - p) + \frac{R'(p)}{R^3(p)}\delta(R(p) - r)\theta(p_F - p)\right.\\ & \left.-\frac{1}{R^3(p)}\theta(R(p) - r)\delta(p_F - p)\right)\frac{\vec{p}.\vec{r}}{pr}.\end{aligned} \tag{B.21}$$

A nouveau ces termes sont nuls sur le support de f et ne diffèrent de zéro que sur un support de mesure nulle.

Physiquement, il est plus simple de remarquer que la distribution d'INCL4 est la limite continue d'une juxtaposition de distributions de particules dans un intervalle d'impulsion $[p, p + dp]$ et réparties uniformément dans une sphère de rayon $R(p)$ [55]. Les distributions élémentaires sont invariantes et donc la distribution totale l'est aussi.

Il est à remarquer que ces propriétés sont vraies quelle que soit la forme de la fonction $R(p)$. Remarquons néanmoins que, mathématiquement $R(p)$ doit être monotone croissante afin de garantir que les intégrales sur $\vec{r}$ et sur $\vec{p}$ rendent bien les distributions habituelles sans ambiguïté [55]. Dans INCL4, cette fonction $R(p)$ a été choisie pour générer une distribution spatiale de Saxon-Woods.

Annexe C

Sections efficaces élémentaires utilisées dans le code INCL

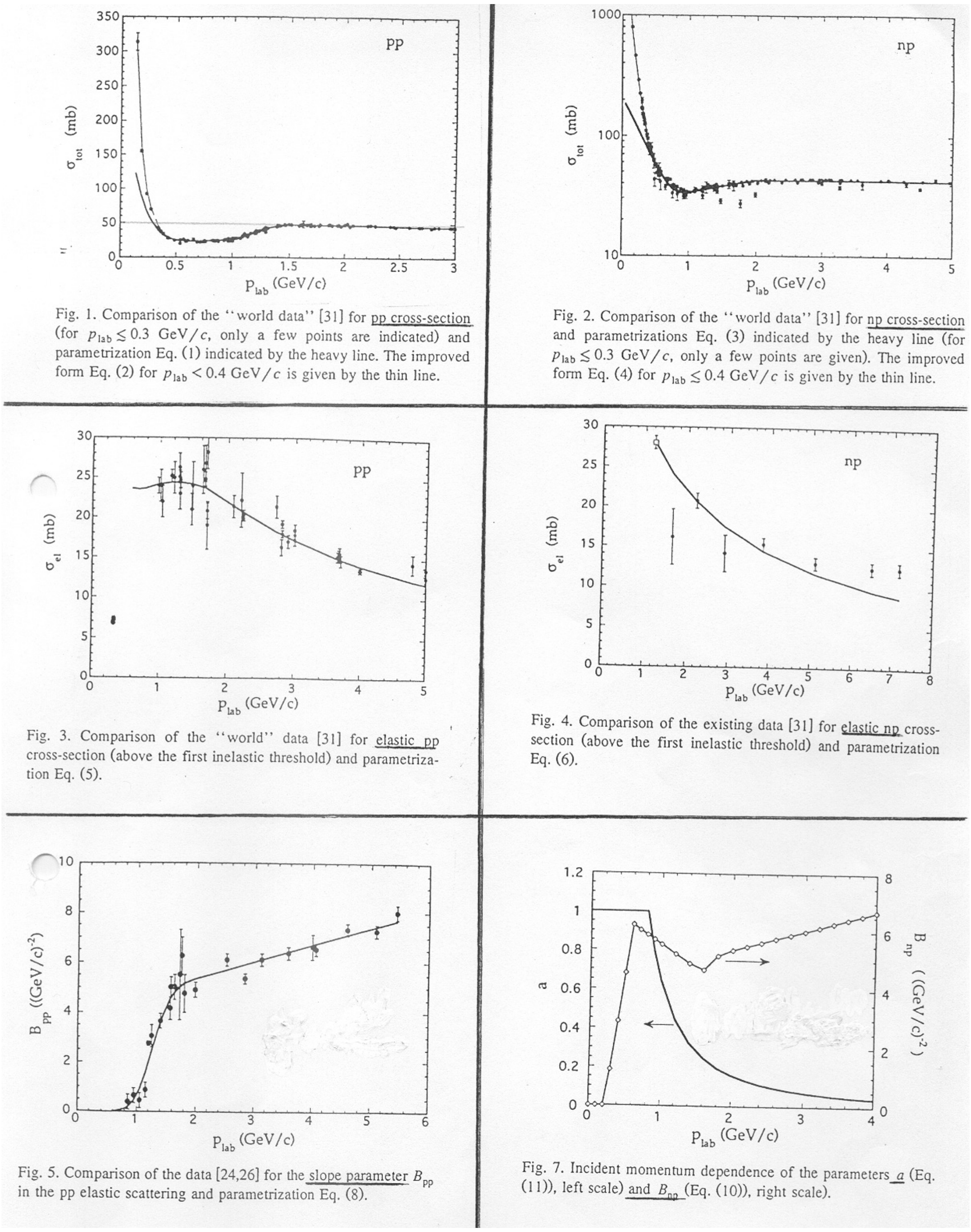

Fig. C.1: Evolution en fonction de l'impulsion dans le repère du laboratoire des principales grandeurs intervenant dans la paramétrisation des sections efficaces élémentaires nucléon-nucléon. Les différents graphes proviennent de la référence [53].

Annexe D

Sections efficaces totales de réaction pour quelques réactions typiques élémentaires utilisées dans le code INCL

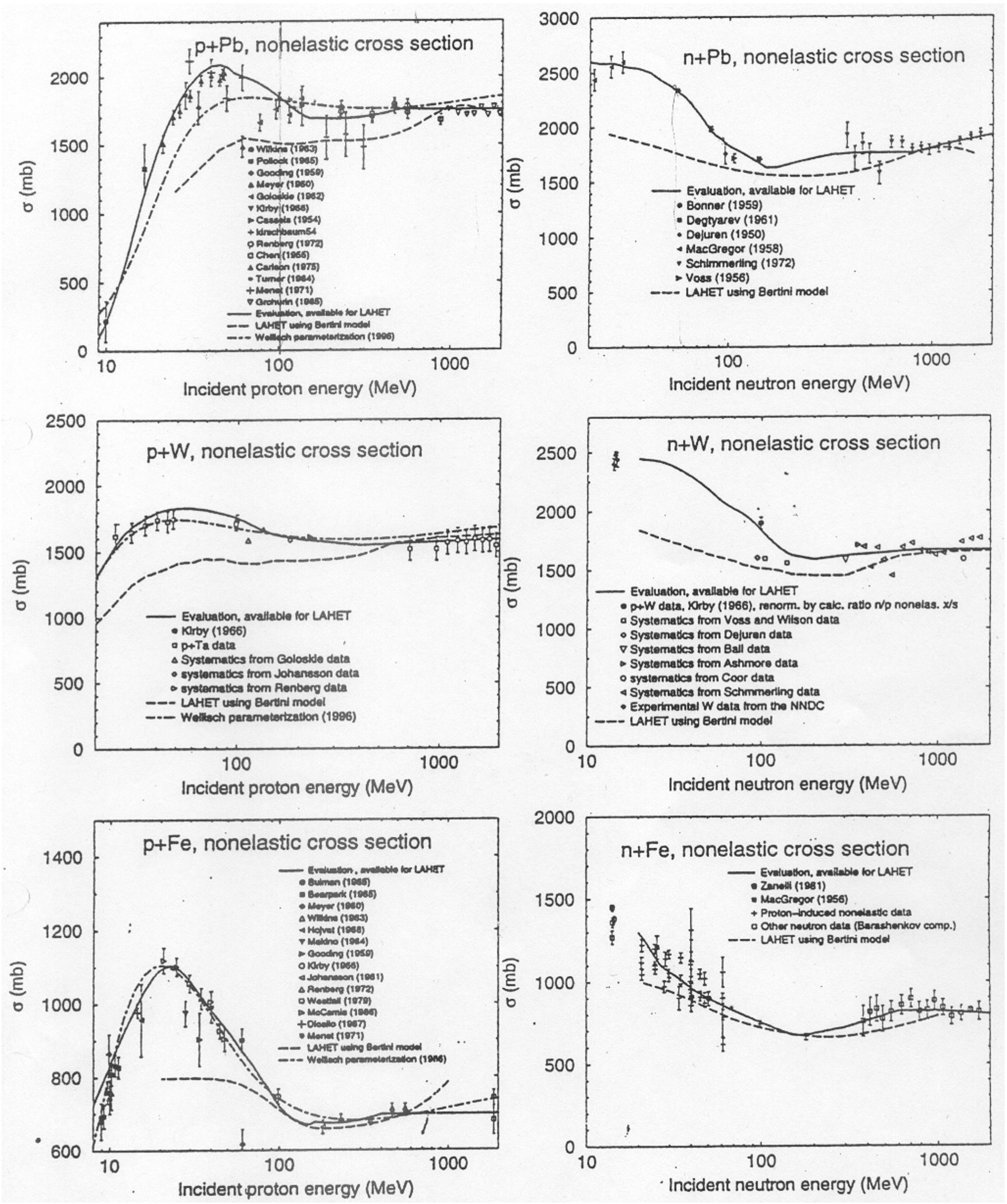

Fig. D.1: Variations en fonction de l'énergie incidente pour les réactions induites par proton et neutron sur des noyaux de Pb, Fe et W. Les données expérimentales sont représentées par les symboles. La paramétrisation de Wellsich que nous avons utilisée est donnée par la ligne en 'tirets asymétriques'. La figure est extraite de la référence [144], où le lecteur pourra notamment trouver les références pour tous les points expérimentaux présentés sur la figure.

Bibliographie

[1] B. Barré, Nucl. Phys. A**654**, 409c-416c (1999).

[2] B. Barré, L. F. Durret et B. Tinturier, *Le nucléaire durable*, Institut National des Sciences Appliquées, Paris (2004).

[3] W. Gudowski, Nucl. Phys. A**654**, 436c-457c (1999).

[4] J. Cugnon, *The future of Nuclear Energy*, in *Hadronic Physics*, ed. by J.-P. Lansberg *et al.*, AIP Conf. Proc. 775, 235 (2005).

[5] C.D. Bowman *et al.*, Nucl. Inst. Meth. A**320**, 336 (1992).

[6] C. Rubbia *et al.*, Report CERN/AT/95-44 (ET) (1995).

[7] J.-M. Loiseaux, *Principes de base et caractéristiques particulières des systèmes sous-critiques assistés par accélérateur*, Ecole Joliot-Curie (1996).

[8] S. Leray, *Transmutation des déchets : les perspectives*, Ecole Joliot-Curie (1996).

[9] J. Cugnon, *The Nuclear Reactors of the XXIst Century* in Physicalia Mag. **20**, 279-297 (1998).

[10] P. Benoit, H. A. Abderrahim *et al.*, *MYRRHA : A Multipurpose Accelerator Driven System for Research and Development*, IAEA-TECDOC-1356, Technical Committee Meeting, Argonne, Illinois, USA (2003).

[11] http ://www.sckcen.be/myrrha/

[12] J.-P. Meulders *et al*, *HINDAS final report*, Tech. Rep. European Union (2004).

[13] J. Cugnon et P. Henrotte, *Nuclear Reaction Mechanisms : from Compound Nucleus to Multiple Scattering*, preprint ULG/FTP/JC02-2

[14] W. Hauser et H. Feshbach, Phys. Rev. **87**, 336 (1952).

[15] V.F. Weisskopf et P.H. Ewing, Phys. Rev. **57**, 472 (1940).

[16] R. Serber, Phys. Rev. **72**,1114 (1947).

[17] R.J. Glauber, *Boulder lectures in Theoretical Physics*, Vol. 1, Interscience, New York, p. 315 (1959).

[18] H.W. Bertini et al., Phys. Rev. **131**, 1801 (1963).

[19] Y. Yariv, Z. Fraenkel, Phys. Rev. C**20**, 2227 (1979).

[20] H. Duarte, *The BRIC code* in *Proceedings of the 5th Workshop on Simulating Accelerator Radiation Environments (SARE-5) : Models and Codes for Spallation Neutron Sources*, OECD Headquarters, Paris (2000).

[21] J. Cugnon, *Spallation Reactions* in Ann. Phys. Fr **25**, N°2 (2000).

[22] G. Bertsch, Prog. Part. Nucl. Phys. **4**, 483 (1980).

[23] S. Ayik et C. Grégoire, Phys. Lett. B**212**, 269 (1988).

[24] W. Botermans et R. Malfliet, Phys. Rep. **198**, 115 (1990).

[25] R. Malfliet, Nucl. Pys. A**545**, 3c (1992).

[26] A. Bonasera et al., Phys. Rep. C**243**, 1-124 (1994).

[27] V.E. Bunakov et G.V. Matvejev, Z. Phys A**322**, 511 (1985).

[28] P. Fröbrich et R. Lipperheide, *Theory of Nuclear Reactions*, Oxford Science Publications, Oxford (1996).

[29] G.D. Harp, J.M. Miller et B.J. Berne, Phys. Rev.**165**, 1168 (1968).

[30] J.J. Griffin, Phys. Rev. Lett. **17**, 478 (1966).

[31] F.C. Williams, Nucl. Phys. A**166**, 231 (1971).

[32] J. Cugnon et P. Henrotte, Eur. Phys. J. A**16**, 393-407 (2003).

[33] M. Blann, Phys. Rev. Lett. **27**, 337 (1971).

[34] M. Blann, Phys. Rev. Lett. **28**, 757 (1972).

[35] C. Kalbach, Phys. Rev. C**33**, 818 (1986).

[36] C. Kalbach, Phys. Rev. C**62**, 44608 (2000).

[37] H. Feshbach, A. Kerman, S.E. Koonin, Ann. Phys. (N.Y.) **125**, 429 (1980).

[38] P.E. Hodgson, *Compound Nucleus Reactions* in Reports on Progress in Physics, Vol. **50**, N°9 (1987).

[39] R. Bonetti, D. Camnasio, L. Colli Milazzo, P.E. Hodgson, Phys. Rev. C**24**, 71 (1981).

[40] P.E. Hodgson, *The Feshbach-Kerman-Koonin theory : Problems and prospects*, invited paper given at the Internation Sympsium on Pre-Equilibrium Reactions, Smolenice Castle, Slovakia, 23-27 October 1995.

[41] R.M. DeVries et J.C. Peng, Phys. Rev. C**22**, 1055 (1980).

[42] K. Kikuchi et M. Kawai, *Nuclear Matter and Nuclear Reactions*, North-Holland, Amsterdam (1968).

[43] H. Gruppelaar, P. Nagel et P.E. Hodgson, Riv. Nuovo Cimento N°**9** (1986).

[44] *Proceedings of the Fifth Workshop on Simulating Accelerator Radiation Environments (SARE-5), Models and Codes for Spallation Neutron Sources*, edited by D. Filges, F. Goldenblaum and Y. Yariv, July 17-18, 2000, OECD Headquarters, Paris, France.

[45] J. Cugnon *et al.*, Nucl. Phys. **A352**, 505-534 (1981).

[46] J. Cugnon et J. Vandermeulen, Nucl. Phys. **A445**, 717 (1985).

[47] J. Cugnon, Nucl. Phys. **A462**, 751-780 (1987).

[48] J. Cugnon et M.-C. Lemaire, Nucl. Phys. **A489**, 781 (1988).

[49] J. Cugnon et C. Volant, Z. Phys. **A334**, 435-442 (1989).

[50] J. Cugnon *et al.*, Nucl. Phys. **A620**, 475-509 (1997).

[51] J. Cugnon *et al.*, Nucl. Phys. **A625**, 729-757 (1997).

[52] J. Benlliure *et al.*, Nucl. Phys. **A700**, 469 (2002).

[53] J. Cugnon *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. **B111**, 215-220 (1996).

[54] J. Cugnon *et al.*, Phys. Rev. **C56**, 2431-2439 (1997).

[55] A. Boudard, J. Cugnon, S. Leray and C. Volant, Phys. Rev. C **66**, 044615 (2002).

[56] A. Boudard *et al.*, Nucl. Phys. **A740**, 195-210 (2004).

[57] L. Dresner, Oak Ridge Report ORNL-TM-196 (1962).

[58] A.R. Junghans *et al.*, Nucl. Phys. **A629**, 635 (1998).

[59] S. Furihata, Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. **B171**, 251 (2000).

[60] S. Furihata *et al.*, J. Nucl. Sci. Technol. **Suppl.2**, 720, Tsukuba, Japan (2002).

[61] R.E. Prael et H. Lichtenstein, *User Guide to the LCS : the LAHET Code System*, Los Alamos National Laboratory Rport LA-UR-89-3014 (1989).

[62] A. Boudard, J. Cugnon, J.-C. David, P. Henrotte, S. Leray, K.-H. Schmidt et C. Volant, *The Liège Intranuclear Cascade Code INCL4.1 (deliverable D16) and the K.-H. Schmidt Evaporation Code KHSv3p (deliverable D18)*, Rapport interne HINDAS (2003).

[63] http ://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/paw

[64] W.E. Burcham and M. Jobes, NPP (Nuclear and Particle Physics), Longman Scientific and Technical, p.103, (1995).

[65] M. Lacombe *et al.*, Phys. Rev. **C21**, 861 (1980).

[66] S. Vuillier, Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, Orsay (1998).

[67] L. I. Schiff, *Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, p.279 (1968).

[68] W. Wlazlo *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 5736 (2000).

[69] C. Toccoli, Thèse de doctorat, Université d'Orsay (2000).

[70] H.W. Bertini *et al.*, Phys. Rev C**10**, 2472 (1974).

[71] P. Pawlowski *et al.*, Eur. Phys. J. A**9**, 371 (2000).

[72] D. Doré *et al.*, Phys. Rev. C**63**, 034612-1 (2001).

[73] W. B. Amian *et al.*, Nucl. Sc. Eng. **115**, 1 (1993).

[74] S. Leray *et al.*, Phys. Rev. C **65**, 044621 (2002).

[75] K. Ishibashi *et al.*, *Measurement of neutron production double differential cross-sections of incident protons of 0.8 GeV, 1.5 GeV and 3 GeV* in Nakai, K. (ed.), Ohshima, T. (ed.), KEK-PS 1990-1994, 283-289 (2001).

[76] K. Ishibashi *et al.*, Journal of Nuc. Sci. and Tech. 34, 529 (1997).

[77] K. Niita *et al.*, Nucl. Instrum. Methods B**184**, 406 (2001).

[78] M. Blann *et al.*, Nucl. Phys. **A257**, 15 (1976).

[79] W. Scobel *et al.*, Phys. Rev. C **30**, 1480 (1984).

[80] F. E. Bertrand and R. W. Peelle, Phys. Rev. C **8**, 1045 (1973).

[81] A. Galonsky *et al.*, Phys. Rev. C **14**, 748 (1976).

[82] H. Machner *et al.*, Phys. Lett. **138B**, 39 (1984).

[83] E. L. Hjort *et al.*, Phys. Rev. C **53**, 237 (1996).

[84] H. Sakai *et al.*, Phys. Lett. **133B**, 375 (1983).

[85] M. Trabandt *et al.*, Phys. Rev. C **39**, 452 (1989).

[86] J. R. Wu, C. C. Chang and H. D. Holmgren, Phys. Rev. C **19**, 698 (1979).

[87] R. E. Segel *et al.*, Phys. Rev. C **26**, 778 (1982).

[88] S. V. Förtsch *et al.*, Phys. Rev. C **43**, 691 (1991).

[89] W. B. Amian *et al.*, Nucl. Sc. Eng. **102**, 310 (1989).

[90] A. A. Cowley *et al.*, Z. Physik A **336**, 189 (1990).

[91] R. E. Segel *et al.*, Phys. Rev. C **32**, 721 (1985).

[92] W. Scobel *et al.*, Phys. Rev. C **41**, 2010 (1990).

[93] R. E. Segel *et al.*, Phys. Rev. C **26**, 2424 (1982).

[94] S. Stamer *et al.*, Phys. Rev. C **47**, 1647 (1993).

[95] H. Sakai *et al.*, Nucl. Phys. **A344**, 41 (1980).

[96] A. Ringbom *et al.*, Nucl. Phys. **A617**, 316 (1997).

[97] H. Condé *et al.*, Nucl. Phys. **A545**, 785 (1992).

[98] T. Rönnqvist *et al.*, Nucl. Phys. **A563**, 225 (1993).

[99] D. Hermsdorf *et al.*, Dresden Zfk-271 report (1974).

[100] N. Marie *et al.*, *Measurements of neutron production double differential cross-section in 62.5 MeV proton-induced reactions*, Préprint, Université de Caen (2002).

[101] A. Koning *et al.*, *HINDAS - A European Nuclear Data Program for Accelerator-Driven Systems*, J. Nucl. Sci. Technol. Suppl. **2**, 1161 (2002).

[102] H.P. Wellisch et D. Axen, Phys. Rev. C**54**, 1329 (1996).

[103] R. Bonetti, D. Camnasio, L. Colli Milazzo and P. E. Hodgson, Phys. Rev. C **24**, 71 (1981).

[104] R. D. Smith and M. Bozoian, Phys. Rev. C **39**, 1751 (1989).

[105] H. C. Chiang and J. Hüfner, Nucl. Phys. A **349**, 466 (1980).

[106] http ://t16web.lanl.gov/nd2004/abstracts-pdf/201.pdf / A. Koning *et al.*, *TALYS : Comprehensive Nuclear Reaction Modeling* in "Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology", Santa Fe, 26 Sept - 1 Oct 2004, ed. by R. C. Haight *et al.*, 1154 (2005).

[107] J. P. Meulders, *High and Intermediate Energy Nuclear Data for Accelerator-driven Systems*, European Commission report P&T-HINDAS-S1 (2001).

[108] H. H. K. Tang, G. R. Srinivasan and N. Azziz, Phys. Rev. C **42**, 1598 (1990).

[109] E. Segrè, *Nuclei and Particles*, Benjamin/Cummings, USA (1977).

[110] S. Leray *et al.*, Phys. Rev. C**65**, 044621 (2002).

[111] M. Blann, Nucl. Phys. A**213**, 570 (1973).

[112] M. Blann, Annu. Rev. Nucl. Sci. **25**, 23 (1975).

[113] M. Blann et F.M. Lanzafame, Nucl. Phys. A**142** 559 (1970).

[114] H. C. Chiang and J. Hüfner, Nucl. Phys. A **349**, 466 (1980).

[115] J. R. Wu, Phys. Lett. B **91**, 169 (1980).

[116] H.W. Bertini, Phys. Rev. C**5**, 2118 (1972).

[117] J. Cugnon, *Améliorations possibles des modèles de cascade intranucléaire*, communication privée (1995).

[118] Th. Aoust et J. Cugnon, Eur. Phys. J. A**21**, 79-85 (2004).

[119] B. Mukherjee *et al.*, Eur. Phys. J. A**21**, 273-279 (2004).

[120] P.D. Kunz, University of Colorado, unpublished (1983).

[121] B. Mukherjee *et al.*, Internal Report (KVI) (2003).

[122] A.J. Koning and J.P. Delaroche, Nucl. Phys. A**713**, 231 (2003).

[123] Y. Uozumi, communication privée.

[124] T. Kin *et al.*, *Proton Production Cross Sections for Reactions Induced by 300- and 392 MeV- Protons* in "Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology", Santa Fe, 26 Sept - 1 Oct 2004, ed. by R. C. Haight *et al.*, 207 (2005).

[125] R.E. Chrien *et al.*, Phys. Rev. C**21**, 1014 (1980).

[126] J.A. McGill *et al.*, Phys. Rev. C**29**, 204 (1984).

[127] K.R. Cordell *et al.*, Nucl. Phys A**352**, 485 (1981).

[128] G. Roy *et al.*, Phys. Rev. C**23**, 1671 (1981).

[129] A. Boudard *et al.*, *A Comprehensive Comparison of the INCL-ABLA Spallation Model with Experimental Data* in "Proceedings of the Sixth International Conference on Nuclear Applications of Accelerator Technology", ed. by the American Nuclear Society', Lagrange Park, USA, 330-338 (2004).

[130] A. Auce *et al.*, Phys. Rev. C**53**, 2919 (1996).

[131] M. Cabibbo et C. Volant, rapport DAPNIA/SPHN-00-39 (2000).

[132] E. Martinez, Thèse de doctorat, Université de Caen (1997).

[133] D. Ridikas, W. Mittig et J.A. Tostevin, Phys. Rev. C**59**, 1555 (1999).

[134] H. Okamura *et al.*, Physics Letters B**325**, 308-312 (1994).

[135] G. Baur et H. Rebel, J. Phys. G : Nucl. Part. **20**, 1 (1994).

[136] R.P Feynmann et A.R. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integrals*, McGraw-Hill, NY, p.233 (1965).

[137] J.-L. Basdevant, *Mécanique quantique*, Ellipses, Paris, p.547 (1986).

[138] J. Cugnon et D. Vautherin, in *Hadronic Atoms and Positroniums in the Standard Model*, edited by M.A. Ivanov *et al.*, Dubna,p.128 (1998).

[139] A. Boudard, communication privée (2004).

[140] H. Okamura *et al.*, Phys. Lett. B**227**, 204-208 (1989).

[141] J.A. Tostevin *et al.*, Phys. Lett. B**424**, 219-225 (1998).

[142] J.A. Tostevin *et al.*, Phys. Rev. C**57**, 3225-3236 (1998).

[143] C. Kittel, *Elementary Statistical Physics*, John Wiley, New York (1961).

[144] R.E. Prael et M.B. Chadwick, Los Alamos National Laboratory preprint LA-UR-97-1744 (1997).