Université de Liège
Faculté des Sciences

Service de Physique Nucléaire Théorique

# Production exclusive de mésons vecteurs dans les collisions lepton-proton

Thèse présentée en vue
de l'obtention du grade de
Docteur en Sciences Physiques
**Isabelle Royen**

Novembre 1999

# Table des matières

# Introduction.

L'objectif de cette thèse est l'étude des interactions fondamentales entre les particules et celle des composantes de la matière hadronique. Les expériences de diffusion profondément inélastique d'électrons (ou positons) sur protons menées au collisionneur HERA en Allemagne se déroulent à haute énergie et offrent un moyen de sonder précisément les particules qui participent à la réaction. Un des principaux intérêts de recherche des collaborations H1 et ZEUS est la mesure de la structure du proton. Notre compréhension actuelle des hadrons en tant qu'états liés de quarks est basée sur la théorie de la chromodynamique quantique (QCD). En QCD, l'interaction entre les quarks est due, à haute énergie, à l'échange de gluons sans masse exactement comme l'interaction électromagnétique est générée par l'échange d'un photon.

Les modèles qui tentent actuellement de décrire les diffusions profondément inélastiques, et en particulier la structure du proton, rencontrent des problèmes aux petites valeurs de la variable $x$, qui correspondent à de grandes valeurs de l'énergie disponible dans le centre de masse hadronique. Une découverte majeure à HERA a été de constater une augmentation rapide, aux petites valeurs de $x$, de la fonction de structure $F_2$ du proton. Grâce à la grande luminosité accumulée ces dernières années, $F_2$ a pu y être mesurée avec grande précision et dans un vaste domaine en $Q^2$, offrant ainsi un moyen de tester la théorie des interactions fortes, la chromodynamique quantique et d'extraire les densités de quarks et de gluons dans le proton.

Un autre phénomène important à HERA fut l'observation d'événements possédant un grand saut en rapidité, nous donnant ainsi la possibilité d'étudier la diffusion diffractive à petit $x$ - en particulier la production exclusive de mésons vecteurs - et augmentant l'espoir de comprendre la nature de la trajectoire de Regge dominante à haute énergie, le Poméron. Ce dernier fut introduit dans les années 60 pour décrire les interactions hadron-hadron.

Dans cette thèse nous étudions les sections efficaces de production exclusive des mésons $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$ dans les domaines cinématiques accessibles à HERA. Ces processus, qui se déroulent à haute énergie, peuvent être calculés à l'aide de la QCD perturbative. La comparaison des résultats ainsi obtenus et des mesures conduit à de nouvelles informations sur l'échange, ainsi que sur la structure du proton et du méson vecteur.

La production exclusive de mésons vecteurs à HERA a suscité beaucoup d'attention ces dernières années car elle est immédiatement reliée à la distribution des gluons. En effet, certains arguments suggèrent que la section efficace soit proportionnelle au carré de $xg(x)$. Ceux-ci ont d'ailleurs été confirmés dans certains cas et étendus par Collins, Frankfurt et Strikman avec le théorème de factorisation. Ce théorème constitue un outil fondamental pour l'étude des phénomènes diffractifs; il apporte la preuve que la section efficace longitudinale qui décrit la production d'un méson vecteur par un photon longitudinal, est en effet proportionnelle au carré de la distribution des gluons, et que l'amplitude du processus peut être décrite par une convolution d'une fonction d'onde pour le méson, d'une amplitude de diffusion dure et d'une distribution partonique. Ceci s'applique, à grand $Q^2$, à tout méson vecteur, quelle que soit sa masse.

Nous possédons alors, en principe, un excellent moyen pour mesurer directement la distribution des gluons. Cependant, ce théorème est valable pour un photon longitudinal uniquement. Nous connaissons donc peu la partie transverse si ce n'est en $Q^2 = 0$ où celle-ci constitue l'unique composante de la section efficace par invariance de jauge.

La distribution des gluons n'est pas la seule caractéristique qui définisse ces processus diffractifs, une inconnue supplémentaire apparaît en la fonction d'onde $\Psi$ du méson vecteur. Le calcul du mécanisme de formation du méson vecteur et la comparaison des sections efficaces ainsi obtenues et des données expérimentales devraient également fournir de nouvelles informations sur cette partie du processus.

Afin de rendre ce manuscrit plus compréhensible, il est important de donner un aperçu des phénomènes observés expérimentalement, et des différentes mesures que nous cherchons à reproduire. Après une brève description du dispositif expérimental des collaborations H1 et ZEUS, le premier chapitre énumère les caractéristiques essentielles des sections efficaces de production élastique des mésons vecteurs $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$ à haute énergie. Ce chapitre n'a pas pour but de servir de mini-revue expérimentale, mais tout simplement de donner un avant-goût des comportements que nous cherchons à expliquer.

Plusieurs modèles phénoménologiques ont marqué l'histoire de l'étude des interactions diffractives. Dans le deuxième chapitre, nous présentons les idées fondamentales à la base de ceux-ci en nous attardant principalement sur le modèle de Ryskin qui détermine la section efficace longitudinale de production du méson $J/\psi$ via l'échange de deux gluons perturbatifs et introduit pour la première fois la densité de gluons dans le calcul de l'amplitude. Ce chapitre comprend encore deux résultats contemporains des nôtres, le modèle de Martin, Ryskin et Teubner ainsi que le théorème de factorisation de Collins qui, comme nous l'avons mentionné, constitue un atout conséquent pour la théorie et justifie le calcul séparé des différentes composantes du modèle.

La plupart des modèles existants ne portent, néanmoins, que sur la section efficace de production de mésons par un photon longitudinal. Les détails des approximations et les composantes essentielles qui débouchent sur un accord avec les données expérimentales n'y sont pas explicités. Par ailleurs, ces derniers s'appliquent généralement à la région asymptotique des grandes valeurs de $Q^2$. Or ce régime n'est pas atteint à HERA.

Dans le chapitre 3, nous présentons un premier modèle élaboré pour calculer les sections efficaces transverse et longitudinale de production des mésons $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$. Le méson vecteur est décrit de manière non relativiste. Le quark et l'antiquark mésoniques emportent chacun une moitié de la quadri-impulsion du méson et sont de même masse $m_V/2$. Bien que ce modèle reproduise relativement bien la plupart des caractéristiques des sections efficaces, le choix naïf d'une fonction d'onde pour décrire le méson vecteur conduit à une prédiction du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse $R = \sigma_L/\sigma_T$ proportionnel à $Q^2$, en désaccord avec les récentes données de HERA. Celles-ci ne semblent, en effet, pas linéaires à grand $Q^2$ mais atteignent plutôt une valeur de l'ordre de 4.

Nous avons alors tenté une nouvelle approche en introduisant l'impulsion de Fermi au niveau de la transition $\gamma^* \to V$. Le méson est à présent décrit par une fonction de vertex où le quark et l'antiquark n'emportent plus une même quadri-impulsion et peuvent se trouver hors de leur couche de masse. Dans le chapitre 4, nous montrons que le rôle joué par ce quark hors couche est primordial et indispensable pour décrire le comportement du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse avec la virtualité du photon $Q^2$.

Le cinquième chapitre présente les différents résultats obtenus et les compare avec les mesures effectuées par H1 et ZEUS. Les calculs sont réalisés dans les domaines cinématiques accessibles à HERA ($0 \lesssim Q^2 < 150$ GeV$^2$ et $34 < W < 144$ GeV et $|t| < 0.5\text{GeV}^2$).

La polarisation du photon et celle du méson produit dans l'état final sont ensuite étudiées en détail dans le sixième chapitre. Nous commençons par définir le système utilisé pour décrire la distribution angulaire de désintégration du méson vecteur ainsi que deux hypothèses de travail, l'hypothèse de conservation de l'hélicité dans le canal-$s$ (SCHC) et la conservation de la parité aux vertex d'interaction. A partir de la distribution angulaire de désintégration, 15 paramètres liés aux éléments de la matrice de densité de spin du méson sont mesurés. Ces mesures indiquent une violation de l'hypothèse SCHC. Nous calculons les différentes amplitudes d'hélicité pour la production du méson $\rho$ et confirmons, nous aussi, que la polarisation du photon n'est pas conservée par le méson vecteur.

Le septième chapitre discute la dépendance en énergie des sections efficaces. Les deux modèles explicités aux chapitres trois et quatre ne permettent pas de prédire cette dernière. Nous introduisons alors une densité des gluons en utilisant deux paramétrisations différentes, basées l'une sur des mesures expérimentales de la fonction de structure $F_2$ du proton dans des collisions hadron-hadron (MRS99), l'autre inspirée d'un calcul de Donnachie et Landshoff. Cette façon de faire est utilisée dans nombreuses études en espérant ainsi apporter un outil de mesure de la distribution des gluons. Nous observons une légère augmentation des sections efficaces avec l'énergie, conforme à l'expérience.

Enfin, dans un dernier chapitre, nous allons tenter d'analyser le principal bruit de fond qui entache les mesures des sections efficaces élastiques, à savoir la contamination par des événements où le proton se dissocie en un système hadronique différent de faible masse.

Pour ne pas alourdir le texte, nous reportons dans différentes annexes, la plupart des calculs inutiles à la compréhension directe des modèles et résultats obtenus.

# Chapitre 1

# Production diffractive de mésons vecteurs.

Les expériences de diffusion ont conduit Rutherford en 1911 à proposer la présence de petits objets massifs à l'intérieur des atomes : les noyaux. Il fut ensuite établi que ces noyaux étaient eux-mêmes formés de protons et de neutrons. Plusieurs dizaines d'années après, des expériences de diffusion d'électrons à beaucoup plus haute énergie ont montré que ces protons et neutrons contenaient à leur tour des constituants : les quarks. Le principal objectif de ces expériences de diffusion profondément inélastique d'électrons sur protons est donc celui de l'étude des composants ultimes de la matière subnucléaire et des forces élémentaires qui les lient.
Dans ce chapitre, nous commençons tout d'abord par définir la notion de section efficace d'un processus de collision entre deux particules ainsi que les variables cinématiques qui décrivent ce dernier. Nous présentons ensuite brièvement le collisionneur HERA et donnons un aperçu de la situation expérimentale actuelle.

## 1.1 Section efficace et cinématique du processus.

Les expériences de collision sondent le comportement des particules élémentaires qui participent à la réaction. Deux faisceaux de particules entrent en collision avec une impulsion bien définie, et on observe ce qui est produit. Le taux de production d'un état final particulier peut s'exprimer en fonction du taux de transition des particules d'un état initial vers un état final, ou autrement dit, en terme de la section efficace :

$$\frac{dN}{dt} = \mathcal{L}\ d\sigma \tag{1.1}$$

$\mathcal{L}$ et $d\sigma$ désignent respectivement la luminosité (mesurée en $cm^{-2}sec^{-1}$) et la section efficace infinitésimale (mesurées en barns ou sous-multiples).

La section efficace caractérise une certaine réaction entre particules, indépendamment des détails de l'expérience (dimension et intensité des faisceaux). Cette grandeur, mesurable expérimentalement, est primordiale lorsqu'on étudie la nature et les propriétés de la réaction, en particulier les particules produites lors de réactions inélastiques, $A + B \to X$, où $X \neq (A + B)$.

Les interactions diffractives sont un cas particulier de ces dernières, elles se présentent sous la forme :

$$A + B \to C + D, \tag{1.2}$$

où les masses $M_C$ et $M_D$, des systèmes de particules $C$ et $D$, sont beaucoup plus petites que l'énergie disponible dans le centre de masse :

$$M_C,\ M_D \ll \sqrt{s_{AB}}. \tag{1.3}$$

Comme illustré sur la figure 1.1, les particules (système X) issues des interactions inélastiques sont distribuées uniformément en rapidité[1] (fig. 1.1(a)). Par contre, le cas diffractif se manifeste expérimentalement, en raison de la contrainte (1.3), par une séparation, appelée saut en rapidité, entre les deux systèmes de particules ($C$ et $D$) qui composent l'état final (fig. 1.1(b)).

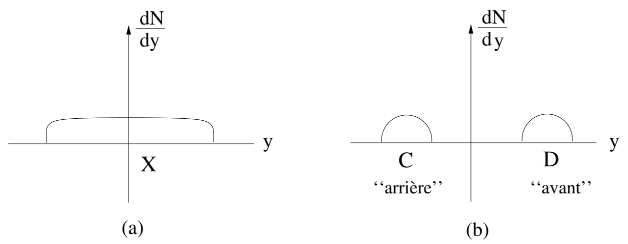



**Figure 1.1:** Représentation de la distribution du nombre de particules en fonction de la rapidité $dN/dy$ pour (a) les interactions inélastiques non diffractives $A + B \to X$ et (b) diffractives $A + B \to C + D$.

Parmi les interactions diffractives, on peut encore distinguer les interactions avec dissociation simple (où l'une des deux particules incidentes sort intacte de la réaction fig. 1.2(a) et (b)) de celles avec dissociation double (fig. 1.2(c)).

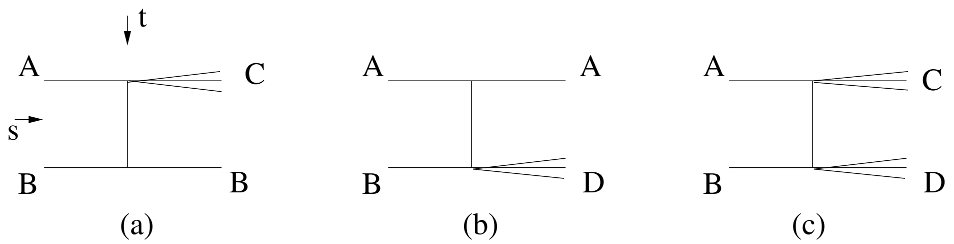



**Figure 1.2:** Représentation des interactions diffractives avec dissociation simple (a,b) et avec dissociation double (c).

[1]La rapidité d'une particule est définie par la relation

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + P_z}{E - P_z}, \tag{1.4}$$

où $E$ et $P_z$ sont respectivement l'énergie de la particule et la composante longitudinale de son impulsion.

Dans le cadre de cette thèse, nous étudions principalement le processus de production élastique de mésons vecteurs :

$$ep \to epV, \tag{1.5}$$

dominé, à petits $Q^2$, par l'échange d'un photon $\gamma^*$ virtuel (fig. 1.3(a)) émis par l'électron. Ici les leptons servent essentiellement de source à la création du photon; $Q^2$ désigne l'opposé du carré de la quadri-impulsion portée par ce photon. La section efficace électron (positon)-proton $\sigma^{ep}$ pouvant par ailleurs s'exprimer en terme de la section efficace photon-proton $\sigma^{\gamma^* p}$ (voir annexe A), nous nous concentrerons plus précisément sur l'analyse du processus[2] :

$$\gamma^* p \to Vp \tag{1.6}$$

représenté à la figure 1.3 (b).

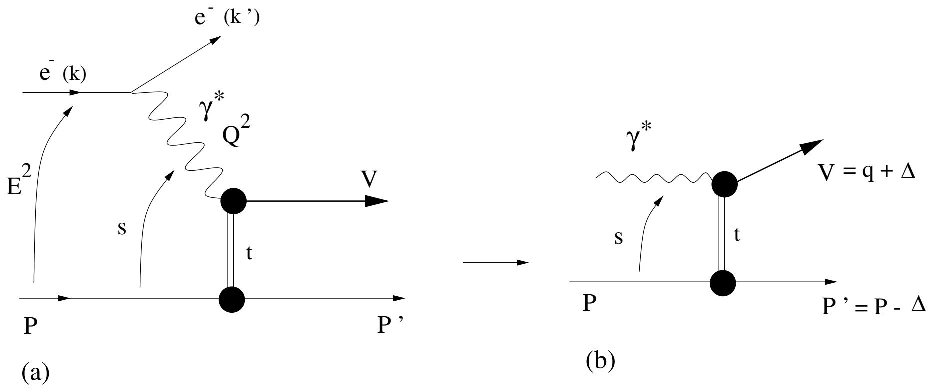



**Figure 1.3:** Définition de certaines variables d'un processus diffractif $ep \to epV$. Entre les systèmes hadroniques $V$ et $P'$ existe un saut en rapidité.

Soit $k$, $k'$, $q = k - k'$ et $P$ les quadri-impulsions respectives de l'électron incident, de l'électron sortant, du photon virtuel et du proton incident. Les quadri-impulsions du méson vecteur produit et du proton diffusé sont $V = q + \Delta$ et $P' = P - \Delta$. Afin de déterminer l'expression de la section efficace, nous avons besoin des variables cinématiques (au nombre de 6) communément utilisées pour décrire ce processus, à savoir :

- la virtualité du photon

$$Q^2 = -q^2, \tag{1.7}$$

- le carré de l'énergie dans le système du centre de masse $ep$

$$E^2 = (k + P)^2, \tag{1.8}$$

[2] Il s'agit d'un processus diffractif avec simple dissociation et production d'un méson vecteur. Le proton sort intact de la réaction; ce processus est également dit *quasi*-élastique.

- le carré de l'énergie[3] dans le système du centre de masse $\gamma^* p$ (variable de Mandelstam, invariant de Lorentz)

$$s = (P+q)^2 = 2q.P - Q^2 + m_P^2, \tag{1.9}$$

- le carré de l'impulsion transférée au proton

$$\Delta^2 = t = (P' - P)^2 = 2m_P^2 - 2P.P', \tag{1.10}$$

  $m_P$ représentant la masse du proton, et

- l'angle $\Phi_h$ entre le plan de diffusion de l'électron et celui du proton.

On définit également :

- la variable $y$, qui représente, dans le système au repos du proton incident, la fraction d'énergie de l'électron emportée par le photon

$$y = \frac{q.P}{k.P} = \frac{s + Q^2 - m_P^2}{E^2 - m_P^2}, \tag{1.11}$$

- la variable de Bjorken pour le proton (qui représente, dans un référentiel de type espace, la fraction de l'impulsion du proton portée par le quark qui participe à l'interaction)

$$x = \frac{Q^2}{2P.q} = \frac{Q^2}{s + Q^2 - m_P^2} \simeq \frac{Q^2}{s}. \tag{1.12}$$

D'autre part, les particules dans l'état initial et final, en tant que particules physiques externes, se trouvent sur leur couche de masse :

$$P^2 = m_P^2 \tag{1.13}$$
$$P'^2 = (P+\Delta)^2 = m_P^2 \tag{1.14}$$
$$V^2 = m_V^2 \tag{1.15}$$

où $m_V$ désigne la masse du méson vecteur.

En utilisant les variables cinématiques décrites ci-dessus, la section efficace différentielle $d\sigma_{\gamma^* p \to Vp}$ s'écrit comme suit (annexe A) :

$$\boxed{\frac{d\sigma^{\gamma^* p}}{dt} = \frac{1}{16\ \pi} \frac{|\mathcal{A}|^2}{s^2}} \tag{1.16}$$

où $\mathcal{A}$ désigne l'amplitude invariante de transition du processus étudié.

[3]La convention utilisée ici, pour désigner l'énergie n'est pas la convention habituelle utilisée par les expérimentateurs. Nous appelons $s$ le carré de l'énergie dans le centre de masse $\gamma^* p$ qui n'est autre que $W^2$ pour les expérimentateurs, et $E^2$ le carré de l'énergie dans le centre de masse électron-proton généralement indiqué par $s$. Dans ce travail, nous continuerons à utiliser la variable $s$ à la place de $W^2$ dans le centre de masse photon-proton, exception faite pour la section qui présente les résultats expérimentaux (section 1.2.3).

## 1.2 Mesures expérimentales.

La réalisation de faisceaux d'énergie de plus en plus élevée permet de sonder plus profondément la matière. C'est pour cette raison qu'on a construit le collisionneur HERA (**H**adron-**E**lectron **R**ing **A**ccelerator facility) sur le site de DESY (Hamburg), où des électrons (ou positons) de 27.5 GeV entrent en collision avec des protons de 820 GeV.

A HERA, les deux faisceaux de particules (électrons et protons) circulent en sens inverses dans deux anneaux de stockage situés dans un tunnel souterrain de 6.3 km de circonférence, et se rencontrent en quatre[4] points où se produisent les interactions électron-proton. Deux de ces points d'interaction sont équipés des détecteurs H1 et ZEUS (fig. 1.4).

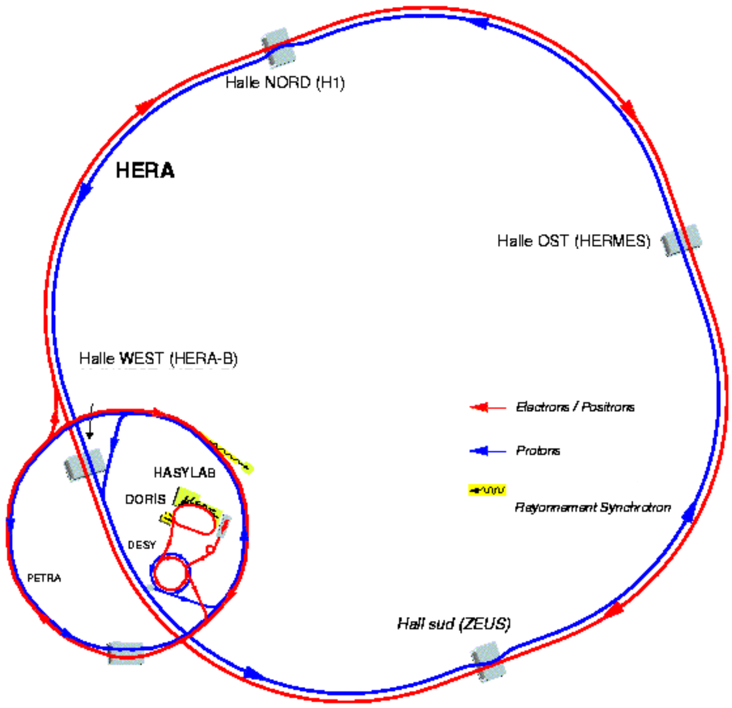



**Figure 1.4:** Vue de l'installation HERA, avec le détecteur H1 au nord et le détecteur ZEUS au sud. La circonférence des anneaux dans lesquels circulent les protons et électrons est de 6.3km. Sur la gauche, l'accélérateur PETRA sert actuellement de pré-accélérateur pour HERA.

Les faisceaux sont constitués de 210 paquets de particules dont la fréquence de croisement est de 10.4 MHz, c'est-à-dire que 96 ns séparent deux croisements des faisceaux. Ce faible intervalle de temps engendre des contraintes sur le temps de réponse des détecteurs et sur le système d'acquisition des données. Pour information, le courant des électrons est de l'ordre de 30 mA et 80 mA pour les protons [1].

[4]Les deux autres points d'interaction de HERA sont réservés aux expériences sur cible fixe : HERMES et HERA-B, dont on ne parlera pas dans ce travail.

Un autre paramètre important des accélérateurs (collisionneurs) est la luminosité $\mathcal{L}$, le produit du flux des particules incidentes par la densité moyenne de particules cibles. A HERA, la luminosité intégrée $\mathcal{L}$ n'a cessé de croître, 0.05 pb$^{-1}$ en 1992 [2], à 25 pb$^{-1}$ fin septembre 1999.

Les objectifs principaux des détecteurs H1 et ZEUS sont la détermination, avec grande précision, des énergie, direction et nature des particules émises lors des interactions électron-proton, afin de mesurer la structure du proton et de mieux comprendre les interactions fortes entre les particules. En ce qui concerne la mesure de la fonction de structure du proton, l'atout principal du collisionneur HERA est l'élargissement considérable de la région cinématique accessible en $Q^2$ et $x$, par rapport aux expériences sur une cible fixe.

La mesure des sections efficaces différentielles nécessite la reconstruction des variables cinématiques définies plus haut, en particulier la virtualité $Q^2$ du photon et les variables d'échelle $x$ et $y$. Ces grandeurs peuvent être reconstruites à partir des mesures de l'énergie et de l'angle d'émission de l'électron diffusé ou des hadrons émis lors de l'interaction. Une bonne herméticité du détecteur est nécessaire pour bénéficier d'une bonne mesure de l'activité hadronique.

### 1.2.1 Le détecteur H1.

Le détecteur H1 est construit de façon asymétrique [1, 3]. En effet, les protons étant nettement plus énergétiques que les électrons, la densité de particules émises lors de l'interaction est plus importante vers l'avant[5], dans la direction des protons. Le détecteur est plus massif et segmenté dans cette direction, pour permettre une haute résolution de l'activité hadronique.

Ce détecteur possède une symétrie cylindrique par rapport à l'axe des faisceaux et est structuré en couches. En le parcourant depuis le centre vers l'extérieur, on trouve principalement les éléments suivants :

- le système de détection central et avant des traces, qui permet de reconstruire les trajectoires des particules chargées et de mesurer ainsi leur charge et leur impulsion grâce à la mesure de la courbure des trajectoires (ce système étant plongé dans un champ magnétique créé par une bobine supraconductrice).

- Le calorimètre à argon liquide entoure les détecteurs de traces. Il est divisé en petites cellules (quelques cm$^2$) permettant de bien localiser le point d'impact des particules. Ce calorimètre bénéficie d'une bonne stabilité temporelle et est facile à calibrer. En plus d'une bonne résolution angulaire sur la direction des particules incidentes, il distingue efficacement les électrons des hadrons. La détermination de l'énergie des particules est obtenue en mesurant les charges

[5] Selon la convention adoptée à HERA, la direction avant (+z) est celle du faisceau de protons sortant.

d'ionisation dans l'argon liquide.

- Entourant le calorimètre hadronique et électromagnétique, une bobine supraconductrice assure un champ magnétique quasi-uniforme de 1.15 Tesla.

- Enfin, la dernière couche du détecteur se compose d'un fer de retour du champ magnétique. La présence des détecteurs dans sa structure permet l'identification des muons émis lors de l'interaction, ainsi que la mesure de la fraction d'énergie hadronique qui échappe au calorimètre.

Afin d'assurer une herméticité maximale du détecteur, on trouve encore à l'avant : un calorimètre bouchon pour la mesure de l'énergie des particules émises très près du faisceau dans la direction de propagation du proton, un système de détection des muons, et un système permettant de détecter les produits de la désintégration du proton excité dans le cas d'interactions inélastiques.

A l'arrière du détecteur, on trouve un ensemble composé d'un détecteur de traces permettant de reconstruire la direction des particules chargées émises vers l'arrière et un calorimètre qui mesure l'énergie de l'électron diffusé vers l'arrière.

La mesure de la luminosité s'effectue par la mesure de l'émission de photons de freinage produits lors de l'interaction entre les faisceaux.

L'abondance des données obtenues dans les interactions exige un filtrage très affiné et une acquisition complexe. Les informations finales sont stockées sur des cassettes magnétiques au centre de calcul de DESY pour être traitées ultérieurement.

### 1.2.2 Le détecteur ZEUS.

Le détecteur ZEUS comporte un calorimètre à uranium[6] qui mesure l'énergie et la direction des gerbes hadroniques ou électromagnétiques avec grande précision. Ce calorimètre entoure hermétiquement les détecteurs de traces, qui mesurent la trace des particules chargées à l'aide de chambres à fils. Comme pour H1, l'impulsion des particules chargées est déterminée à partir de la courbure de leur trajectoire, générée par un champ magnétique de 1.8 Tesla produit par une bobine supraconductrice.

Le calorimètre à uranium ne pouvant se trouver dans le champ magnétique, l'aimant se trouve entre le calorimètre et les détecteurs de traces qu'il entoure; ce qui induit la présence de matériaux morts et rend la calibration difficile.

[6]Ce calorimètre est dit "compensating" et permet une grande précision sur la reconstruction directe de l'énergie hadronique totale. La réponse aux composantes électromagnétique et hadronique des gerbes, obtenue avec ce calorimètre, est très semblable, il y a donc moins de fluctuation d'une gerbe à l'autre.

Enfin, le calorimètre est entouré de détecteurs de muons. Les protons diffusés vers l'avant peuvent, pour leur part, être mesurés par un spectromètre placé dans le prolongement de la ligne du faisceau.

Une description plus détaillée de ce détecteur se trouve dans les références [2, 4].

Pour l'étude de la physique diffractive, les deux principales différences entre les détecteurs H1 et ZEUS sont les suivantes :

• ZEUS ne dispose pas d'une aussi bonne couverture à petits angles que celle fournie par les détecteurs avant de H1, où ils servent de "veto" pour les événements diffractifs avec dissociation du proton. La contamination due aux événements avec dissociation du proton est donc plus importante à ZEUS.

• ZEUS est équipé d'un détecteur à très petit angle pour l'électron diffusé, le Beam Pipe Calorimeter (BPC), qui permet de mesurer de très petits $Q^2$.

### 1.2.3 Résultats expérimentaux.

En 1992, ZEUS observe pour la première fois, des événements avec un grand saut de rapidité[7] dans des collisions électron-proton à haute énergie[8] ($W \simeq 100$ GeV); résultats confirmés par H1 en 1993. Ces événements, attribués à des phénomènes diffractifs, apportaient une contribution de l'ordre de 8 à 10 % à la section efficace profondément inélastique DIS.

L'étude des phénomènes diffractifs n'est pas nouvelle cependant. Il y a une trentaine d'années, ces processus étaient déjà étudiés notamment dans les expériences de collisions hadron-hadron à cible fixe. La production des mésons vecteurs ($\rho$ et $\phi$) fut étudiée lors d'interactions photon-proton, électron-proton [5], et muon-proton dans les expériences CHIO [6] à FNAL, EMC [7] et NMC [8] au CERN. Les domaines cinématiques considérés sont : $0 < Q^2 < 3$ GeV$^2$, $5 < W < 16$ GeV pour CHIO et de l'ordre de $1 < Q^2 < 25$ GeV$^2$, $6 < W < 19$ GeV pour EMC et NMC. Plus récemment, la production de mésons $\rho$ fut étudiée par la collaboration E665 [9] au Tevatron de Fermilab, lors d'interactions muon-proton, dans des domaines cinématiques plus étendus : $0.15 < Q^2 < 20$ GeV$^2$ et $9.5 < W < 24$ GeV.

En résumé, ces expériences conduisirent aux conclusions suivantes :
• La section efficace $\gamma^* p \to \rho p$ présente une faible dépendance en énergie (pour $W \geq 10$ GeV).

[7] Les deux systèmes formés par les produits de l'interaction sont bien distincts, l'un émis à l'avant à très petits angles, et restant dans le tube à vide, et l'autre détecté dans le détecteur central. Les événements se caractérisent donc par l'absence d'activité dans les parties avant du détecteur.

[8] Pour cette section uniquement, nous nous conformons à la convention habituelle utilisée par les expérimentateurs en définissant $W$ comme étant l'énergie dans le centre de masse photon-proton. Dans la suite nous utiliserons $s$ à la place de $W^2$.

• Pour de petites valeurs de $|t|$ (le carré de l'impulsion transférée au proton), la section efficace différentielle décroît exponentiellement avec $|t|$ : $d\sigma/dt \propto e^{-b|t|}$. Par exemple, pour la production exclusive du $\rho$ à NMC, la pente observée est $b = 4.3 \pm 0.6 \pm 0.7$ GeV$^{-2}$ en $\langle Q^2 \rangle = 9.3$ GeV$^2$ [8].
• En tenant compte des erreurs de mesures, l'hélicité du photon semble conservée par le méson vecteur dans le canal-$s$ (SCHC), les amplitudes avec changement d'hélicité contribuent pour moins de 15% à l'amplitude totale.

Depuis lors, de nombreux progrès ont été effectués dans l'étude des processus diffractifs, autant au point de vue expérimental (où le $J/\psi$ et le $\Upsilon$ sont étudiés) que théorique. Expérimentalement, les domaines cinématiques en $Q^2$ et en énergie $W$ ont largement été étendus par H1 et ZEUS : $0 \lesssim Q^2 < 150$ GeV$^2$ et $34 < W < 144$ GeV.

Plusieurs méthodes sont utilisées pour extraire la section efficace diffractive des données profondément inélastiques. Le défi que les expérimentateurs doivent relever est de mesurer avec précision la section efficace, en contrôlant les contaminations du bruit de fond (en particulier, la contamination des événements non-diffractifs et diffractifs avec dissociation du proton) et les efficacités de la sélection.

Les principaux mésons vecteurs mesurés à HERA sont le $\rho$, $\phi$ et le $J/\psi$. On rencontre principalement deux régimes d'interaction :

• la photoproduction élastique de mésons vecteurs pour laquelle

$$Q^2 \simeq \ 0 \text{ GeV}^2,$$

• l'électroproduction élastique de mésons vecteurs dont la région cinématique en $Q^2$ s'étend des petites valeurs $0.25 < Q^2 < 0.85$ GeV$^2$ (BPC : Beam Pipe Calorimeter) à $1 < Q^2 < 30$ GeV$^2$, en rassemblant les données de H1 et ZEUS.

Les paragraphes suivants reprennent les principales caractéristiques des sections efficaces exclusives de production des mésons vecteurs mesurées par les deux collaborations (H1 [10] et ZEUS [11, 12]). Notre but, ici, n'est pas de faire une mini-revue de toutes les données expérimentales mais plutôt de donner un aperçu général des dernières mesures et comportements que nous essayerons de comprendre et de reproduire, dans la suite, avec un modèle théorique.

#### 1.2.3.1 Caractéristiques des sections efficaces de photoproduction ($Q^2 \simeq 0$ GeV$^2$).

Les régions cinématiques dans lesquelles les mesures ont été réalisées sont les suivantes :

$$\begin{aligned} &Q^2 \sim 10^{-4} \text{ GeV}^2 \\ &|t| < 0.5 \text{ GeV}^2 \\ &50 < W < 100 \text{ GeV} \end{aligned}$$

• En comparant leurs données avec les données obtenues à plus faible énergie dans les expériences sur cible fixe, les collaborations H1 et ZEUS observent une faible croissance de la section efficace du $\rho$ et du $\phi$ avec l'énergie disponible dans le centre de masse $W_{\gamma^* p}$. La figure 1.5 représente les sections efficaces de photoproduction de différents mésons vecteurs en fonction de l'énergie. En écrivant la dépendance en énergie sous la forme d'une loi en puissance :

$$\sigma \propto W^{\delta}, \tag{1.17}$$

on trouve

$$\delta_{\rho,\ \phi} \sim 0.22 \tag{1.18}$$

pour les mésons $\rho$ et $\phi$ (l'expérience ZEUS obtient la valeur $\delta_\rho = 0.16 \pm 0.06$ (stat.) $^{+0.11}_{-0.15}$ (syst.) [13]). Comme nous le verrons au chapitre 7, cette valeur est compatible, pour $t = \langle t \rangle = -0.1$ GeV$^2$, avec la théorie de Regge selon laquelle la réaction est dominée par l'échange d'un Poméron mou[9]. Le méson $J/\psi$ montre

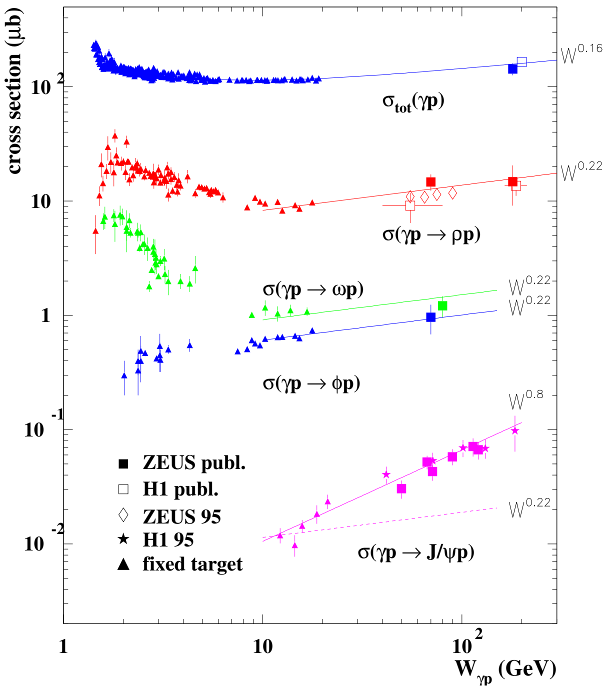



**Figure 1.5:** Dépendance en énergie des sections efficaces de photoproduction des différents mésons vecteurs mesurées à HERA. Les lignes en trait plein indiquent l'ajustement selon une loi en puissance $\sigma \propto W^{\delta}$ obtenu en utilisant les données sur cible fixe [12].

[9] Selon les modèles inspirés de la théorie de Regge, la réaction $\gamma^* p \to Vp$ est dominée par l'échange d'un Poméron mou d'intercept

$$\alpha_{I\!P}(0) = 1.08\ . \tag{1.19}$$

La section efficace dépend faiblement de l'énergie selon une loi en puissance dont l'exposant est principalement déterminé par l'intercept du Poméron :

$$\sigma \propto W^{4(\alpha_{I\!P}(t)-1)}$$
$$\text{avec} \quad \alpha_{I\!P}(t) = \alpha_{I\!P}(0) + \alpha'_{I\!P} t \ \text{ et } \alpha'_{I\!P} = 0.25\ \text{GeV}^{-2}$$

par contre une dépendance plus forte vis-à-vis de l'énergie (fig. 1.5) :

$$\delta_{J/\psi} \simeq 0.8, \tag{1.20}$$

que ne peuvent expliquer les modèles inspirés de la théorie de Regge.

• La section efficace différentielle décroît avec la variable $|t|$ et est relativement bien décrite par une loi exponentielle (voir fig. 1.6) :

$$\frac{d\sigma^{\gamma p}}{dt} \propto e^{-b|t|} \tag{1.21}$$

En mesurant le paramètre de pente $b$ des différents mésons, on constate que celui-ci est beaucoup plus petit dans le cas du méson $J/\psi$ que pour les mésons $\rho$ ou $\phi$ dans le domaine $\langle W \rangle = 70$ GeV. On mesure

$$b_\rho = 9.8 \pm 0.8(stat.) \pm 1.1(syst.)\ \mathrm{GeV}^{-2} \quad [14], \tag{1.22}$$
$$b_\phi = 7.3 \pm 1.0(stat.) \pm 0.8(syst.)\ \mathrm{GeV}^{-2} \quad [15], \tag{1.23}$$

alors que

$$b_{J/\psi} = 4.6 \pm 0.4^{+0.4}_{-0.6}\ \mathrm{GeV}^{-2} \quad [16]. \tag{1.24}$$

Nous verrons par la suite au chapitre 5, qu'il est également possible de faire passer une courbe (non rectiligne) par ces points. L'ajustement suivant a d'ailleurs été utilisé par la collaboration de ZEUS [12, 13] pour la production élastique du méson $\rho$ :

$$\frac{d\sigma^{\gamma p}}{dt} \propto e^{-b_\rho|t|+c_\rho t^2}. \tag{1.25}$$

Ce faisant, ils ont obtenu :

$$\begin{aligned} b_\rho &= 10.9 \pm 0.3(stat.)^{+1.0}_{-0.5}(syst.)\ \mathrm{GeV}^{-2}, \\ c_\rho &= 2.7 \pm 0.9(stat.)^{+1.9}_{-1.7}(syst.)\ \mathrm{GeV}^{-4}. \end{aligned}$$

#### 1.2.3.2 Caractéristiques des sections efficaces en électroproduction.

Les sections efficaces de production des mésons $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$ sont mesurées pour différentes valeurs de l'énergie et de $Q^2$. En rassemblant les expériences de H1 [10] et ZEUS [11, 12], le domaine cinématique en $Q^2$ est à présent plus vaste :

$$\begin{aligned} &0.25 < Q^2 < 0.85\ \mathrm{GeV}^2, \\ &20 < W < 90\ \mathrm{GeV}, \end{aligned}$$

et,

$$\begin{aligned} &1 < Q^2 < 30\ \mathrm{GeV}^2, \\ &34 < W < 144\ \mathrm{GeV}, \\ &|t| < 0.5\ \mathrm{GeV}^2. \end{aligned}$$

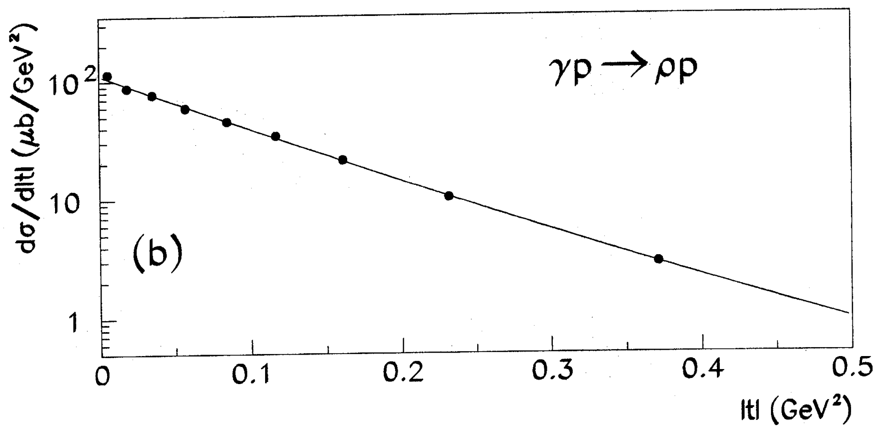



**Figure 1.6:** Dépendance de la section efficace différentielle du méson $\rho$ en fonction de la variable $t$. La ligne en trait plein indique le fit exponentiel [13]. Seules les erreurs statistiques sont prises en compte, les barres d'erreurs sont plus petites que la taille du point (symbol) .

• **Dépendance en énergie**

- A petit $Q^2$ ($\langle Q^2 \rangle = 0.48\,\text{GeV}^2$), ZEUS observe toujours une faible dépendance des sections efficaces de production des mésons $\rho$ et$\phi$ vis-à-vis de l'énergie. Un ajustement de cette dépendance selon une loi en puissance conduit à :

$$\sigma_{\rho,\phi}^{\gamma^* p} \propto W^{\delta} \quad \text{avec} \quad \delta \sim 0.16$$

Plus précisément : $\delta_\rho = 0.18 \pm 0.05$ (stat.) $\pm 0.13$ (syst.) en $Q^2 = 0.47$ GeV$^2$ (BPC) [12], valeur à nouveau compatible avec la théorie de Regge.

- Toutefois, lorsque $Q^2$ augmente, le paramètre $\delta$, présenté dans la table ci-dessous[10] pour différentes valeurs de $Q^2$, semble augmenter et atteindre, pour $Q^2 \gtrsim 20$ GeV$^2$, des valeurs compatibles avec celles mesurées pour la photoproduction de mésons $J/\psi$. Les mesures comportent, cependant, de larges erreurs; une statistique plus élevée est nécessaire pour éclaircir ce comportement.

| $\rho$ [3] | | | $\phi$ [12] | |
|---|---|---|---|---|
| $\langle Q^2 \rangle$ GeV$^2$ | $\delta$ | $\chi^2$/n.d.l | $\langle Q^2 \rangle$ GeV$^2$ | $\delta$ |
| 3.09 | $0.45 \pm 0.17$ | 1.37 | 3.5 | $0.26 \pm 0.12 \pm 0.09$ |
| 4.80 | $0.33 \pm 0.17$ | 0.45 | | |
| 7.15 | $0.44 \pm 0.23$ | 1.84 | 8.2 | $0.67 \pm 0.19 \pm 0.15$ |
| 10.9 | $0.75 \pm 0.23$ | 1.58 | | |
| 19.7 | $0.87 \pm 0.44$ | 0.59 | | |

Les figures 1.7 (a) et (b) présentent les mesures des sections efficaces de production des mésons $\rho$ et $\phi$ en fonction de l'énergie pour différentes valeurs de $Q^2$ ainsi que les ajustements décrits dans le tableau ci-dessus.

[10] Pour le méson $\rho$, les erreurs statistiques et systématiques sont additionnées quadratiquement. Pour le méson $\phi$, elles sont explicitement indiquées.

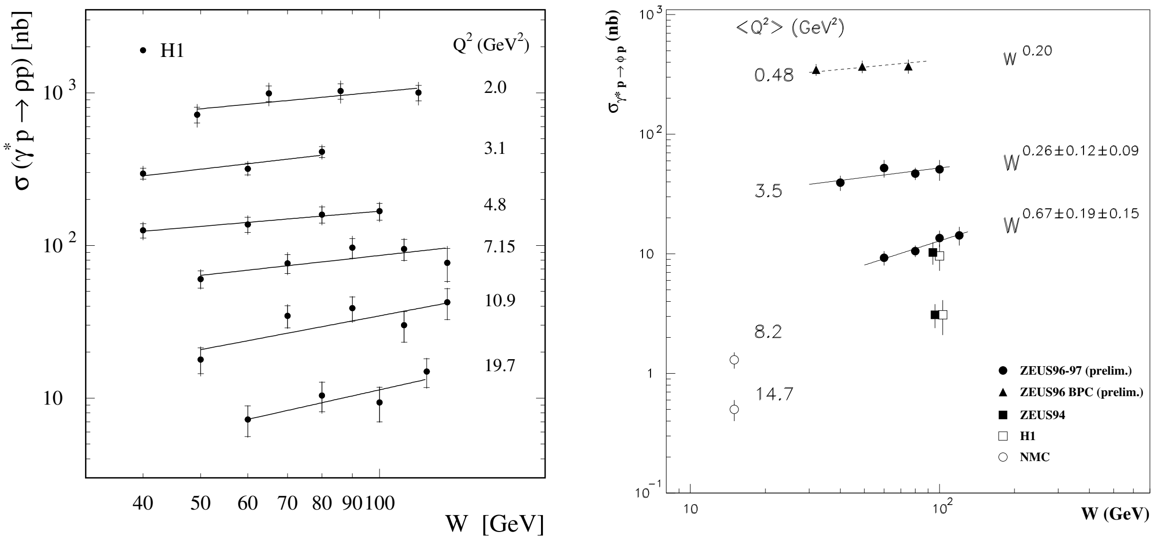



**Figure 1.7:** Evolution de $\sigma_{\gamma^* p \to Vp}$ ($V \equiv \rho,\ \phi$) en fonction de l'énergie pour différentes valeurs de $Q^2$. Les lignes en trait plein indiquent le résultat d'un ajustement selon une loi en puissance : $\sigma \propto W^\delta$ [3, 12].

- En ce qui concerne le $J/\psi$, la dépendance en énergie observée pour la section efficace en électroproduction est semblable à celle obtenue en photoproduction, c'est-à-dire une croissance rapide de la section efficace avec l'énergie (fig. 1.8). Les données de H1 [18] paramétrisées sous la forme $\sigma \propto W^\delta$, conduisent à

$$\begin{aligned} \delta &= 0.84 \pm 0.2 \quad \text{pour } Q^2 = 3.5 \text{ GeV}^2, \\ \delta &= 1.3 \pm 0.4 \quad \text{pour } Q^2 = 10.1 \text{ GeV}^2. \end{aligned}$$

**• Dépendance vis-à-vis de $Q^2$.**

La dépendance en $Q^2$ de la section efficace $\gamma^* p$ de production *quasi*-élastique des mésons $\rho$ et $J/\psi$ est présentée sur les figures 1.9 (a) et (b). Cette dépendance s'exprime relativement bien en utilisant la paramétrisation suivante (indiquée par un trait plein sur les figures) :

$$\sigma_{\gamma^* p \to Vp}(Q^2) \propto \frac{1}{(Q^2 + m_V^2)^n} \tag{1.26}$$

Cette paramétrisation, ajustée aux données de H1 (95-96), conduit aux valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} n_\rho &= 2.24 \pm 0.09 \text{ [3]}, \\ n_{J/\psi} &= 2.38 \pm 0.11 \text{ [18]}. \end{aligned}$$

Sur l'ensemble du domaine $1 \leq Q^2 \leq 35$ GeV$^2$, la qualité de ces ajustements est bonne; pour information, dans le cas du méson $\rho$ : $\chi^2/ndl = 13.3/20$.

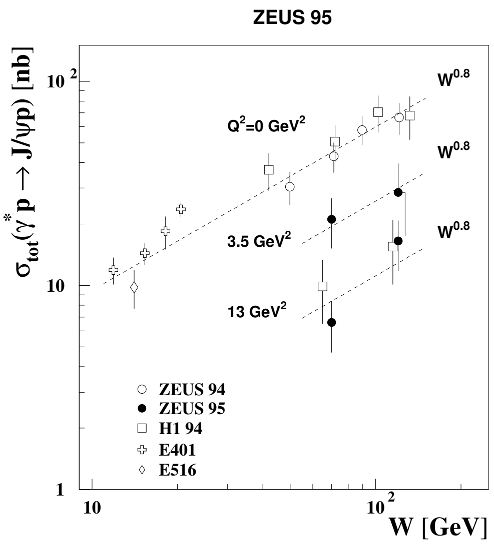



**Figure 1.8:** Section efficace de production *quasi*-élastique du méson $J/\psi$ en fonction de l'énergie pour différentes valeurs de $Q^2$, mesurée à HERA. Un ajustement selon une loi en puissance de l'énergie conduit à $\delta \sim 0.8$ quel que soit $Q^2$ [17].

Pour le $\phi$, si on paramétrise la section efficace de production élastique selon

$$\sigma_\phi = (Q^2)^{-n}, \tag{1.27}$$

dans la région $Q^2 > 5$ GeV$^2$, on trouve $n_\phi = 2.18 \pm 0.10(stat.) \pm 0.15(syst.)$ [19]. Récemment, Barbara Clerbaux (H1) [20] a obtenu la valeur $n = 2.8 \pm 0.1$ en paramétrisant la section efficace transverse de production élastique du méson $\phi$ sous une forme analogue à l'équation (1.26).

**• Rapport des sections efficaces de production élastique des différents mésons vecteurs.**

Les sections efficaces de production des mésons $J/\psi$ et $\phi$ sont également mesurées par rapport à celle du méson $\rho$. L'évolution de ces rapports avec $Q^2$ est représentée sur les figures 1.10 (a) et (b). Ces rapports croissent lorsque $Q^2$ augmente.

**• Comportement de la section efficace différentielle** $d\sigma/dt$.

Les sections efficaces différentielles de production de mésons vecteurs sont également mesurées. Comme pour la photoproduction, les données indiquent une décroissance des sections efficaces différentielles *quasi*-élastiques $\frac{d\sigma}{dt}$ avec la variable $t$ (fig. 1.11), qui à nouveau s'exprime relativement bien par une exponentielle décroissante :

$$\frac{d\sigma^{\gamma^* p}}{dt} \propto e^{-b|t|} \tag{1.28}$$

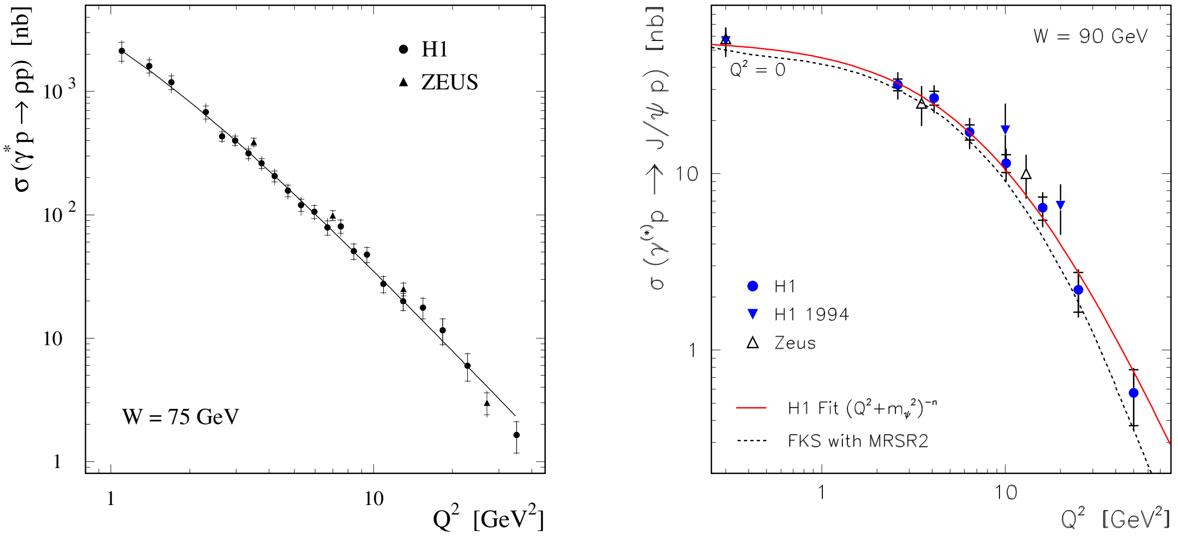



**Figure 1.9:** Evolution de la section efficace des mésons $\rho$ [3] et $J/\psi$ [18] en fonction de $Q^2$. La ligne en trait plein indique le résultat de l'ajustement annoncé dans le texte $\sigma \propto 1/(Q^2 + m_V^2)^n$.

Le paramètre exponentiel $b$ est mesuré et analysé pour différentes valeurs de l'énergie et de $Q^2$.

- Comme on peut le voir sur la figure 1.11(a), représentant la dépendance du paramètre de pente élastique $b$ du méson $\rho$ en fonction de $Q^2$, les mesures actuelles indiquent une décroissance de $b$ lorsque $Q^2$ augmente [3].

- Pour le méson $\phi$ (fig. 1.11 (b)), ZEUS mesure $b = 6.1 \pm 0.3(stat.) \pm 0.9(syst.)$ GeV$^{-2}$, dans les régions cinématiques $3 < Q^2 < 20$ GeV$^2$, $50 < W < 120$ GeV et $|t| < 0.6$ GeV$^2$ [21].

- Pour le $J/\psi$, le paramètre de pente élastique mesuré pour les valeurs moyennes $\langle W \rangle = 96$ GeV et $\langle Q^2 \rangle = 8$ GeV$^2$ est :
$$b = 4.1 \pm 0.3 \text{ (stat.) } \pm 0.4 \text{ (Syst.) GeV}^{-2}. \text{ [18]}$$
Avec la statistique actuelle, les données obtenues pour ce paramètre $b_{J/\psi}$ ne semblent pas dépendre de l'énergie $W$ (voir tableau ci-dessous) [18]; elles indiquent néanmoins une décroissance possible de $b$ avec $Q^2$.

<table>
<tr><td colspan="2">$40 < W < 160$ GeV</td></tr>
<tr><td>$2 < Q^2 < 8$ GeV$^2$</td><td>$8 < Q^2 < 80$ GeV$^2$</td></tr>
<tr><td>$b = 4.4 \pm 0.4 \pm 0.4$ GeV$^{-2}$</td><td>$b = 2.5 \pm 0.6 \pm 0.6$ GeV$^{-2}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$2 < Q^2 < 80$ GeV$^2$</td></tr>
<tr><td>$40 < W < 100$ GeV</td><td>$100 < W < 160$ GeV</td></tr>
<tr><td>$b = 4.0 \pm 0.4 \pm 0.4$ GeV$^{-2}$</td><td>$b = 4.1 \pm 0.5 \pm 0.5$ GeV$^{-2}$</td></tr>
</table>

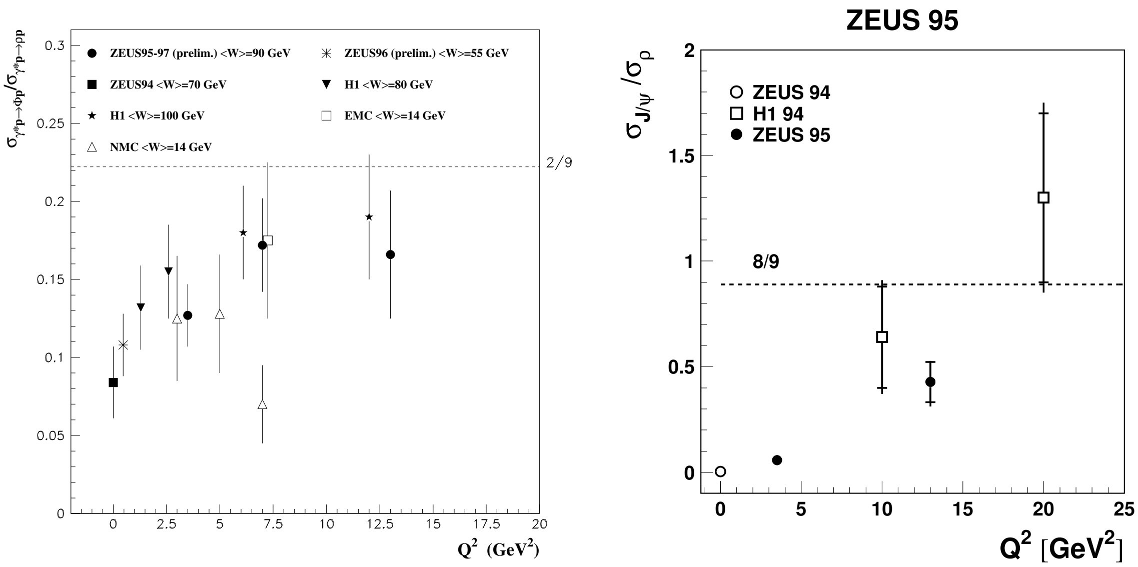



**Figure 1.10:** Rapport des sections efficaces de production élastique des mésons $\phi$ [16] et $J/\psi$ [17] par rapport à celle du méson $\rho$ en fonction de $Q^2$.

Ces résultats sont à nouveau comparables avec ceux obtenus en photoproduction pour un même domaine en énergie.

• **Analyse du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse.**

Ce rapport est principalement étudié dans le cas du méson vecteur $\rho$. La dépendance vis-à-vis de $Q^2$ de ce rapport est reprise à la figure 1.12. Ce rapport croît tout d'abord avec $Q^2$ (pour de petites valeurs de $Q^2$), toutefois lorsque $Q^2$ augmente, la dépendance s'affaiblit et semble tendre vers une “constante” aux environs de $R = \sigma_L/\sigma_T = 3$ pour de plus grandes valeurs de $Q^2$ : $Q^2 = 20$ GeV$^2$.

• **Analyse de la polarisation du photon et de celle du méson vecteur.**

Une analyse approfondie de la distribution angulaire de désintégration permet d'accéder à la mesure de 15 paramètres liés aux éléments de la matrice de densité de spin des mésons $\rho$ et $\phi$, et de mettre ainsi en évidence une faible, mais non négligeable, violation de l'hypothèse de conservation de l'hélicité entre le méson vecteur et le photon. En effet, comme nous le verrons dans le chapitre 6, l'amplitude qui résulte de la production d'un méson vecteur longitudinal par un photon transverse est de l'ordre de $8 \pm 3\%$ par rapport aux amplitudes qui conservent l'hélicité entre le méson vecteur et le photon (qui restent malgré tout dominantes dans la région des $Q^2$ étudiée à HERA).

Comprendre et reproduire ce grand nombre de données expérimentales de production élastique de mésons vecteurs ($\rho$, $\phi$, $J/\psi$) est à présent le défi que doivent relever les théoriciens.

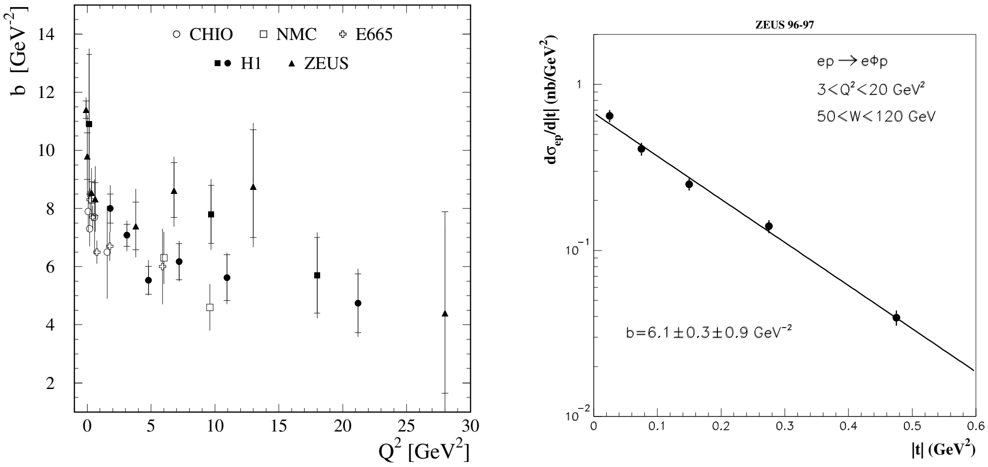



**Figure 1.11:** (a) Représentation du paramètre de pente $b_\rho$ de production élastique du méson $\rho$ [3] pour différentes valeurs de $Q^2$; (b) Distribution de la section efficace différentielle du méson $\phi$ [21]. La ligne en trait plein indique l'ajustement exponentiel énoncé dans le texte.

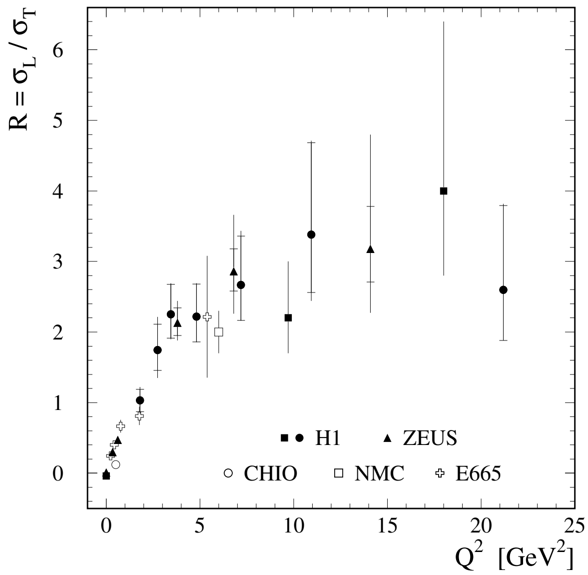



**Figure 1.12:** Rapport des sections efficaces longitudinale et transverse pour la production élastique de mésons $\rho$ en fonction de $Q^2$ mesuré par la collaboration H1 [3].

# Chapitre 2

# Modèles théoriques de production diffractive de mésons vecteurs.

Trois grandes classes de modèles théoriques ont jusqu'à présent été largement utilisées pour décrire les processus diffractifs ou, plus particulièrement dans le cas qui nous concerne, la production exclusive de mésons vecteurs :

• les modèles directement inspirés de la théorie de Regge, dont l'objectif est la détermination du comportement asymptotique (vis-à-vis de l'énergie) des amplitudes de réaction. A grande énergie, les processus diffractifs sont générés par l'échange d'un objet, appelé Poméron, qui porte les nombres quantiques du vide et dont la trajectoire[1] est donnée par :

$$\alpha_{I\!P} = \alpha_{I\!P}(0) + \alpha' \; t, \tag{2.2}$$

avec $\alpha_{I\!P}(0) = 1 + \epsilon$, légèrement supérieur à l'unité. La théorie de Regge paramétrise la dépendance en énergie de la section efficace élastique selon une loi en puissance dont l'exposant est déterminé par la trajectoire[2] de la particule échangée :

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto s^{2(\alpha(t)-1)} \quad ; \tag{2.3}$$

• le modèle à dominance mésovectorielle (VMD), pour lequel la section efficace avant ($t = 0$) de la réaction $\gamma p \to Vp$ est égale à une constante que multiplie

[1] Chew et Frautschi (1961,1962) ont reporté, sur un graphe, les spins $J_i$ de certaines particules (mésons) échangées lors d'une collision en fonction du carré de leur masse $m_i^2$, et ont observé que ceux-ci s'alignent sur une même ligne droite d'équation :

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t, \tag{2.1}$$

ou $J_i = \alpha(m_i^2)$, qui se prolonge également pour des valeurs de $t$ négatives (par hypothèse) et est supposée valide dans le cas du Poméron.

[2] A haute énergie, la trajectoire du Poméron domine celle des autres particules éventuellement échangées.

la section efficace de la réaction $Vp \to Vp\Big|_{t=0}$. Nous ne nous étendrons pas sur ce modèle qui utilise des bases différentes de celles que nous allons développer dans la suite. Une description plus détaillée peut être obtenue en lisant les références [22, 23, 24].

• Enfin, plusieurs modèles sont arrivés à appliquer directement la chromodynamique quantique (QCD). Dans la section ci-dessous, nous rappelons quelques grandes étapes du développement de ces derniers.

## 2.1 Historique.

Nous commençons donc notre historique avec Donnachie et Landshoff [25] qui, pour expliquer les données de production exclusive du $\rho$ à EMC, proposent un modèle basé sur une analogie Poméron-photon. Lorsque le photon incident est fortement hors-couche ($q^2 = -Q^2 \ll 0$), l'impulsion de Fermi peut être négligée au niveau de la boucle de quarks mésoniques. Le méson vecteur est décrit par

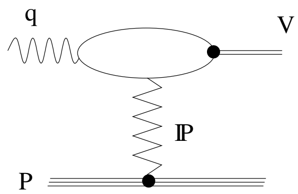



**Figure 2.1:** Diagramme dominant à grand $Q^2$ pour la réaction $\gamma^* p \to \rho p$ via l'échange d'un Poméron [25].

une fonction d'onde non-relativiste, c'est-à-dire qu'il interagit via ses deux quarks constituants, ces derniers emportant chacun la moitié de l'impulsion du $\rho$ : $q_\rho = \bar{q}_\rho = V_\rho/2$ et possèdant la même masse $m_\rho/2$. Cette hypothèse est valable lorsque $Q^2$ est suffisamment élevé de sorte que la longueur d'onde de la sonde (photon) est plus petite que la taille du méson. Le vertex $q\bar{q} \to \rho$ est par ailleurs normalisé par une constante déterminée à partir de la désintégration $\rho^0 \to e^+e^-$ [26]. La fonction de vertex devient alors :

$$U(V) \;=\; g\ (\gamma . V + m_V) \tag{2.4}$$

$$\text{avec} \qquad g = \sqrt{\frac{3\Gamma^\rho_{ee}\ m_\rho}{64\pi\ \alpha^2_{elm}}} = \sqrt{\frac{f_\rho\ m_\rho}{24}} \tag{2.5}$$

où $V$, $m_\rho$ et $\Gamma^\rho_{ee}$ désignent respectivement la quadri-impulsion, la masse et la largeur de désintégration du méson vecteur $\rho$ tandis que $\alpha_{elm} = 1/137$. La mesure expérimentale de $\Gamma^\rho_{ee}$ fournit $f_{\rho^0} = 30 \pm 4$ MeV [26]. Le diagramme dominant de la réaction est montré à la figure 2.1. Quant à la structure du nucléon, elle entre sous l'apparence du facteur de forme de Dirac $F_1(t)$, $t$ étant l'impulsion portée par le Poméron. Ce modèle ne possède pas de paramètre libre. La section efficace $\sigma_{\gamma^* p \to \rho p}(Q^2)$ calculée est en accord avec les données de EMC [7] et CHIO [6] (fig. 2.2), mais le paramètre de pente de la section efficace différentielle - $b$ -

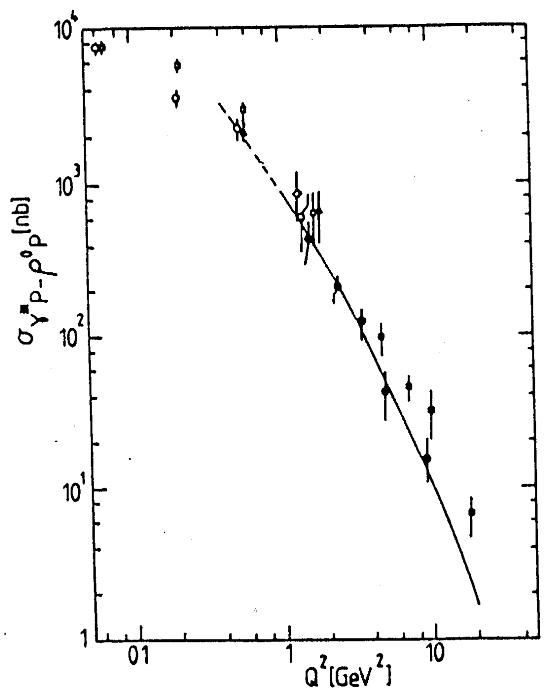



**Figure 2.2:** Résultats des calculs de Donnachie et Landshoff [25] en comparaison avec les données de EMC [7] et CHIO [6] pour $\gamma^* p \to \rho p$.

mesuré à EMC reste inexpliqué.

Depuis lors en suivant [27], Donnachie et Landshoff [28] ont obtenu des résultats équivalents pour la section efficace transverse de production élastique des mésons $\rho$, en modélisant le Poméron par l'échange de deux gluons, amenant ainsi une connexion avec la Chromodynamique quantique[3]. Le processus étudié est illustré à la figure 2.3.

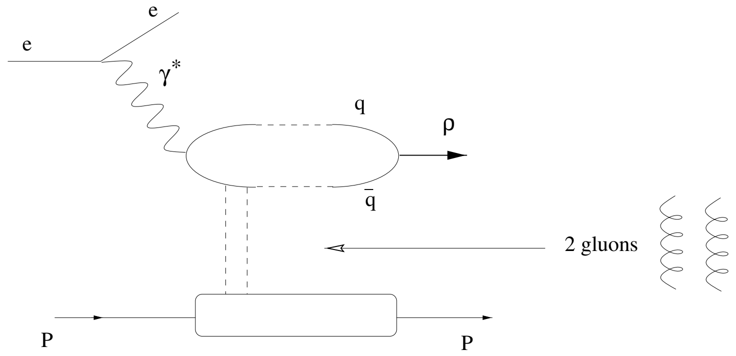



**Figure 2.3:** Processus diffractif de production exclusive d'un méson $V = \rho$.

[3]Landshoff et Nachtmann [27] ont introduit cette connexion avec la QCD lorsqu'ils ont réussi à modéliser, pour $t = 0$, le Poméron par l'échange de deux gluons. Par la suite, Donnachie et Landshoff ont montré que la trajectoire du Poméron pouvait également être obtenue pour $t$ différent de zéro, en utilisant ce même échange de deux gluons.

La section efficace différentielle est donnée par :

$$\frac{d\sigma_{\lambda\lambda'}}{dt} = \frac{1}{16\pi s^2}|\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2 \tag{2.6}$$

où $\lambda$ et $\lambda'$ désignent respectivement la polarisation du photon virtuel et celle du méson vecteur dans l'état final. $\mathcal{M}$ représente l'amplitude invariante. Ici encore, le méson vecteur est traité de façon non relativiste et l'hypothèse émise par Donnachie et Landshoff [25] pour faire intervenir la structure du nucléon est conservée.

La production diffractive de mésons vecteurs présente un avantage certain puisqu'elle contient, par définition, trois échelles : la masse du méson vecteur $m_V$, la virtualité du photon $Q^2 = -q^2$ et le carré $t$ de l'impulsion transférée au proton, en plus de l'énergie du centre de masse. Si l'une de ces échelles possède une valeur élevée, la théorie des perturbations est en principe applicable et devrait permettre des calculs "ab initio".

La plupart des processus diffractifs sont bien décrits par la QCD perturbative (pQCD); toutefois lorsque l'impulsion des gluons (ou l'impulsion transférée au proton) devient petite, des divergences peuvent apparaître. Pour éviter ce problème, les propagateurs des gluons sont souvent décrits de façon non perturbative.

Dans son modèle [29], J.R. Cudell étend les calculs pQCD aux petites valeurs de l'impulsion transférée. Lorsque l'impulsion des gluons $k$ est élevée, le propagateur est introduit sous la forme perturbative habituelle[4] : $1/k^2$. Lorsque $k^2$ est petit, le propagateur des gluons est défini comme suit :

$$\alpha_n\ D(k^2) \propto exp(\frac{k^2}{\mu_0^2}) \tag{2.7}$$

avec $\mu_0 = 1.1$ GeV et où $\alpha_n$ représente la force du couplage non perturbatif, indépendamment de $k^2$. Le propagateur des gluons est donc modifié lorsqu'on se déplace vers les petites valeurs de $k^2$.

A l'ordre dominant de la QCD perturbative, l'amplitude de la réaction $\gamma^* p \to \rho p$ est décrite[5] par la somme des deux diagrammes[6] représentés à la figure 2.4. Les notations standards suivantes sont utilisées :

$$Q^2 = -q^2,\ t = (P - P')^2 = \Delta^2,\ V^2 = m_V^2,\ s = (P + q)^2$$

où $q$, $P$, $P'$ et $V$ désignent respectivement la quadri-impulsion du photon, du proton incident, du proton sortant et du méson vecteur ($\rho$ dans ce cas), $t$ est le

[4] Forme qui sera explicitement introduite par Ryskin [30] comme nous le verrons un peu plus loin.

[5] Approximation de Born

[6] La contribution apportée par les deux diagrammes issus de l'inversion du sens du courant dans la boucle $\gamma^* \to V$ est identique à celle calculée pour les deux diagrammes de la figure 2.4 (voir chapitre 3).

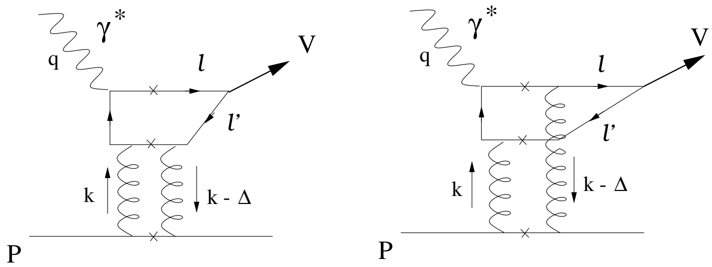



**Figure 2.4:** Les diagrammes de Feynman pour la production élastique d'un méson vecteur ($\rho$, $\phi$, $J/\psi$, ...).

carré de l'impulsion transférée au proton et $s$ l'énergie dans le centre de masse $\gamma^* P$.

Dans la limite des grandes valeurs de l'énergie $s = (P+q)^2 \gg m_\rho^2$, l'approximation de Born conduit à l'annulation de la partie réelle de l'amplitude. La partie imaginaire de celle-ci est alors obtenue par calcul de la discontinuité (voir annexe C) indiquée par les croix sur le diagramme de la figure 2.4.

La dépendance vis-à-vis de l'énergie est introduite en utilisant l'analogie avec l'échange d'un Poméron et la théorie de Regge c'est-à-dire en multipliant l'amplitude par un facteur :

$$Z = \left(\frac{s}{s_0}\right)^{0.08+\alpha' t} \tag{2.8}$$

où $s_0 \approx 1/\alpha'$. La principale inconnue du système vient de la constante de couplage $\alpha_S$ des gluons et de l'échelle qui la détermine.

Ce modèle permet de calculer les sections efficaces transverse et longitudinale de production exclusive de mésons $\rho$ et met essentiellement en évidence l'importance du bruit de fond dû à la contribution d'événements avec dissociation du proton dans les mesures relevées à EMC. On se rendra compte néanmoins par la suite, que l'invariance de jauge n'est pas conservée.

Une autre étape importante de la transition à la Chromodynamique quantique perturbative (pQCD) fut faite par M.G. Ryskin [30] lorsqu'il a étudié l'électroproduction diffractive du $J/\psi$ aux énergies rencontrées à HERA. Ce faisant, il a observé que la dépendance en énergie de la section efficace $\gamma^* p \to J/\psi p$ provient, à grand $Q^2$ et pour $t=0$, de la distribution $xG(x, Q^2)$ des gluons dans le proton. Ce qui fut ensuite confirmé par J. Brodsky, L. Frankfurt, J.F Gunion, A.H. Mueller et M. Strikman (BFGMS) [31]. Nous présentons brièvement ces deux modèles dans le paragraphe suivant.

## 2.2 Modèles de Ryskin et BFGMS

• Ryskin considère l'électroproduction diffractive du méson $J/\psi$ via l'échange d'une échelle de gluons et calcule les contributions perturbatives dominantes d'ordre $\alpha_S(Q^2)$ à la section efficace $\sigma_{\gamma^* p}(t=0)$.

L'amplitude $\mathcal{M}(\gamma^* p \to J/\psi p)$ dominante à grande énergie $s_{\gamma^* p}$ peut être décrite par la somme des deux diagrammes représentés à la figure 2.4.
En additionnant la contribution de ces deux-ci et en prenant en considération le fait que les gluons ($k$ et $k-\Delta$) peuvent se coupler soit au quark $l$ soit à l'antiquark $l'$, on obtient une amplitude purement imaginaire déterminée en $t = \Delta^2 = 0$ par[7] :

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}(t=0) \quad &= \quad \frac{32\ i\ \pi\alpha_s^2}{3}\ g\ e_c\ m_{J/\Psi}\ s \int \Phi(k)\frac{dk^2}{k^4} \\
&\times \quad \{\ [\frac{1}{(q-k)^2 - m^2} - \frac{1}{(q-l+k)^2 - m^2}] \\
&\times \quad [s g_{\mu\nu} - 2q_\mu p_\nu - 2p_\mu q_\nu^J] \\
&\quad -\frac{8}{s}\frac{p_\mu p_\nu (qk)}{[(q-l+k)^2 - m^2]}\ \}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

où $e_c = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{4\pi}{137}}$ désigne la charge électrique du quark charmé et $\alpha_S$ la constante de couplage de QCD (dans ses calculs, Ryskin utilise la valeur fixe $\alpha_S = 0.25$). La constante $g$ est déterminée, comme précédemment, par la largeur de désintégration du méson $J/\Psi$ en $e^+e^-$ :

$$g^2 = \frac{3\Gamma_{ee}^{J/\psi}\ m_{J/\psi}}{64\pi\ \alpha_{elm}^2} \tag{2.11}$$

et $\Phi(k)$ décrit l'émission de la paire de gluons par le proton.

La dépendance en $t$ de l'amplitude ainsi que les corrélations entre les deux gluons dans le proton sont introduites dans l'amplitude sous la forme d'un facteur $F_N^{2G}(t)$ tel que $F_N^{2G}(t=0) = 1$. En première approximation, on peut supposer que ce facteur est le facteur de forme électromagnétique, mais en principe, cette nouvelle fonction doit être déterminée expérimentalement.

La contribution de Ryskin à tous ces modèles qui utilisent la QCD perturbative est l'introduction de la fonction de distribution des gluons $xG(x, Q^2)$. En effectuant ses calculs et en ne conservant que les termes logarithmiques dominants, il a constaté que l'intégrale sur l'impulsion des gluons $k^2$, dans l'équation (2.10), correspondait[8] à la fonction de distribution des gluons.
Ce modèle de production élastique d'un méson $J/\psi$ en $t = 0$ prédit :

1. la conservation de l'hélicité du photon, dans le canal-$s$; un photon longitudinal (d'hélicité $\lambda = 0$) produit uniquement un méson $J/\psi$ longitudinal.

[7] En se plaçant dans la région $Q^2/\Lambda_{QCD}^2 \gg 1$, $Q^2/m_V^2 \gg 1$, on peut en principe utiliser la pQCD (Chromodynamique quantique perturbative) et définir les propagateurs des gluons sous la forme :

$$D(k^2) = \frac{1}{k^2} \tag{2.9}$$

$k$ désignant la quadri-impulsion des gluons.

[8] En sommant toutes les contributions logarithmiques dominantes des diagrammes issus de l'émission d'un nombre arbitraire de partons supplémentaires par les deux gluons.

En particulier :

$$\mathcal{M}_{0,0} = \mathcal{M}_{1,1}\frac{\sqrt{|q^2|}}{m_{J/\psi}} \tag{2.12}$$

Lorsque $t \neq 0$, un méson $J/\psi$ longitudinal peut être produit par un photon transverse :

$$\mathcal{M}_{\pm1,0} = \mathcal{M}_{1,1}\frac{\sqrt{-t}}{2m_{J/\psi}} \tag{2.13}$$

Cette amplitude reste cependant petite comparée à $\mathcal{M}_{1,1}$ et peut être négligée.

2. la domination de la section efficace longitudinale $\sigma_L \gg \sigma_T$ lorsque la virtualité du photon augmente.

Ce modèle ne décrit que la production du méson $J/\psi$ et ne reproduit malheureusement pas toutes les données collectées à HERA (notamment le rapport $R = \sigma_L/\sigma_T$, ...).

• Brodsky et ses collaborateurs (BFGMS) reformulent l'analyse de Ryskin en termes de fonctions d'onde pour la section efficace longitudinale uniquement et étendent le modèle aux autres mésons vecteurs, y compris les plus légers ($\rho^0$, $\omega$, $\phi$, $J/\psi$, $\Upsilon$).

A grand $Q^2$ et pour une énergie élevée dans le centre de masse $\gamma^* p$, l'amplitude longitudinale $\mathcal{M}$ est écrite comme le produit des trois facteurs suivants : (i) la fonction d'onde qui donne l'amplitude du photon virtuel se cassant en une paire quark-antiquark $\psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}$; (ii) l'amplitude de diffusion de cette paire sur la cible $T_{\lambda_1\lambda_2}$; et (iii) la fonction d'onde qui donne l'amplitude pour laquelle la paire quark-antiquark diffusée (de saveur $f$) devient un méson vecteur $\psi^{V*}_{\lambda_1\lambda_2}$.

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_f &= \sqrt{N_c}\sum_{\lambda_1,\lambda_2}\int\frac{d^2k_\perp d^2k'_\perp}{(16\pi^3)^2}\int_0^1 dz\int_0^1 dz' \\ &\times\ \psi^{V*}_{\lambda_1\lambda_2}(k'_\perp, z')\ T_{\lambda_1\lambda_2}(k'_\perp, z'; k_\perp, z)\ \psi^{\gamma}_{\lambda_1\lambda_2}(k_\perp, z) \end{aligned} \tag{2.14}$$

où $\lambda_1$ et $\lambda_2$ désignent les hélicités de la paire quark-antiquark conservées lors de l'interaction avec la cible. Les fonctions d'onde $\psi^V$ et $\psi^\gamma$ sont définies sur le cône de lumière [32]; $\sqrt{N_c}$ est le facteur de couleur $q\bar{q} \to V$.

BFGMS apportent la preuve, pour un méson vecteur longitudinal, que l'amplitude d'interaction $T_{\lambda_1\lambda_2}$ peut être exprimée en fonction de la distribution de gluons $xG(x, Q^2)$ dans le proton, si on ne conserve que les logarithmes dominants[9] en ln $1/x$ et ln $Q^2/\Lambda^2$. Cette confirmation s'obtient en remplaçant le méson vecteur dans l'état final par un photon virtuel identique au photon incident.

[9] Aux ordres suivants, le processus a la structure

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\alpha_S^n(\log Q^2)^{n-m},$$

$m = 1$ déterminant les logarithmes dominants.

La partie imaginaire de l'amplitude est calculée en utilisant à nouveau les règles de coupure (voir annexe C), et la partie réelle en utilisant les relations de dispersion. L'amplitude $\mathcal{M}_f$ (de production d'un méson vecteur par un photon longitudinal[10]) ainsi obtenue se comporte asymptotiquement comme :

$$\mathcal{M}_f \propto f_V \, \frac{xG(x,Q^2)}{Q^3} \tag{2.15}$$

et conduit à l'expression suivante pour la section efficace différentielle longitudinale lorsque $Q^2 \to \infty$ :

$$\frac{d\sigma}{dt}_{t=0}(\gamma^* p \to Vp) \propto f_V^2 \; \alpha_S(Q) \; \frac{[xG(x,Q^2)]^2}{Q^6} \tag{2.16}$$

où $f_V$ provient de la fonction d'onde du méson vecteur considéré.

Les principales incertitudes de ce modèle viennent de la paramétrisation et des échelles choisies pour définir le produit $\alpha_S[xG(x,Q^2)]$ sans avoir calculé les ordres supérieurs. En tenant compte des erreurs possibles, BFGMS peuvent uniquement déterminer une bande de prédiction, relativement large, pour la section efficace différentielle.

Bien que la théorie perturbative (pQCD) soit légitimement utilisée pour calculer la section efficace de production d'un méson vecteur par un photon longitudinal, Brodsky et ses collaborateurs s'attendent à ce que la région non perturbative influence de façon non négligeable le calcul de la section efficace de production par un photon transverse. En conséquence, celle-ci devrait se comporter en $\frac{1}{Q^8}$ entraînant un rapport :

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \propto Q^2 \qquad \forall Q^2 \tag{2.17}$$

en désaccord, comme on le sait maintenant, avec les données expérimentales de HERA. Nemchik et al. [33] ont étudié le comportement de la section efficace transverse.

## 2.3 Réflexions et commentaires.

Une caractéristique intéressante des prédictions de la chromodynamique quantique (et en particulier des modèles de Ryskin et BFGMS) pour la production de mésons vecteurs à grand $Q^2$, est l'*universalité* de la dépendance en $t$ du processus. En effet, cette dernière est déterminée[11] par un facteur de forme à deux gluons indépendamment du méson vecteur considéré.

[10] Il n'y a pas de moyenne sur les états de polarisation du photon initial.

[11] A grand $Q^2$, la partie supérieure du diagramme, qui correspond à la transition $\gamma^* \to V$, se comporte comme un dipôle et dépend faiblement de $t$ aussi longtemps que $-t \ll Q^2$. Ceci implique que la dépendance en $t$ de la section efficace $\gamma^* p \to Vp$ reflète principalement celle de l'amplitude de diffusion gluon-proton.

La production diffractive de mésons vecteurs est cependant loin d'être totalement expliquée. D'une part, les modèles présentés précédemment ne portent que sur la section efficace de production de mésons par un photon longitudinal. Les détails des approximations et les composantes essentielles menant à un accord avec les données expérimentales n'y sont pas explicités. D'autre part, aucun de ces modèles ne fait référence à l'invariance de jauge nécessaire pour assurer la fiabilité du modèle. Enfin, ces derniers sont élaborés dans la limite asymptotique des grands $Q^2 \to \infty$. Or ce régime n'est pas atteint à HERA, et encore moins ailleurs.

C'est pourquoi nous avons voulu élaborer un modèle simple et explicite qui respecte l'invariance de jauge et rassemble, si pas toutes, au moins une partie des connaissances déjà acquises dans le domaine. Dans le chapitre 3, nous allons ainsi calculer les sections efficaces transverse et longitudinale de production des mésons $\rho$, $\phi$, ainsi que $J/\psi$.

Avant de passer à ce chapitre, nous présentons encore deux modèles (ou plus exactement un modèle de Martin, Ryskin et Teubner [34] et un théorème : le théorème de factorisation de J. Collins, L. Frankfurt et M. Strikman [35]), tout deux contemporains à notre travail.

## 2.4 Modèle de Martin, Ryskin et Teubner

Dans les modèles cités ci-dessus, la section efficace est le fruit de la convolution de l'amplitude de diffusion avec une fonction d'onde pour le méson vecteur. La section efficace transverse[12] ainsi calculée diminue trop fortement lorsque $Q^2$ augmente ($\sigma_T \propto 1/Q^8$). Les valeurs prédites pour le rapport

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \sim \frac{Q^2}{m^2} \tag{2.18}$$

sont alors en désaccord avec les mesures effectuées par H1 et ZEUS (chapitre 1). Dans l'équation ci-dessus, $m$ représente la masse des quarks qui forment le méson. Que cette masse soit la masse courante des quarks ($m_{u,d} \leq 7$ MeV) ou une fraction de celle du méson vecteur $m_V$, elle est toujours trop petite et malheureusement insuffisante pour diminuer le rapport $R$ qui monte beaucoup plus vite que les données lorsque $Q^2$ augmente.

Pour décrire la production exclusive d'un méson vecteur $\rho$, Martin, Ryskin et Teubner [34] proposent une approche alternative en contournant le choix d'une fonction d'onde pour le méson. Ils considèrent la production d'une paire ouverte $q\bar{q}$ ($u\bar{u}$ et $d\bar{d}$) dans un intervalle de masse contenant la masse du méson $\rho$ : $0.6\mathrm{GeV} < \mathrm{M_{q\bar{q}}} < 1.05$ GeV :

$$\gamma^* \to q\bar{q} \to X, \tag{2.19}$$

[12] C'est-à-dire la section efficace de production d'un méson vecteur par un photon polarisé de façon tranverse.

à haute énergie et pour $Q^2 \geq 5$ GeV$^2$. Dans ce domaine, les états partoniques plus compliqués ($q\bar{q}+g$, $q\bar{q}+2g$, $q\bar{q}+q\bar{q}$, ...) peuvent être négligés.

L'hypothèse de la dualité partons-hadrons permet ensuite d'obtenir la section efficace de production diffractive du méson[13] $\rho$ :

$$\sigma(\gamma^* p \to \rho p) \simeq 0.9 \sum_{u,d} \int_{(0.6\mathrm{GeV})^2}^{(1.05\mathrm{GeV})^2} \frac{d\sigma(\gamma^* p \to (q\bar{q})p)}{dM^2} dM^2 \tag{2.20}$$

L'interaction est vue de la manière suivante (voir fig. 2.5) : le photon fluctue en une paire $q\bar{q}$ et celle-ci interagit avec les protons via l'échange de deux gluons ou d'une échelle de gluons.

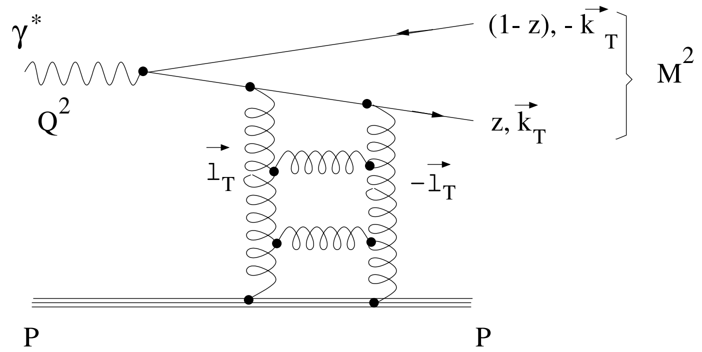



**Figure 2.5:** Production diffractive d'une paire $q\bar{q}$ pour $t = 0$. $z$ et $(1-z)$ désignent les fractions d'énergie du photon portées respectivement par le quark et l'antiquark; $\pm k_T$ représentent les impulsions transverses du quark et de l'antiquark par rapport à la direction du photon virtuel.

Les sections efficaces $\gamma^* p \to (q\bar{q})p$ sont calculées dans la direction avant ($t = 0$), en supposant la conservation de l'hélicité dans le canal-$s$ et en utilisant la masse courante $m = 0$ pour les quarks. Ils obtiennent ainsi les sections efficaces différentielles $\frac{d^2\sigma_L}{dM^2dt}$ et $\frac{d^2\sigma_T}{dM^2dt}$ en fonction d'une intégrale sur l'impulsion des quarks $k_T^2$ et sur l'impulsion $l_T^2$ des gluons échangés.

Décrit de la sorte, ce modèle ne donne aucun renseignement sur la dépendance en $t$ des sections efficaces. Afin de pouvoir comparer les prédictions avec les mesures expérimentales, les sections efficaces sont intégrées sur $t$ en supposant une dépendance exponentielle décroissante :

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto e^{-b|t|} \quad \text{avec} \quad b = 5.5 \text{ GeV}^{-2}. \tag{2.21}$$

selon la pente $b = 5.5$ GeV$^{-2}$ observée lorsque $Q^2 > 10$ GeV$^2$ [36, 37].

Dans l'approximation des logarithmes dominants[14] en $\ln K^2$, la contribution principale de l'intégrale sur l'impulsion des gluons $dl_T^2$ entraîne une section efficace

[13] Le facteur 0.9 tient compte d'une faible fraction de production du $\omega$.

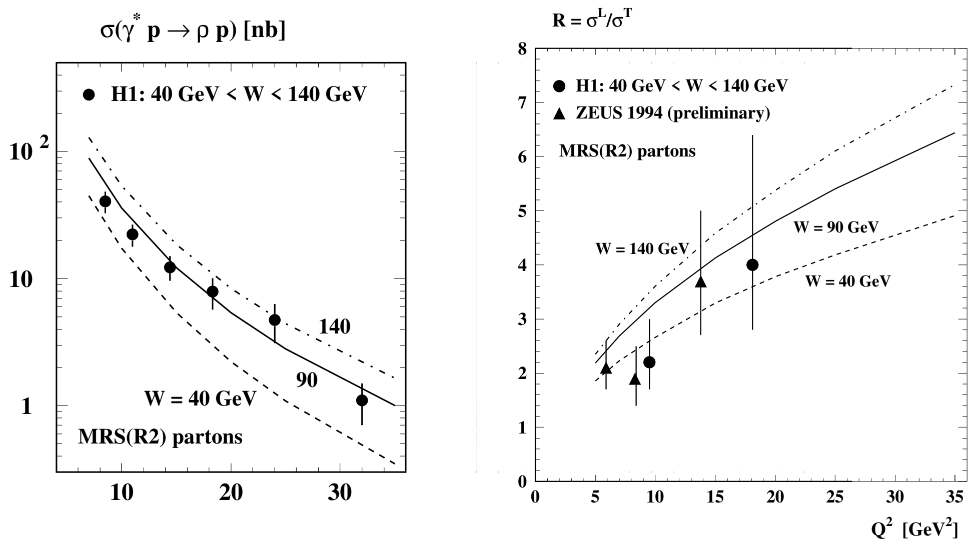
[14] Pour simplifier l'écriture, ils utilisent, par analogie avec [38], la notation :

$$K^2 = z(1-z)Q^2 + k_t^2 \tag{2.22}$$

longitudinale (transverse) proportionnelle au carré de la densité de gluons dans le proton :

$$\sigma_{L,T} \propto [\frac{\alpha_s(K^2)}{K^2}\; xG(x, K^2)]^2. \tag{2.23}$$

Ce modèle est, à nouveau, très sensible à la paramétrisation utilisée pour la densité des partons $xG(x, Q^2)$ (éq. 2.25) [34]. Par ailleurs, de grandes incertitudes planent sur la normalisation des sections efficaces. Celles-ci viennent principalement des corrections d'ordre supérieur (la normalisation est sensible au choix de l'échelle utilisée comme argument de $\alpha_S$) et du choix de l'intervalle de masse $\Delta M$ à considérer autour de la masse du méson $\rho$. Les corrections d'ordre supérieur sont importantes et estimées, par les auteurs, comme pouvant atteindre un facteur trois.




(a) (b)

**Figure 2.6:** Dépendance en $Q^2$ des prédictions QCD obtenues (a) pour la section efficace $\sigma_\rho$ comparées aux données de H1 [36]; (b) pour le rapport des sections efficaces $\sigma_L/\sigma_T$ de production de mésons $\rho$ ($\gamma^* p \to \rho p$) comparées aux mesures de H1 [36] et ZEUS [39]. Les courbes sont obtenues en utilisant la densité de partons MRS(R2) [40].

La prédiction du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse n'est pas affectée par ces incertitudes. Pour $t = 0$, l'hélicité du photon est conservée par le méson. Le rapport des sections efficaces est le suivant :

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \simeq \frac{Q^2}{M^2}(\frac{\gamma}{\gamma+1})^2 \tag{2.24}$$

où $\gamma$ est la dimension anomale du gluon, définie par :

$$\gamma(Q^2) = \frac{d\ln(xg(x, K^2))}{d\ln K^2}. \tag{2.25}$$

pour désigner l'échelle de la distribution de gluons.

La dépendance en $\gamma$ a pour effet de masquer la croissance en $Q^2$ de $\sigma_L/\sigma_T$. En utilisant MRS(R2) pour déterminer la distribution des gluons $xg(x, K^2)$, on constate que $\gamma$ décroît lorsque $x = Q^2/s$ augmente, freinant ainsi considérablement la croissance du rapport des sections efficaces lorsque $Q^2$ augmente.
Ce modèle décrit bien les phénomènes observés pour l'électroproduction diffractive du $\rho$ à HERA, y compris le comportement particulier en $Q^2$ du rapport $\sigma_L/\sigma_T$. Comme on peut le constater sur la figure 2.6, le rapport $R$ obtenu ne croît plus linéairement en $Q^2$ et reproduit assez bien les données de HERA; toutefois il ne s'applique que pour de grands $Q^2$ : $5 < Q^2 < 20$ GeV$^2$.

Avec des mesures précises du rapport $R = \sigma_L/\sigma_T$ en différents $Q^2$ et différentes valeurs de l'énergie disponible dans le centre de masse $s_{\gamma^* p}$, ce modèle offre sans doute un moyen d'étudier plus en détail la distribution de gluons $xg(x, K^2)$.

## 2.5 Théorème de factorisation

Les modèles présentés ci-dessus utilisent la factorisation pour prédire la section efficace de production élastique de mésons vecteurs par un photon polarisé de façon longitudinale. Il faudra cependant attendre 1997 pour que J. Collins, L. Frankfurt et M. Strikman [35] établissent de façon rigoureuse le théorème de factorisation dans le cas général de l'électroproduction d'un méson quelconque :

$$\gamma^*(q) + p \to V(q + \Delta) + p'(p - \Delta) \tag{2.26}$$

à grand $Q^2$ ($Q^2 \gg \Lambda^2_{QCD}$), avec $t$ et $x = Q^2/2p.q \approx Q^2/s$ fixés.

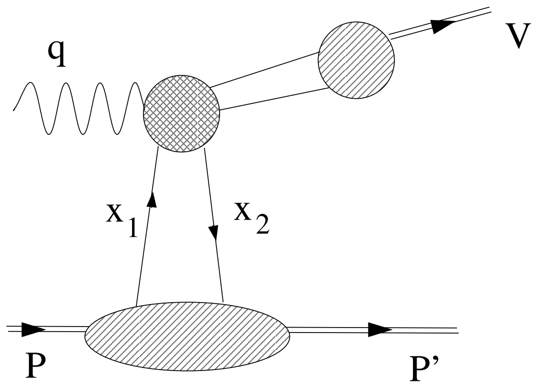



**Figure 2.7:** Théorème de factorisation.

En négligeant la masse des quarks constituants, ces derniers ont prouvé que les amplitudes de ce processus s'écrivent comme une convolution en $z$ (la fraction d'impulsion longitudinale emportée par les quarks) d'une fonction de structure non-diagonale[15] ou distribution $f_{i/p}$ des partons de type $i$ dans le proton $p$, d'une

[15] Concentrons nous sur le couplage des deux gluons au proton, sans négliger leur interaction.

amplitude de diffusion dite "dure" $H_{ij}$ et d'une fonction d'onde pour le méson vecteur $\phi_j^V(q\bar{q})$ (figure 2.7) :

$$\mathcal{M} \propto \int_0^1 dz\ f_{i/p}(x_1, x_2, t)\ \otimes\ H_{ij}\ \otimes\ \phi_j^V \tag{2.27}$$

La preuve repose sur une analyse des diagrammes de Feynman qui décrivent le processus. A l'ordre dominant, les diagrammes qui entrent en jeu, repris à la figure 2.8, sont formés d'un groupe de lignes qui relient les systèmes colinéaires

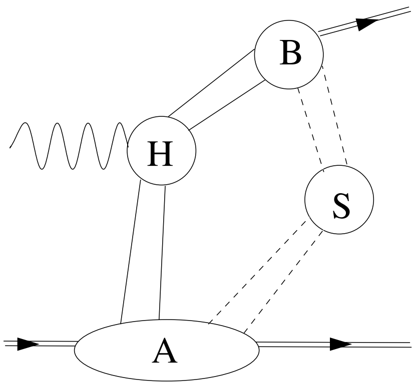



**Figure 2.8:** Région dominante dans le processus de production diffractive d'un méson vecteur. Les lignes en trait plein représentent les lignes "dures" (hard), les lignes en traits discontinus indiquent les lignes "douces" (soft).

A (proton) et B (méson) à la partie "dure" d'interaction (H). Des lignes dites "douces" (soft) reliant le système formé par le proton au méson à l'aide de gluons (S) peuvent également s'ajouter. Cependant, Collins et ses collaborateurs ont démontré que les effets de ces dernières étaient supprimés par des puissances de l'ordre de $1/Q^2$, et par conséquent sans influence sur la section efficace du processus calculée à grand $Q^2$.

Ce théorème, très important et largement utilisé par la suite, s'applique à tout méson (méson vecteur longitudinal, transverse, pseudoscalaire, ...) et s'étend à toute la région des $x$ et à tous les ordres de la théorie QCD perturbative. Il n'est néanmoins démontré que dans la région asymptotique des grandes valeurs de $Q^2 \to \infty$, régime qui n'est pas atteint expérimentalement. On est alors en droit de se poser des questions sur son efficacité à reproduire les phénomènes expérimentaux.

Par ailleurs, sa démonstration n'a pu être établie exactement que dans le cas d'un photon incident polarisé de façon longitudinale. Dans le cas d'un photon transverse, les auteurs ont trouvé un facteur de suppression en $1/Q$ dans l'amplitude

Si le système "protonique" final avait exactement la même quadri-impulsion que le proton qui entre dans la réaction, la distribution $f_{g/p}$ des gluons au niveau du proton (bulle A sur la figure 2.8) serait donnée par la densité de gluons dans le proton. Dans notre réaction, ce n'est pas le cas. Même si le proton a une impulsion transverse nulle, après l'interaction il a perdu une fraction $x = (m_V^2 + Q^2)/(s + Q^2)$ de son impulsion longitudinale. Les fractions $x_1$ et $x_2$ d'impulsion longitudinale du proton que possèdent les gluons ne sont pas identiques, leur différence s'élève à $x_1 - x_2 = x$. La densité de gluons habituelle $xG(x)$ peut se retrouver en remplaçant $t = 0$ et $x_1 = x_2 = x$ dans $xf_{g\ nondiag}(x, x)$ (eq. 2.27) par rapport à l'amplitude produite par un photon longitudinal. Les résultats obtenus sont beaucoup plus compliqués et ne s'expliquent pas par une simple interprétation du modèle des partons. Il n'est pas possible d'appliquer une naïve généralisation du théorème de factorisation, dérivé avec un photon longitudinal, au cas d'un photon initial polarisé de façon transverse.

## 2.6 Conclusions

En résumé, nous venons de voir que la plupart des modèles QCD de production élastique de mésons vecteurs $\gamma^*(q) + p \to V + p$ à haute énergie, utilisent largement le théorème de factorisation, et ce bien avant sa démonstration.

Le processus est décrit à l'aide de trois composantes :
(i) un photon virtuel qui se casse en une paire quark-antiquark;
(ii) cette paire quark-antiquark interagit avec le proton. L'échange dominant est un Poméron (singulet de couleur) généralement modélisé par deux gluons ou une échelle de gluons.
(iii) Enfin, cette paire se recombine dans l'état final en un méson vecteur.

L'amplitude $\mathcal{M}$ s'écrit alors comme un produit de trois facteurs : (i) la fonction d'onde qui donne l'amplitude du photon virtuel se cassant en une paire quark-antiquark; (ii) l'amplitude $T$ de diffusion de cette paire sur la cible; et (iii) la fonction d'onde qui donne l'amplitude de recombinaison de la paire quark-antiquark diffusée en un méson vecteur :

$$\mathcal{M} \propto \psi^{\gamma}(q\bar{q}) \otimes T(q\bar{q} + p) \otimes \psi^{V}(q\bar{q}) \tag{2.28}$$

Lorsque $Q^2 \gg \Lambda^2_{QCD}$, l'amplitude de diffusion $T(q\bar{q}+p)$ peut être décrite de façon perturbative.

La fonction d'onde du méson $\psi(z, k_T)$ est la principale source d'incertitude dans les prédictions du modèle. Elle influence la normalisation de la section efficace, sa dépendance en $Q^2$ et le rapport de production des différents mésons vecteurs. Plusieurs choix existent dans la littérature [33, 41, 42, 43, 44] .

Quelle masse utiliser pour le quark dans la boucle $\gamma^* \to V$ est une autre source d'incertitude sur les modèles théoriques. Dans le cas des quarks légers les choix de la masse courante ou constituante existent en littérature [28, 29, 42, 44].

Si nous nous concentrons à présent sur la boucle inférieure, c'est-à-dire sur le couplage des deux gluons au proton, en incluant leur interaction, ici également plusieurs choix peuvent être faits. Dans [41], les deux gluons échangés n'interagissent pas, et se couplent directement aux trois quarks constituant du proton en suivant Gunion et Soper [45]. Un autre choix est celui de la densité de gluon $xG(x, Q^2)$. Alors que dans le premier cas, la section efficace est indépendante de l'énergie, ce dernier choix décrit une forte croissance de la section efficace avec l'énergie disponible dans le centre de masse $\gamma^* p$. La section efficace est d'autant plus influencée par la distribution des gluons dans le proton que celle-ci intervient au carré : $\sigma \propto [xG(x, Q^2)]^2$.

Jusqu'à présent, aucun modèle n'a été capable de reproduire toutes les caractéristiques (présentées dans le chapitre précédent) des sections efficaces de production des différents mésons vecteurs ($\rho^0(770)$, $\phi(1020)$, $J/\psi(3097)$) mesurées à HERA. La recherche d'un tel modèle est le but de cette thèse. Comme nous l'avons déjà mentionné, nous allons débuter avec un modèle simple, et détailler toutes les démarches des calculs.

# Chapitre 3

# Production élastique : première approche.

En commençant ce travail, nous voulions tout d'abord clarifier la situation théorique en élaborant un modèle explicite pour calculer les sections efficaces de production de mésons vecteurs et en le confrontant aux différentes observations et mesures à HERA. Pour ce faire, nous devons analyser les différentes composantes du processus de production ainsi que le rôle que chacune d'elles jouent dans la détermination de la section efficace.

Nous étudions principalement la production *quasi*-élastique des mésons $\rho^0(770)$, $\phi(1020)$ et $J/\psi(3097)$. En nous basant sur le modèle de Ryskin [30], nous allons calculer les amplitudes de réaction au premier ordre de la chromodynamique quantique perturbative (pQCD) et dans la limite des grandes valeurs de l'énergie $s$ disponible dans le centre de masse $\gamma^* p$.

Ce modèle, élaboré avant le théorème de factorisation, nécessite néanmoins l'utilisation de trois sous-modèles (figure 3.1) :

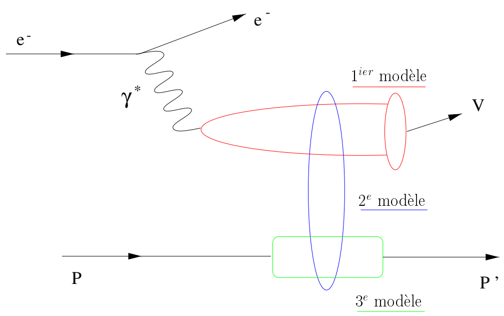



**Figure 3.1:** Description d'une interaction diffractive électron-proton avec production d'un méson vecteur à l'aide de trois sous-modèles.

- un premier pour décrire la transition $\gamma^* \to V$,
- un deuxième pour interpréter l'échange entre la partie supérieure et inférieure du diagramme,

- un troisième pour décrire le proton.

Comme nous l'avons vu, la plupart des modèles existants dans la littérature se différencient dans le choix de ces trois composantes. Dans cette thèse, nous présentons principalement deux approches (chapitres 3 et 4) pour reproduire et expliquer la production exclusive de mésons vecteurs à HERA. Celles-ci se distinguent essentiellement par la modélisation de la transition $\gamma^* V$.

## 3.1 Description et analyse des composantes du modèle.

Dans cette première partie, nous adoptons la forme la plus simple pour décrire les trois composantes du modèle.

- Tout d'abord, nous considérons que le méson vecteur est formé par ses états de Fock les plus bas, c'est-à-dire, d'un quark et d'un antiquark se partageant l'impulsion et la masse du méson de façon égale.

- L'échange est modélisé par un singulet de couleur : le Poméron qui, à l'ordre le plus bas de la théorie QCD perturbative, peut être décrit comme formé de deux gluons. En effet, les travaux entrepris par Low et Nussinov [46] indiquent qu'un ensemble de deux gluons possèdent les mêmes nombres quantiques que le Poméron : $C = +1$. De plus, comme nous nous intéressons à un processus élastique au niveau du proton, aucune charge de couleur ne peut être échangée. Ce qui explique qu'au minimum deux gluons doivent être échangés pour décrire un singulet de couleur. Ces gluons de quadri-impulsion $k$ et $k - \Delta$ sont traités de manière perturbative.

- Pour le proton, nous ne considérons que ses trois quarks constituants.

Les notations habituelles sont utilisées pour décrire la cinématique du processus (voir annexe D) : $P$ et $q$ désignent respectivement les quadri-impulsions du proton et du photon. $P' = P - \Delta$ et $V = q + \Delta$ sont les impulsions du proton diffusé et du méson vecteur. On travaille dans la limite des grandes valeurs de l'énergie $s_{\gamma^* P} = (P+q)^2$. Les particules dans l'état initial et final, en tant que particules physiques externes, se trouvent sur leur couche de masse ($P^2 = m_P^2 = P'^2, V^2 = m_V^2$). Cette condition sur le proton et le méson vecteur implique que $\Delta$ soit transverse à l'ordre $1/s$ : $\Delta \approx \Delta_t$ avec $\Delta_t \cdot P = \Delta_t \cdot q = 0$, et $|\Delta_t^2| \approx |\Delta^2| = -t$ (annexe A).

Le principe est de calculer l'amplitude de réaction des hadrons physiques à partir de l'interaction entre leurs constituants : les quarks. Pour cela, nous utilisons les diagrammes de Feynman. Les quarks qui composent le méson vecteur sont dans la direction de $q$, alors que ceux qui forment le proton sont parallèles à $P$ et d'impulsion $p \sim \frac{P}{3}$. Nous définissons l'énergie au niveau des quarks comme suit :

$$\hat{s} = (p+q)^2 \simeq 2p.q \quad \propto s \simeq 2P.q. \tag{3.1}$$

### 3.1.1 Réduction du nombre de diagrammes dans le calcul de l'amplitude de $\gamma^* p \to Vp$.

En principe 72 diagrammes contribuent à l'amplitude : les gluons peuvent frapper de quatre façons différentes les deux quarks du méson vecteur et de neuf façons les trois quarks constituants du proton (figs. 3.2 et 3.6); de plus le canal direct $s$ et le canal $s \leftrightarrow u$ contribuent à l'amplitude dans la limite des hautes énergies. Comme nous allons le voir, le calcul de l'amplitude peut, malgré tout, être fortement simplifié et réduit au calcul de deux diagrammes uniquement (fig. 3.8).

#### 3.1.1.1 Facteur de forme au niveau du proton.

Analysons plus en détail la façon dont les gluons se couplent au proton.
Comme nous le verrons plus loin, les gluons sont principalement transverses, ce qui facilite le passage d'un processus au niveau du proton à un processus au niveau des quarks qui le composent. En accord avec le formalisme de Gunion et Soper [47], nous avons choisi de représenter le proton par un modèle constituant : il est formé de ses trois quarks de valence, d'impulsion $p$. Nous faisons de plus l'hypothèse que nous pouvons négliger la masse de ces constituants, ainsi que leur impulsion transverse, le proton étant rapide dans la direction avant.

Il existe neuf façons de coupler les deux gluons aux trois quarks du proton. Les gluons peuvent frapper ensemble la même ligne de quark dans le proton, ou frapper deux lignes différentes. Nous avons donc les neuf diagrammes de la figure 3.2.

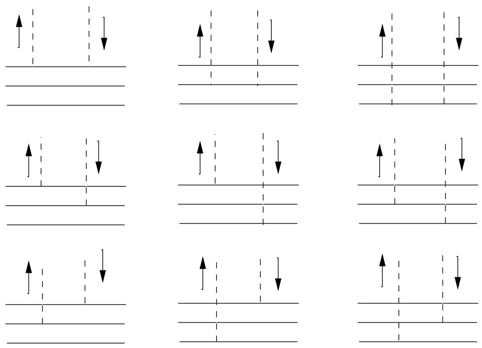


**Figure 3.2:** Les neuf diagrammes qui contribuent à l'interaction entre le Poméron (2 gluons en traits discontinus) et le proton (3 quarks en trait plein).

Lorsque les deux gluons frappent ensemble la même ligne de quark, le couplage du Poméron au proton peut être assimilé au couplage d'un photon avec le proton (fig. 3.3). Dans ce cas, le facteur de forme du proton est donné par le facteur de forme (isoscalaire) de Dirac :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1(t=\Delta^2) &\approx \frac{4m_p^2-2.79t}{4m_p^2-t}(1-\frac{t}{0.71})^{-2} \\ &\approx \frac{(3.53-2.79t)}{(3.53-t)(1-t/0.71)^2}\end{aligned} \tag{3.2}$$

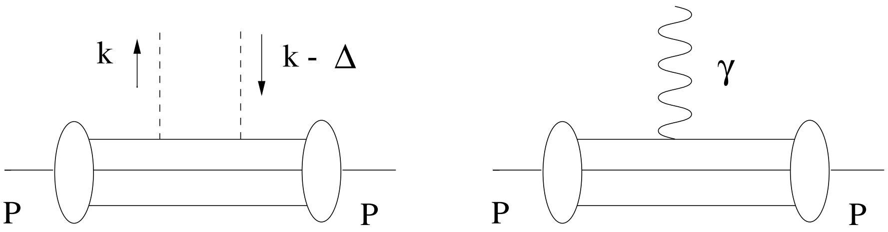



**Figure 3.3:** (a)Diagramme typique qui contribue à l'interaction entre le proton et le Poméron modélisé par deux gluons frappant la même ligne de quark; (b) couplage entre un photon et un proton. Les bulles représentent la fonction d'onde du proton.

et est mesuré dans les collisions électron-proton, qui permettent notamment de sonder la structure du proton à l'aide d'un photon.

Par contre, si les gluons frappent deux lignes de quark différentes (fig. 3.4), le facteur de forme n'est pas connu. Cependant, lorsque l'impulsion d'un des gluons

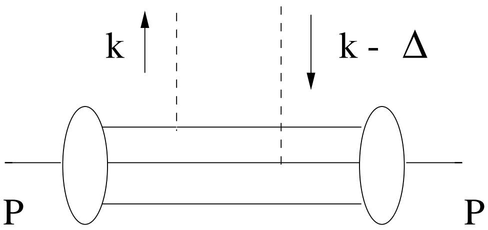



**Figure 3.4:** Les deux gluons modélisant le Poméron se couplent au proton en frappant deux lignes de quark différentes.

tend vers zéro ($k$ ou $k - \Delta \to 0$), autrement dit, lorsque ce gluon sonde le proton avec une longueur d'onde infinie, la structure du proton n'a plus d'importance pour lui. Le gluon se découple et tout se passe comme si une seule ligne de quark est frappée dans le proton; on se retrouve alors dans le cas précédent. C'est pourquoi, nous avons choisi le facteur de forme $\mathcal{E}_2$ de façon à ce qu'il se réduise à $\mathcal{E}_1(t)$ quand l'un des deux gluons se trouve sur couche :

$$\mathcal{E}_2(k, k-\Delta) = \mathcal{E}_1(k^2 + (k-\Delta)^2 + c\; k \cdot (k-\Delta)) \tag{3.3}$$

Des arguments théoriques et phénoménologiques conduisent à la détermination de la constante arbitraire (annexe F [48, 49])

$$c \approx -1.$$

Pour obtenir le processus au niveau du proton, on introduit, dans l'intégrand, la différence des deux facteurs de forme et on somme sur les trois quarks constituants :

$$\mathcal{F}(k, k-\Delta) = 3\; [\mathcal{E}_1(t) - \mathcal{E}_2(k, k-\Delta)] \tag{3.4}$$

Le nombre de diagrammes est ainsi réduit d'un facteur 9.

Note : Ce choix du facteur de forme pour le proton présente un avantage supplémentaire, puisqu'il annule également la singularité infrarouge issue des propagateurs des gluons lorsque l'un de ceux-ci se retrouve sur sa couche de masse : $k$ ou $k - \Delta \to 0$. En effet, en développant $\mathcal{F}(k, k - \Delta)$ autour de $k \approx 0$ (ou de $k - \Delta \approx 0$), on obtient :

$$\mathcal{F}(k, k - \Delta) \approx \mathcal{E}_1(t)\; k.(k - \Delta). \tag{3.5}$$

#### 3.1.1.2 Elimination des diagrammes croisés.

Le type de réaction envisagé dans cette étude est, comme nous venons de le décrire, un processus d'interaction quark-quark via l'échange d'un singulet de couleur - le Poméron, modélisé par deux gluons.

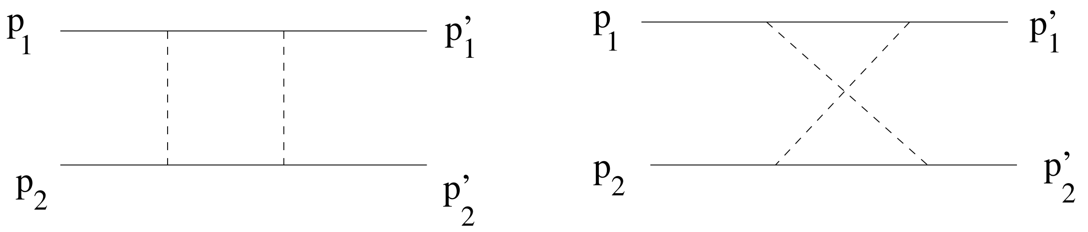



**Figure 3.5:** Contribution à l'ordre dominant de l'échange d'un Poméron.

Deux diagrammes (fig. 3.5) contribuent à ce processus. Le second diagramme est relié au premier diagramme par l'échange, sur la ligne inférieure, entre le quark entrant $p_2$ et le quark sortant $p_2'$. Puisque nous sommes concernés par l'échange d'un singulet de couleur, la seule différence entre ces deux diagrammes est purement cinématique. Par conséquent, il nous suffit de calculer l'amplitude du premier diagramme et d'utiliser les symétries de croisement en remplaçant la variable de Mandelstam $s = (p_1 + p_2)^2$ par $u = (p_2' - p_1)^2$ du second diagramme (annexe A).

Ce qui réduit encore le nombre de diagrammes d'un facteur 2. Il ne nous reste alors plus qu'à calculer les quatre (72/(9$x$2)=4) diagrammes représentés sur la figure 3.6.

#### 3.1.1.3 Fonction de vertex pour le méson vecteur.

Pour le méson vecteur, nous utilisons un modèle différent de celui utilisé pour le proton puisque, dans ce cas-ci, nous voulons tenir compte de la masse du méson. Le méson vecteur (de spin 1) est modélisé, comme on l'a dit, par son état de Fock le plus simple [26], sans impulsion de Fermi. Il est donc formé d'un quark $q$ et antiquark $\bar{q}$ de masse $m_q = m_{\bar{q}} = m_V/2$, et résulte de l'approximation non relativiste selon laquelle la quadri-impulsion du quark et celle de l'antiquark sont données par (fig. 3.7) :

$$v = \frac{m_q V}{m_q + m_{\bar{q}}} = \frac{V}{2} \tag{3.6}$$

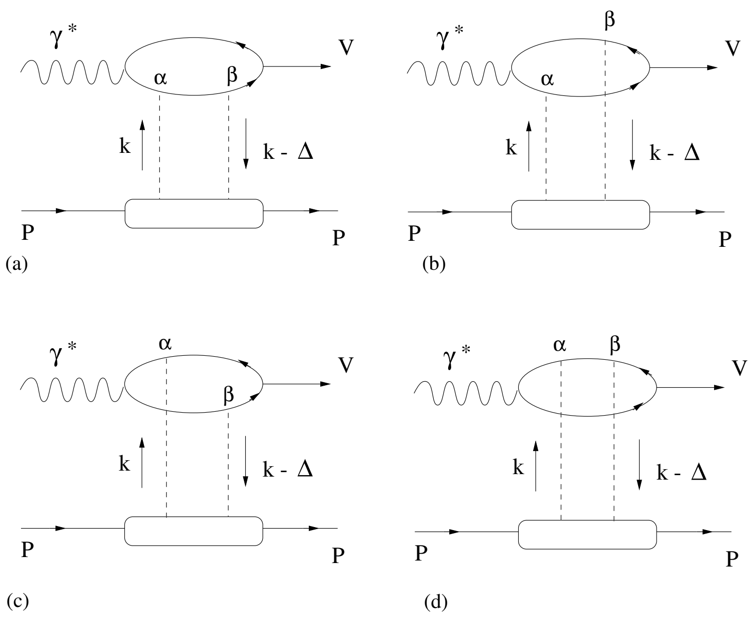



**Figure 3.6:** Les quatre diagrammes qui participent à l'amplitude $\gamma^* p \to Vp$.

c'est-à-dire que les quarks sont au repos dans le référentiel du méson.

La fonction de vertex $V\bar{q}q$, multipliée par la polarisation $e$ du méson, se réduit

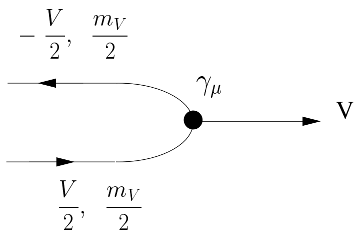



**Figure 3.7:** Modèle utilisé pour décrire le méson vecteur.

à :

$$\Phi_V = C'(m_q - \gamma.v)\ \gamma.e\ (m_q + \gamma.v) = C\ \gamma.e\ (m_V + \gamma.v) \tag{3.7}$$

où $C \equiv \sqrt{f_V^2/24}$ est la normalisation qui reproduit le taux de désintégration du méson vecteur en $e^+e^-$, avec $f_V^2 \approx 0.025(\text{GeV})\times m_V$ le carré de la constante de désintégration du méson vecteur [50]. $C$ inclut les dénominateurs des propagateurs des lignes de quarks qui y aboutissent.

Sur la figure 3.6, les diagrammes (b) et (d) correspondent respectivement à un renversement de la direction du courant dans la boucle de quarks supérieure des diagrammes (c) et (a). Leur contribution à l'amplitude est identique à celle des diagrammes (a) et (c) (cfr. théorème de Furry [51]). Il ne nous reste donc plus que ces deux derniers à calculer. Ils sont repris à la figure 3.8.

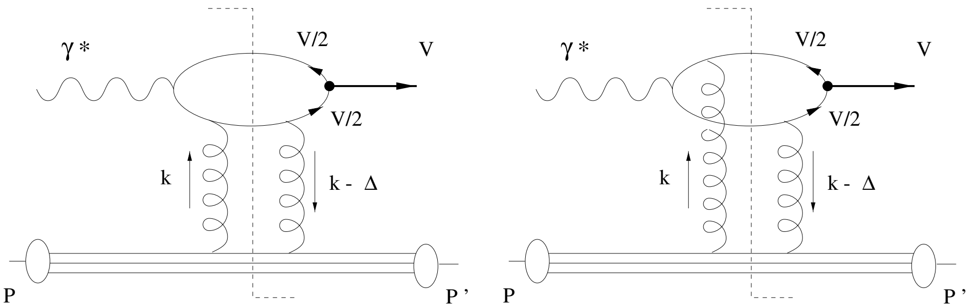



**Figure 3.8:** Les deux diagrammes de Feynman qui interviennent dans le calcul de l'amplitude du processus de production *quasi*-élastique d'un méson vecteur $\gamma^* p \to Vp$. Les lignes en traits pointillés indiquent les coupures qui placent les états intermédiaires sur leur couche de masse.

#### 3.1.1.4 Calcul de la composante inférieure des diagrammes de Feynman.

En ce qui concerne la trace inférieure (fig 3.8), dans la limite des hautes énergies, nous ne devons garder que les termes dominants en $p$, l'impulsion des quarks du proton. Ce sont justement ces termes qui, multipliés par les termes en $q$ (impulsion du photon) de la trace supérieure, donneront des termes proportionnels à l'énergie $\hat{s} \approx 2p.q$ ($s \approx 2P.q$). La trace le long de cette ligne de quark dans le carré de l'amplitude est donnée par :

$$\frac{1}{2}\, Tr[\not{p}\ \gamma^{\alpha}\ (\not{p} - \not{\Delta})\ \gamma^{\beta}\ \not{p}\ \gamma^{\beta'}\ (\not{p} - \not{\Delta})\ \gamma^{\alpha'}] \approx (4p^{\alpha}p^{\beta})(4p^{\alpha\prime}p^{\beta\prime}) \tag{3.8}$$

le facteur 1/2 représente la moyenne sur les spins, $\alpha^{(\prime)}$ et $\beta^{(\prime)}$ sont les indices des gluons (fig. 3.9). Nous pouvons donc calculer le processus au niveau de


**Figure 3.9:** Partie inférieure des diagrammes qui interviennent dans le calcul du carré de l'amplitude.

l'amplitude, sans avoir besoin de son carré, en écrivant la contribution de la ligne de quark inférieure :

$$4p^{\alpha}p^{\beta}.$$

## 3.2 Calcul de l'amplitude.

Nous avons à présent tout ce dont nous avons besoin pour calculer l'amplitude de la réaction $\gamma^* p \to Vp$ représentée par les deux diagrammes de Feynman qui subsistent (fig. 3.8).

Le calcul de l'amplitude du processus nous conduit à une intégrale, sur la boucle de gluons, du produit des traces des boucles de fermions supérieure ($\gamma^* \to V$) et inférieure (proton). Ce calcul peut s'effectuer de façon conventionnelle, en utilisant la paramétrisation de Feynman. Il est néanmoins bien plus facile d'utiliser les règles de coupure de Cutkovsky (décrites dans l'annexe C) pour calculer la partie imaginaire de l'amplitude. La partie réelle est ensuite calculée en utilisant les relations de dispersion [52, 53]. Cependant, dans le cadre de ce modèle, cette dernière s'annule (annexe C.3) laissant une amplitude de réaction purement imaginaire.

En utilisant les règles de Cutkovsky, le calcul de la partie imaginaire de l'amplitude est remplacé par le calcul simple de la discontinuité en ses pôles, ce qui revient à placer les quarks coupés sur leur couche de masse et à remplacer leur propagateur par des fonctions delta. En se référant aux deux diagrammes de la figure 3.8, on a :

$$(p-k)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{(p-k)^2} \to (2\pi)\delta((p-k)^2), \tag{3.9}$$

$$(q-\frac{V}{2}+k)^2 = \frac{m_V^2}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{(q-\frac{V}{2}+k)^2 - m_V^2/4} \to (2\pi)\delta((q-\frac{V}{2}+k)^2 - m_V^2/4). \tag{3.10}$$

Tous les calculs se font dans la limite des hautes énergies, autrement dit, on ne conserve que les termes dominants en $\hat{s}$.

Les traces correspondantes de la boucle supérieure, multipliées par la contribution de la ligne inférieure $4p_\alpha p_\beta$ s'écrivent pour les deux diagrammes de la figure 3.8 :

$$\mathcal{T}_1 = 4\, Tr[\not{e}\ (\gamma.V + m)\ \not{p}\ (\gamma.(q-v+k) + m_q)\ \not{p}\ (\gamma.(q-v) + m_q)\ \not{\epsilon}] \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_2 = {} & 4\, Tr[\not{e}\ (\gamma.V + m)\ \not{p}\ (\gamma.(q-v-k+\Delta) + m_q)\ \not{\epsilon} \\ & \times(\gamma.(-v-k+\Delta) + m_q)\ \not{p}] \end{aligned} \tag{3.12}$$

avec $\epsilon$ et $e$ les polarisations du photon et du méson vecteur définies dans l'annexe D.2. Les propagateurs des quarks qui restent, à priori, hors-couche sont :

$$p_1 = -\frac{Q^2 - m_V^2 - t}{2} \tag{3.13}$$

$$p_2 = \frac{m_V^2 + Q^2 - t - 4k.q}{2} \tag{3.14}$$

L'essentiel de l'amplitude du processus est alors proportionnelle à :

$$\mathcal{T} = 2\ [\mathcal{T}_1/p_1 + \mathcal{T}_2/p_2]. \tag{3.15}$$

le facteur 2 tient compte des deux sens possibles de circulation du courant dans la boucle de fermions supérieure (diagrammes 3.6(b) et (d)).

### 3.2.1 Invariance de jauge.

De façon générale, considérons un processus tel que celui étudié ici, incluant un photon d'impulsion $q^\mu$ et dont l'état de polarisation est décrit par le vecteur $\epsilon^\mu$. L'amplitude de ce processus doit être linéaire en le vecteur polarisation du photon :

$$\mathcal{A} \sim \epsilon^\mu \mathcal{T}_\mu \tag{3.16}$$

Dans la jauge de Lorentz $\partial_\mu \mathcal{A}^\mu = 0$, toute transformation :

$$\epsilon'^\mu = \epsilon^\mu + \beta q^\mu \tag{3.17}$$

laisse l'amplitude invariante si la condition suivante :

$$\boxed{q^\mu \mathcal{T}_\mu = 0} \tag{3.18}$$

est satisfaite (conservation du courant).

Appliquons ce test d'invariance de jauge à notre équation (3.15).

- au niveau du photon, en remplaçant $\epsilon$ par $q$ dans les expressions de $\mathcal{T}_1$ et $\mathcal{T}_2$, on vérifie aisément que :

  $$q^\mu \mathcal{T}_\mu = 0 \tag{3.19}$$

  où $\mathcal{T}_\mu$ représente la partie qui multiplie $\epsilon$ dans $\mathcal{T} = (\mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2)$ (3.15).

- au niveau des gluons, le processus est décrit à la figure 3.10, l'amplitude

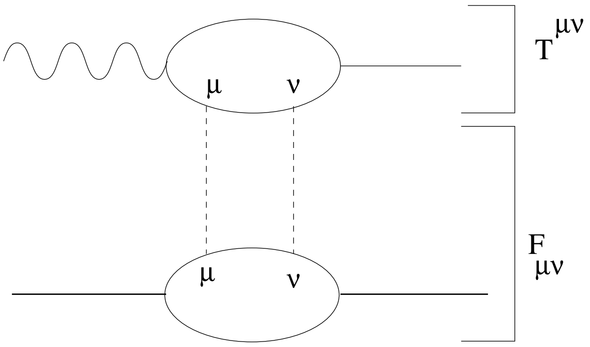



**Figure 3.10:** Décomposition de l'amplitude du processus étudié suivant les parties supérieure et inférieure du diagramme.

  peut s'écrire sous la forme :

  $$\mathcal{A} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} T^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} \tag{3.20}$$

  où $T^{\alpha\beta} = T^{\alpha\beta}(k, k', q)$ représente la boucle supérieure et $F_{\alpha\beta}$ la boucle inférieure y compris le propagateur des deux gluons. On vérifie aisément que $T^{\alpha\beta}$ satisfait l'invariance de jauge :

  $$T^{\alpha\beta}(k, k', q) k_\alpha = T^{\alpha\beta}(k, k', q) k'_\beta = 0, \tag{3.21}$$

  justifiant ainsi la conservation du courant au vertex des deux gluons.

L'amplitude ($\propto \mathcal{T}$) est bien invariante de jauge au niveau du photon et des deux gluons.

### 3.2.2 Calcul de l'amplitude dominante en énergie.

Développons à présent l'expression de $\mathcal{T}$. Dans le cas de la production d'un méson transverse par un photon transverse, le produit dominant est simplement $\hat{s} \equiv (p+q)^2 \approx 2p.q$. Pour la polarisation longitudinale, il faut tenir compte des vecteurs de polarisation longitudinaux qui possèdent une composante selon $q$ :

$$\epsilon_L = \frac{1}{\sqrt{Q^2}}(q_3, 0, 0, q_0), \tag{3.22}$$

$$e_L \simeq \frac{1}{m_V} R_\theta (V_3, 0, 0, V_0). \tag{3.23}$$

D'autres contributions viennent alors s'ajouter (Annexe E) :

$$\begin{aligned} \epsilon_L.p &\approx -\hat{s}/(2\sqrt{Q^2}) && (3.24)\\ e_L.p &\approx -\hat{s}/(2m_V) && (3.25) \end{aligned}$$

En tenant compte de tout ce qui précède, le terme général dominant en énergie dans l'amplitude est proportionnel à :

$$\begin{aligned} \mathcal{T} &= \frac{-64\ m_V\ k.(k-\Delta)\ \hat{s}}{t - m_V^2 - Q_4^2\ k.(k-\Delta)} \\ &\times \left( \frac{2\Delta.\epsilon\ e.p + 2q.e\ \epsilon.p - \epsilon.e\ \hat{s}}{(m_V^2 + Q^2 - t)} - \frac{2}{\hat{s}}\ \epsilon.p\ e.p \right). \end{aligned} \tag{3.26}$$

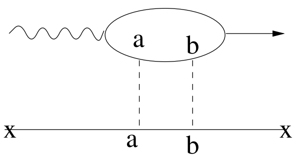
L'amplitude imaginaire est donnée par la moitié de la discontinuité obtenue par les règles de Cutkovsky, et s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} A &= i\ \frac{1}{2}\ g^4 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\ \frac{\mathcal{T}}{k^2\ (k-\Delta)^2} \\ &\times\ (2\pi)\delta^+((p-k)^2)\ (2\pi)\delta^+((q - \frac{V}{2} + k)^2 - \frac{m_V^2}{4}) \\ &\times\ g_V^{elm}\ \mathcal{F}(k, k-\Delta)\ \frac{2}{3}\sqrt{\frac{f_V^2}{24}} \end{aligned} \tag{3.27}$$

où 2/3 représente le facteur de couleur du processus[1] , $g$ et $g_V^{elm}$ sont respectivement la constante de couplage chromodynamique au niveau des gluons telle que

[1] Le facteur de couleur du processus se calcule de la façon suivante :

$C_F = \frac{1}{3}$ Tr(ligne de fermions supérieure) $\times$ Tr(ligne de fermions inférieure)




Le facteur (1/3) tient compte des 3 quarks du proton. Puisque le Poméron est un singulet de couleur, le proton ne change pas de couleur dans le processus, on peut voir la ligne inférieure comme une ligne fermée, on obtient :

$Tr\ T_a T_b = \frac{1}{2}\delta^{ab}$

Un résultat identique est obtenu pour la trace sur la boucle de fermions supérieure. Ce qui entraîne :

$C_F = \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}\delta^{ab}\ \frac{1}{2}\delta_{ab} = \frac{2}{3}$

$g^2 = 4\pi\alpha_S$, et la constante de couplage électromagnétique au niveau du photon et du méson : $g_V^{elm} = \xi\sqrt{4\pi\alpha_{elm}}$ pour différents mésons vecteurs. La notation $\delta^+$ indique que nous nous intéressons au quark d'énergie positive. Le facteur $\xi$ représente la charge électrique des quarks dans le méson (la fonction d'onde pour un méson $\rho$ neutre est $1/\sqrt{2}(u\bar{u}+d\bar{d})$, $\xi$ est alors défini par $1/\sqrt{2}(e_u - e_d) = 1/\sqrt{2}$; le procédé est identique pour le $\phi(s\bar{s})$ et le $J/\psi(c\bar{c})$ [31]) :

$$\xi = \begin{array}{ll} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{pour le } \rho, \\ -1/3 & \text{pour le } \phi, \\ 2/3 & \text{pour le } J/\psi \end{array}$$

On aperçoit également les propagateurs des gluons : $1/k^2$, $1/(k-\Delta)^2$, ainsi que le facteur de forme du proton $\mathcal{F}(k, k-\Delta)$.

Les conditions de couche de masse (eqs. 3.9 et 3.10) impliquent que l'impulsion des gluons $k$ est principalement transverse. On peut l'écrire en la décomposant selon les directions de $p$, $q$ et une direction transverse :

$$k = \frac{\alpha_k}{\hat{s}}\ (q - \frac{V}{2})\ + \frac{\beta_k}{\hat{s}}\ p\ + k_t. \tag{3.28}$$

Le changement de variables nous donne :

$$\begin{aligned} d^4k &= (q - \frac{V}{2}).p\ d\alpha_k\ d\beta_k\ d^2k_t \\ &\simeq \frac{1}{4\hat{s}}\ d\bar{\alpha}_k\ d\bar{\beta}_k\ d^2k_t \end{aligned} \tag{3.29}$$

où $\bar{\alpha}_k = \alpha_k/\hat{s}$ et $\bar{\beta}_k = \beta_k/\hat{s}$. Les conditions (3.9) et (3.10) deviennent :

$$(p-k)^2 \simeq \frac{\bar{\alpha}_k}{2}\ + k_t^2, \tag{3.30}$$

$$(q - \frac{V}{2} + k)^2 \simeq \frac{\bar{\beta}_k}{2} + k_t^2. \tag{3.31}$$

On retrouve également : $k^2 \simeq \frac{\bar{\alpha}_k\bar{\beta}_k}{2\hat{s}} + k_t^2 \Longrightarrow k^2 \approx k_t^2$.

En récapitulant, nous obtenons l'expression suivante pour la partie imaginaire de l'amplitude :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= i\ \frac{1}{2}\ (4\pi\alpha_S)^2\ g_{elm}\ \frac{2}{3}\sqrt{\frac{f_V^2}{24}} \\ &\times \int \frac{d\bar{\alpha}_k\ d\bar{\beta}_k\ d^2k_t}{(2\pi)^4}\ \frac{\mathcal{T}\ 3\ [\mathcal{E}_1(t) - \mathcal{E}_2(k, k-\Delta)]}{4\hat{s}\ k^2(k-\Delta)^2} \\ &\times\ (2\pi)\ \delta^+(-\frac{\bar{\alpha}_k}{2} + k_t^2)\ (2\pi)\ \delta^+(-\frac{\bar{\beta}_k}{2} + k_t^2). \end{aligned} \tag{3.32}$$

En se servant des fonctions $\delta^+$ et de l'identité : $\delta(x/a) = |a|\delta(x)$, on peut directement effectuer les intégrales sur $\bar{\alpha}_k$ et $\bar{\beta}_k$. De plus en utilisant les coordonnées polaires :

$$\begin{aligned} d^2k_t &= k_t\ dk_t\ d\varphi, \\ &= \frac{dk_t^2}{2}\ d\varphi, \end{aligned} \tag{3.33}$$

on obtient finalement,

$$\mathcal{A} = -i\ \alpha_S^2\ g_V^{elm}\frac{2}{3}\sqrt{\frac{f_V^2}{24}}\int \frac{dk_t^2\ d\varphi}{k^2(k-\Delta)^2}\ 3[\mathcal{E}_1(t) - \mathcal{E}_2(k, k-\Delta)] \times \frac{\mathcal{T}}{\hat{s}}. \tag{3.34}$$

En introduisant les expressions des produits qui interviennent dans le calcul de $\mathcal{T}$ (3.26), calculées à l'annexe E, nous pouvons déterminer les expressions des amplitudes (3.34) pour chaque valeur d'hélicité. Dans le cas de la production d'un méson vecteur transverse par un photon transverse, seul le produit $\epsilon.e$ subsiste dans (3.26), entraînant :

$$\begin{aligned} &\mathcal{A}(T \to T) \\ &= -i\ s\ \frac{64\alpha_S^2\ g_V^{elm} m_V\ f_V}{\sqrt{6}}\ \hat{s} \\ &\times \int \frac{dk_t^2\ d\varphi}{k^2(k-\Delta)^2} \frac{[\mathcal{E}_1(t) - \mathcal{E}_2(k, k-\Delta)]\ [k \cdot (k-\Delta)]}{(t - m_V^2 - Q^2 + 4\ k \cdot (k-\Delta))\ \ (m_V^2 + Q^2 - t)}. \end{aligned} \tag{3.35}$$

Le calcul de l'amplitude de production d'un méson longitudinal par un photon longitudinal conduit pour sa part, à :

$$\mathcal{A}(L \to L) = \frac{\sqrt{Q^2}}{m_V} \times \mathcal{A}(T \to T) \tag{3.36}$$

### 3.2.3 La conservation de l'hélicité.

Dans ce modèle simple, les amplitudes $\mathcal{A}(L \to T)$, $\mathcal{A}(T \to L)$ et $\mathcal{A}_T(\lambda_\gamma \neq \lambda_V)$ qui modifient l'hélicité dans le canal-$s$ (SCHC) se comportent en $1/s$ et sont donc négligeables. En effet, quelle que soit l'hélicité, l'amplitude (3.34) est proportionnelle à :

$$\mathcal{A} \propto 2\Delta.\epsilon\ e.p\hat{s}\ \ - e.\epsilon\hat{s}^2\ \ - 2e.p\ \epsilon.p(m_V^2 + Q^2 - t)\ \ + 2e.q\ \epsilon.p\ \hat{s} \tag{3.37}$$

En utilisant les expressions calculées dans l'annexe E, nous obtenons :

- pour les amplitudes $\mathcal{A}_{LT}$ où un méson longitudinal est produit par un photon transverse :
$$\mathcal{A}_{LT}(\lambda_\gamma = \pm 1) = 0 \tag{3.38}$$

- pour les amplitudes $\mathcal{A}_{TL}$ où un méson transverse est produit par un photon longitudinal :
$$\mathcal{A}_{TL}(\lambda_V = \pm 1) = 0 \tag{3.39}$$

- pour les amplitudes $\mathcal{A}_T(\lambda_\gamma \neq \lambda_V)$ où un méson transverse est produit par un photon transverse mais d'hélicité opposée :

$$\mathcal{A}_T(\lambda_\gamma = -1, \lambda_V = 1) = \mathcal{A}_T(\lambda_\gamma = 1, \lambda_V = -1) = 0 \tag{3.40}$$

Ces prédictions sont en accord avec les données expérimentales relevées à NMC et EMC, qui semblent indiquer une conservation de l'hélicité dans le canal-$s$ (SCHC). Cependant, comme nous le verrons dans le chapitre 6, les nouvelles données relevées à H1 et ZEUS s'accordent et révèlent une violation, faible mais non négligeable, de l'hypothèse de conservation de l'hélicité.

## 3.3 Propriétés des amplitudes.

Analysons à présent les amplitudes obtenues avec ce modèle et voyons si nous pouvons en tirer un quelconque enseignement sur leur comportement.

### 3.3.1 Analyse en fonction de la virtualité du photon $Q^2$.

- En photoproduction, c'est-à-dire pour $Q^2 = 0$, l'amplitude de production d'un méson longitudinal par un photon longitudinal, $\mathcal{A}(L \to L)$, s'annule et vérifie par la même occasion l'identité de Ward[2]. L'amplitude de production d'un méson transverse par un photon transverse $\mathcal{A}(T \to T)$ semble, par contre, atteindre un maximum.

$$\mathcal{A}_L(Q^2 \to 0) \;\propto\; \sqrt{Q^2} = 0 \tag{3.43}$$
$$\mathcal{A}_T(Q^2 \to 0) \;\neq\; 0 \tag{3.44}$$

- Lorsque $Q^2 \to \infty$, on observe les comportements asymptotiques suivants pour les amplitudes (3.35) et (3.36) :

$$\lim_{Q^2 \to \infty} \mathcal{A}_T \;\propto\; \frac{1}{Q^4} \tag{3.45}$$
$$\lim_{Q^2 \to \infty} \mathcal{A}_L \;\propto\; \frac{1}{Q^3} \tag{3.46}$$

en accord avec les études précédentes.

[2] En effet, l'amplitude longitudinale est proportionnelle au vecteur de polarisation longitudinale du photon :

$$\mathcal{A}(L \to L) \propto \epsilon_L^\mu \mathcal{T}_\mu \tag{3.41}$$

Lorsque $Q^2 \to 0$, dans la quadri-impulsion du photon nous avons $q_0 = q_3$ et par conséquent $\epsilon_L \simeq q$ (voir eq.3.22).
L'amplitude devient :

$$\mathcal{A}(L \to L) \propto q.\mathcal{T} = 0 \tag{3.42}$$

Cette dernière équation est appelée identité de Ward; c'est une conséquence de l'invariance de jauge.

### 3.3.2 Comportement pour de petites valeurs de $k_t^2$.

L'impulsion des gluons est principalement transverse, conséquence des règles de coupure (eqs. 3.9 et 3.10), et peut s'écrire, comme nous le savons :

$$k = \frac{\bar{\alpha}_k}{\hat{s}}\ (q - \frac{V}{2})\ + \frac{\bar{\beta}_k}{\hat{s}}\ p\ + k_t. \tag{3.47}$$

Soit $\varphi$ l'angle entre la composante transverse de l'impulsion $k$ et de l'impulsion échangée avec le proton $\Delta$ (fig. 3.11) de sorte que :

$$k.\Delta \simeq k_t.\Delta_t = \sqrt{k_t^2}\sqrt{-t}\ \cos\varphi. \tag{3.48}$$

Nous pouvons alors détailler l'expression obtenue pour l'amplitude transverse

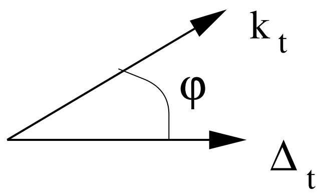



**Figure 3.11:** Définition de l'angle $\varphi$ entre la direction de propagation de l'impulsion $k$ et de l'impulsion échangée avec le proton $\Delta$ dans le plan transverse à la direction de propagation du proton.

(longitudinale) (eq. 3.35) :

$$d\mathcal{A} \propto dk_t^2\ d\varphi\ \frac{[\mathcal{E}_1(t) - \mathcal{E}_2(k, k-\Delta)]\ (k_t^2 - \sqrt{k_t^2}\sqrt{-t}\cos\varphi)}{k_t^2\ (k_t^2 - t - 2\sqrt{k_t^2}\sqrt{-t}\cos\varphi)}. \tag{3.49}$$

Lorsque $k \to 0$, nous avons déjà mentionné que nous pouvions développer le facteur de forme du proton et obtenir (eq. 3.5) :

$$[\mathcal{E}_1(t) - \mathcal{E}_2(k, k-\Delta)] \approx \mathcal{E}_1(t)\ k.(k-\Delta). \tag{3.50}$$

Ceci étant, on dérive alors aisément l'expression de l'amplitude pour de petites valeurs de $k_t^2$ :

$$d\mathcal{A}_{k_t^2\to 0} \propto dk_t^2\ d\varphi\ \mathcal{E}_1(t)\ \cos^2\varphi \tag{3.51}$$

qui confirme que l'amplitude est intégrable pour toutes les valeurs de $k_t^2$, y compris dans la région infrarouge $k_t^2 \to 0$.

## 3.4 Sections efficaces.

L'étape suivante est le calcul de la section efficace différentielle :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma_T}{dt} + \epsilon\frac{d\sigma_L}{dt}, \tag{3.52}$$

avec[3]

$$\frac{d\sigma_\lambda}{dt} = \frac{1}{16\ \pi}\ \frac{|\mathcal{A}_\lambda|^2}{\hat{s}^2} \qquad (\lambda = T,\ L) \tag{3.53}$$

où $\epsilon$ représente la polarisation du faisceau du photon (voir annexe A) : $\epsilon \approx 1$ à HERA et $\epsilon \approx 0.75$ à NMC. La section efficace différentielle longitudinale est immédiate. La section efficace différentielle transverse requière un peu plus d'attention puisqu'il existe deux vecteurs de polarisation transverse pour le photon comme pour le méson. Le carré de l'amplitude transverse nécessite une moyenne sur les états de polarisation transverse du photon et du méson vecteur. L'amplitude transverse s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathcal{A}_T = i\mathcal{A}^{\mu\nu}\ \epsilon^*_\mu(\lambda_\gamma)\ e^*_\nu(\lambda_V). \tag{3.54}$$

Avec les vecteurs polarisation de Lorentz définis dans l'annexe (D.2), les amplitudes qui décrivent un double renversement de l'hélicité dans le canal-$s$ sont négligeables ($\mathcal{A}(\lambda_\gamma = -\lambda_V = \pm 1) \simeq 0$). Il ne reste alors que deux amplitudes transverses :

$$\mathcal{A}_T(\lambda_\gamma = \lambda_V = 1) = \mathcal{A}_T(\lambda_\gamma = \lambda_V = -1). \tag{3.55}$$

La section efficace différentielle transverse est alors proportionnelle à la moyenne :

$$\frac{1}{2}\sum_{\epsilon e} |\mathcal{A}|^2 = \frac{1}{2}\Big(|\mathcal{A}(\lambda = 1)|^2 + |\mathcal{A}(\lambda = -1)|^2\Big). \tag{3.56}$$

Cela étant, le calcul de la section efficace différentielle nous conduit à :

$$\frac{d\sigma^{\gamma^* p}}{dt} = \frac{1}{16\pi\ s^2}\ [|A(T \to T)|^2 + \epsilon |A(L \to L)|^2]. \tag{3.57}$$

La section efficace *quasi*-élastique $\sigma(\gamma^* p \to Vp)$ s'obtient ensuite en intégrant sur l'intervalle $0.5\ 10^{-5} < |t| < 1$ GeV$^2$. Nous pouvons exprimer le résultat en terme de puissance en $Q^2$,

$$\sigma(Q^2) = N(Q^2)^{-n} \tag{3.58}$$

pour $5 < Q^2 < 25$ GeV$^2$. La table 3.4 reprend les paramètres obtenus pour que nos courbes représentent au mieux les données relevées à HERA (figure 3.13) [3, 18, 19, 15, 17, 21]. Cette évolution en $Q^2$ calculée pour les sections efficaces

| méson | N(nb) | n |
|---|---|---|
| $\rho$ | 5534 | 2.5 |
| $\phi$ | 1035.9 | 2.4 |
| $J/\psi$ | 269.53 | 1.5 |

de production des mésons $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$ est en excellent accord avec les mesures [20]. De même, le comportement asymptotique $\sigma_{Q^2\to\infty} \propto (Q^2)^{-3}$ est en accord

[3] L'indice $T$ ($L$) indique la production d'un méson transverse (longitudinal) par un photon transverse (longitudinal) étant donné que, dans ce modèle, les amplitudes qui modifient l'hélicité entre le méson et le photon sont négligeables (voir section 3.2.3).

avec [30, 31]; toutefois, nous pouvons constater que les données récoltées à HERA n'atteignent pas encore ce régime asymptotique.

Par ailleurs, nous pouvons également observer sur la figure 3.13 que nos courbes passent également par les points expérimentaux de photoproduction alors que rien ne laisse envisager que ce modèle soit valide dans cette région.

### 3.4.1 Rapport des sections efficaces longitudinale et transverse.

Dans cette approche, l'amplitude longitudinale est proportionnelle à l'amplitude transverse (eq. 3.36). L'évolution du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse en fonction de $Q^2$, est la suivante (fig. 3.12) :

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{Q^2}{m_V^2} \tag{3.59}$$

Nous savons que, sous la condition d'invariance de jauge, ce rapport doit être proportionnel à $Q^2$ lorsque la virtualité du photon est proche de zéro. Notre modèle répond à cette attente, mais il prédit également que ce comportement linéaire en $Q^2$ subsiste pour toutes les valeurs de $Q^2$. Les mesures expérimentales, par contre, semblent indiquer que cette croissante s'affaiblit lorsque $Q^2$ augmente et que le rapport atteint un "plateau" aux environs de $R = 3.5$ pour de grandes valeurs de $Q^2$.
En effet, pour $Q^2 = 10.91$ GeV$^2$, par exemple, nous obtenons pour le méson $\rho^0$ :

$$\begin{array}{rl} R = \dfrac{\sigma_L}{\sigma_T} \approx 18.4 & \text{(modèle)} \\ \text{alors que} \quad R = 3.43\,^{+1.37}_{-0.85} & \text{(H1)} \end{array}$$

La section efficace transverse n'étant pas garantie par le théorème de factorisation, nous sommes en droit de croire que le problème rencontré pour le rapport $R$ est dû à un mauvais comportement de cette section efficace transverse aux grandes valeurs[4] de $Q^2$. Dans le chapitre suivant, l'introduction de l'impulsion de Fermi au niveau de la boucle des quarks mésoniques va modifier la section efficace transverse et par conséquent le résultat obtenu pour ce rapport.

### 3.4.2 Dépendance en énergie de la section efficace élastique.

L'amplitude (3.35) étant proportionnelle à l'énergie $\hat{s}$ (par conséquent $s$), la section efficace ($\sigma \propto |A^2|/s^2$) est clairement indépendante de l'énergie. Ce modèle ne nous permet donc pas de tirer une quelconque conclusion quant à la dépendance en énergie, qui doit provenir des ordres suivants du développement en $\alpha_S$. Nous avons alors fait l'hypothèse que celle-ci pouvait s'introduire, à la main, sous la forme d'un facteur $\mathcal{R}$ tel que

$$\sigma_{\text{ajusté aux mesures}} = \mathcal{R}\sigma_{\text{th}}. \tag{3.60}$$

[4]Ce *mauvais* comportement de la section efficace transverse à grand $Q^2$ influence peu la dépendance en $Q^2$ de la section efficace $\sigma \simeq \sigma_T + \sigma_L$, $\sigma_L$ étant dominante dans cette région.

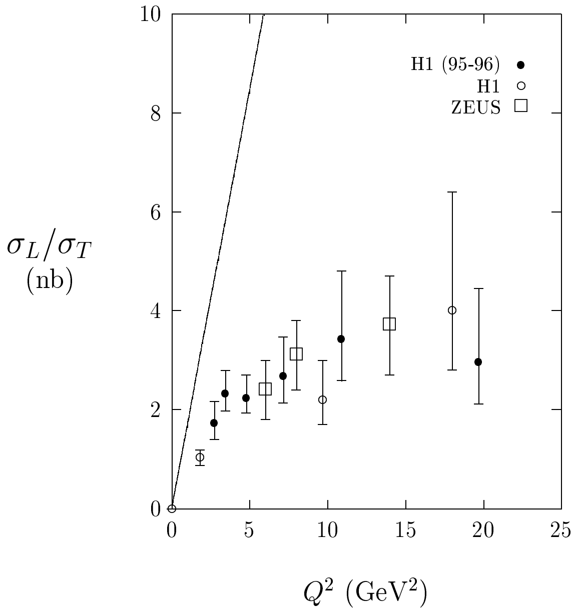



**Figure 3.12:** Evolution du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse en fonction de $Q^2$. On constate l'évolution proportionnelle à $Q^2$ prédite par le modèle en désaccord avec les données expérimentales de H1 et ZEUS.

Sur la figure 3.13, nous présentons les résultats obtenus pour la dépendance en $Q^2$ et $m_V$ des différentes sections efficaces mesurées à HERA ($\rho$, $\phi$ et $J/\psi$). Nous constatons qu'un facteur commun $\mathcal{R}$ est consistant avec les données relevées à HERA pour ces trois types de mésons, et que ce facteur est clairement indépendant de $Q^2$ et de la masse du méson vecteur $m_V$. Sur la figure 3.13, nous avons fixé la valeur de $\mathcal{R}$ pour que les courbes obtenues par notre modèle représentent au mieux les mesures. Nous voyons clairement que ce facteur est indépendant de $Q^2$ et de la masse du méson vecteur $m_V$.

Nous examinerons ce facteur $\mathcal{R}$ et la dépendance en énergie plus en détail dans la section suivante ainsi que dans le chapitre 7; notons simplement à présent que $\mathcal{R}$ n'apparaît qu'en produit avec $\alpha_S^2$.

### 3.4.3 Evolution de $\alpha_S$.

Ce travail est réalisé au premier ordre de la théorie des perturbations; ce qui se justifie lorsque la constante de couplage chromodynamique $\alpha_S$ est petite. $\alpha_S = g^2/(4\pi)$ mesure la force de couplage d'un gluon avec un quark et dépend de la séparation entre les deux particules chargées que relie le gluon. La figure 3.14 symbolise le propagateur d'un gluon, au premier ordre en $\alpha_S$. Cependant cette représentation n'est pas exacte; le gluon, beaucoup plus complexe, peut être formé de plusieurs boucles. Le groupe de renormalisation resomme toutes ces contributions, et entraîne l'expression suivante pour $\alpha_S$,

$$\alpha_S(\mu^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f)\ \log(\mu^2/\Lambda^2_{\mathrm{QCD}})} \tag{3.61}$$

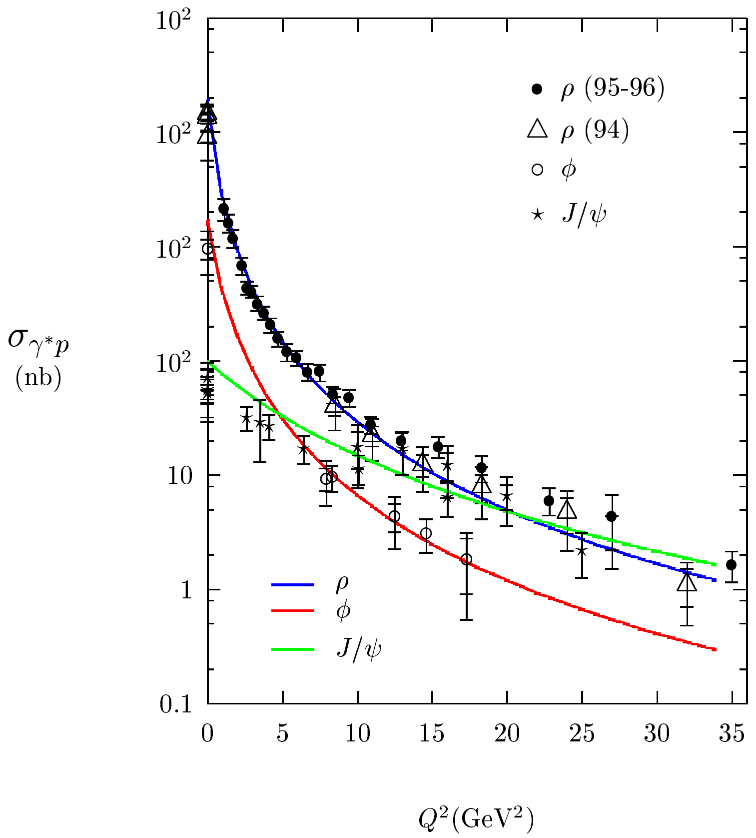



**Figure 3.13:** Sections efficaces de production des mésons $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$ en fonction de $Q^2$, comparées aux données de HERA dans les domaines cinématiques : $40 < \sqrt{s} < 140$ GeV pour les mésons $\rho$ et $\phi$ et $40 < \sqrt{s_{J/\psi}} < 150$ GeV pour le méson $J/\psi$ [3, 18, 19, 15, 17, 21].

qui reflète ainsi l'évolution de la constante de couplage avec une certaine échelle $\mu^2$. Le paramètre $\Lambda_{\rm QCD}$ doit être déterminé par l'expérience; dans nos calculs nous utiliserons une valeur vraissemblable $\Lambda_{\rm QCD} = 0.2$ GeV.
Lorsque $\mu^2$ augmente, $\alpha_S$ décroît, la théorie des perturbations n'est applicable que pour $\mu^2 \gg \Lambda^2_{\rm QCD}$.

Nous ne connaissons pas l'échelle à utiliser pour $\mu^2$; nous pourrions tout aussi bien choisir :

$$\alpha_S(m_V^2 + k^2),\ \alpha_S(k^2),\ \alpha_S(Q^2),\ \alpha_S(m_V^2 + Q^2). \tag{3.62}$$

Seul le calcul des ordres suivants de la théorie permettrait de déterminer l'échelle à utiliser pour $\alpha_S$.

C'est pourquoi, dans le cadre de la production du méson $\rho$, nous avons effectué les calculs des amplitudes pour trois choix différents de $\alpha_S$ :

1. Le couplage $\alpha_S$ se présente au vertex entre les gluons et les quarks qu'ils relient, il semble alors naturel d'utiliser l'impulsion des gluons comme échelle $\mu^2 \equiv k^2$ ou $(k-\Delta)^2$. Cependant lorsque $k^2 \to 0$, $\alpha_S(k^2)$ explose. Nous devons donc limiter $\alpha_S$ à une valeur $\bar{\alpha}_S$, qui ne peut, malgré tout, être

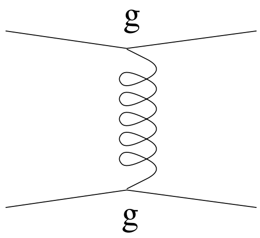



**Figure 3.14:** Propagateur du gluon.

fixée indépendamment du facteur $\mathcal{R}$ rencontré au paragraphe précédent. En pratique, nous avons arbitrairement fixé la limite supérieure sur $\alpha_S$ en $\bar{\alpha}_S = 0.7$, et calculé le facteur $\mathcal{R}$ de façon à reproduire au mieux les mesures de la section efficace de production du méson $\rho$ à HERA. Le meilleur ajustement obtenu avec les mesures de H1 [3] et ZEUS [17] a conduit à la valeur $\mathcal{R} = 1.63$.

2. D'autre part, si nous considérons une réaction inclusive, l'amplitude est intégrée sur l'impulsion des gluons. On peut donc considérer que puisque dans l'ensemble l'impulsion des gluons n'apparaît plus, les seules échelles disponibles sont données par la virtualité du photon et la masse du méson vecteur : $Q^2 + m_V^2$.

3. En troisième lieu, nous avons décidé de ne pas inclure d'échelle dans $\alpha_S$ et de fixer simplement $\mathcal{R}\alpha_S^4$ pour reproduire au mieux la section efficace. Ce faisant, nous avons obtenu $\mathcal{R}\alpha_S^4 = 0.43$.

Les résultats que nous présentons dans le chapitre suivant sont obtenus pour un couplage $\alpha_S$ qui évolue avec l'impulsion des gluons comme échelle dans l'équation (3.61). Sur la figure (3.15) nous présentons l'erreur théorique engendrée par ce choix sur notre prédiction de la section efficace de production du méson $\rho$. Les trois courbes représentent les résultats obtenus pour les trois choix envisagés plus haut pour $\alpha_S$. Dans chacun des cas, $\alpha_S$ est étroitement lié au facteur R.

Nous avons également constaté que la contribution dominante, avec $\alpha_S(k^2)$, vient principalement des gluons de faible impulsion. Le rapport de la section efficace imputée à des gluons d'impulsion supérieure à 1 GeV$^2$, et de la section efficace $\gamma^* p$ est représenté sur la figure 3.16 en fonction de $Q^2$. Comme nous pouvons le constater, ce rapport reste toujours inférieur à 10%.
Les bons résultats de ce modèle perturbatif dans une région de faible virtualité pour les gluons indiquent que le vertex au niveau des gluons est simplement $\gamma_\mu$ et que les effets non perturbatifs qui pourraient le modifier sont négligeables. Par ailleurs, choisir un propagateur plus compliqué pour les gluons n'apporterait rien de plus mais modifierait la dépendance en $t$.

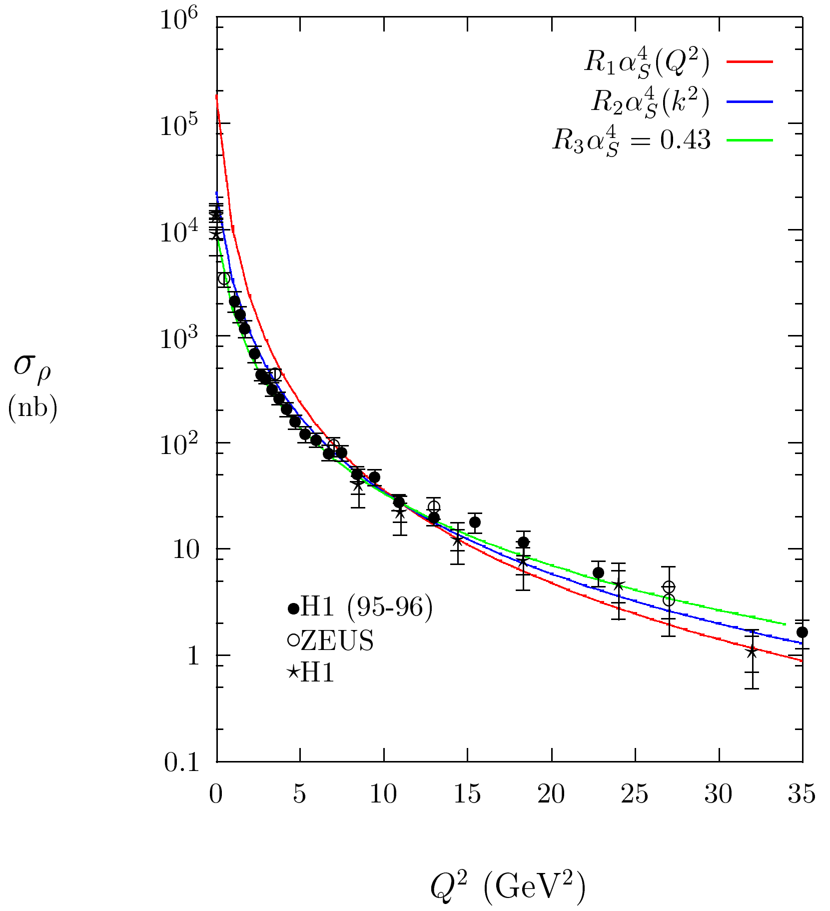



**Figure 3.15:** Représentation de l'erreur théorique issue du choix de l'échelle utilisée dans la définition de $\alpha_S$. Les trois courbes représentent les solutions obtenues pour la section efficace pour trois choix différents de $\mathcal{R}\alpha_S^4$. Les ajustements qui reproduisent au mieux les mesures expérimentales sont obtenus avec $\mathcal{R}_1 \sim 30.3$, $\mathcal{R}_2 \sim 1.63$ et $\mathcal{R}_3\alpha_S^4 = 0.43$ fixé.

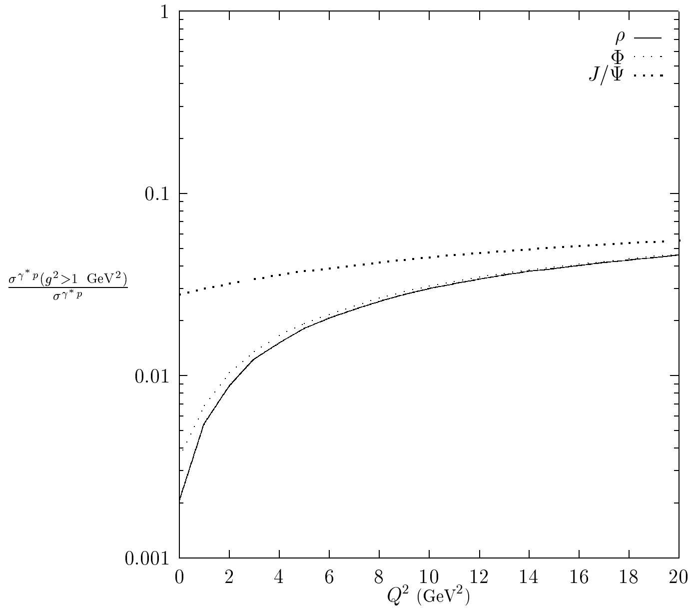



**Figure 3.16:** Evolution en $Q^2$ du rapport de la section efficace, imputée à des gluons d'impulsion supérieure à 1 GeV$^2$, et de la section efficace $\gamma^* p$.

# Chapitre 4

# Introduction de l'impulsion de Fermi.

En dépit de sa simplicité, le modèle décrit ci-dessus reproduit étonnamment bien la plupart des phénomènes observés expérimentalement : la dépendance vis-à-vis de la masse des sections efficaces découle tout naturellement des calculs ainsi que leur dépendance en $Q^2$. Ce modèle fonctionne même pour les données en photoproduction ($Q^2 = 0$). Malheureusement, il ne permet pas de reproduire le rapport des sections efficaces longitudinale et transverse $R = \sigma_L/\sigma_T$ dont la prédiction est de l'ordre d'un facteur 8 fois plus grande que les données expérimentales. A grand $Q^2$, $\sigma_L$ étant beaucoup plus grand que $\sigma_T$, les sections efficaces totales ne sont pas affectées par ce problème. Ce désaccord indique néanmoins clairement que ce premier modèle est loin d'être parfait.

Une amélioration évidente est l'introduction de l'impulsion de Fermi dans la boucle de quarks au niveau de la transition $\gamma^* \to V$ qui, comme nous allons le voir dans ce chapitre, nous permet non seulement de préserver les bons résultats précédents mais également de reproduire le rapport $\sigma_L/\sigma_T$.

Dans la section 1, nous introduisons le formalisme général que nous utiliserons pour décrire le processus et les quarks contenus dans le méson vecteur. Dans la section 2, nous donnons la forme de l'amplitude générale que nous calculerons en détail dans la limite des hautes énergies dans la section 3. La section 4 énumère quelques propriétés prédites pour les amplitudes. La section 5 analyse le rôle du quark hors couche et la section 6 reprend en détail la normalisation qui relie la définition utilisée pour le méson et la largeur de désintégration du méson mesurable expérimentalement. Enfin, la section 7 présente trois cas particuliers du modèle.

## 4.1 Description du processus.

### 4.1.1 Cinématique.

Dans cette seconde approche du modèle, nous conservons les deux hypothèses fondamentales du modèle précédent, selon lesquelles le processus est dominé par le couplage de deux gluons aux états de Fock les plus bas du méson vecteur et aux quarks de valence du proton. Nous supposons que les gluons se couplent aux quarks constituants du méson et que le couplage direct des gluons au vertex V est négligeable[1].

En s'appuyant sur le théorème de Collins-Frankfurt-Strikman [35], notre processus est entièrement décrit par un terme de diffusion "dure"[2] , une fonction de vertex pour le méson, l'échange d'un singulet de couleur et un facteur de forme pour le proton. La fonction de structure non-diagonale, identique à celle utilisée dans l'approche précédente, vient de la convolution de cet échange de deux gluons avec le facteur de forme du proton, qui annule partiellement la divergence infrarouge.

Les deux diagrammes dominants qui décrivent le processus sont repris à la figure 4.1 avec les notations utilisées. Le photon possède une quadri-impulsion $q$,

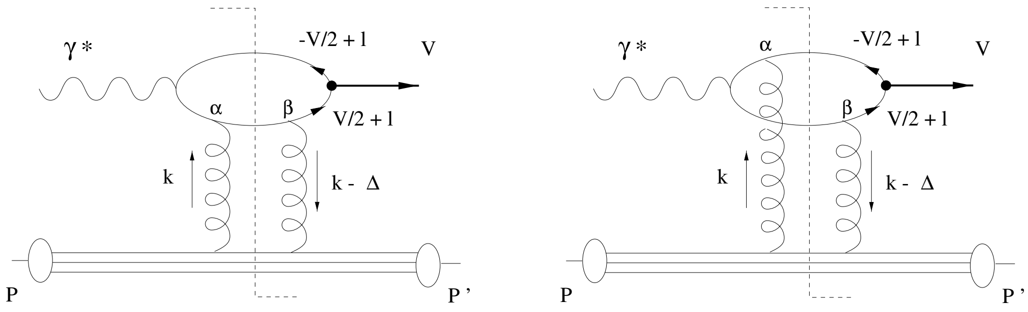



**Figure 4.1:** Les deux diagrammes qui contribuent à la transition $\gamma^* p \to Vp$. Les lignes en traits discontinus représentent les coupures qui placent les états intermédiaires sur leur couche de masse.

telle que $q.q = -Q^2$, et une polarisation $\epsilon$. La quadri-impulsion et le vecteur de polarisation du méson vecteur sont respectivement indiqués par $V = (q + \Delta)$ et $e$. Les quarks qui composent le méson sont pour leur part désignés par leur quadri-impulsion $v + l$ et $-v + l$ avec $v = V/2$ et sont de masse $m_q$. Nous avons de plus, comme précédemment, $t = \Delta^2$, $V^2 = m_V^2$ et $\Delta.q = (m_V^2 - t + Q^2)/2$.

Comme nous ne nous intéressons pas en détail au proton diffusé, nous suivons le même raisonnement que dans le chapitre précédent [45] : l'impulsion du quark dans le proton est donnée par $p = P/3$, nous faisons toujours l'hypothèse que sa masse est négligeable et que ce dernier se trouve sur sa couche de masse $p.p = 0$. Nous travaillons continuellement dans la limite des hautes valeurs de l'énergie $s$, en écrivant $p.q \approx (p + q)^2/2 \equiv \hat{s}/2$, où nous avons défini $\hat{s} \simeq s/3$ au niveau

[1]En général, ce n'est pas le cas, puisque le vertex provient d'une resommation non perturbative de diagrammes incluant des quarks et des gluons, auxquels des gluons perturbatifs peuvent en général se coupler directement. En fait, en toute généralité ces diagrammes sont probablement nécessaires pour obtenir l'invariance de jauge de l'amplitude [54]. Cependant, comme nous allons le montrer dans la suite, ces termes ne contribuent pas lorsqu'on se trouve à grande énergie.

[2]Nous négligeons les échanges "mous" (soft) [35], c'est-à-dire les échanges directs entre le proton et le méson.

des quarks dans le proton. Cette distinction ne fera cependant aucune différence étant donné que l'expression finale que nous obtenons pour la section efficace est, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, indépendante de l'énergie. C'est pourquoi dans la suite, nous utiliserons abusivement la variable $s$ à la place de $\hat{s}$.

### 4.1.2 La fonction de vertex pour le méson vecteur.

Le processus qui génère le méson vecteur et l'amplitude de transition $q\bar{q} \to V$ sont traités ensemble par l'introduction d'une fonction de vertex. En général, ce vertex peut dépendre des quadri-impulsions du méson, du quark et de l'antiquark, respectivement données par : $V \equiv 2v$, $v+l$, et $v-l$, ainsi que de $\gamma_\mu$ (structure tensorielle la plus probable si on considère que l'hélicité entre le méson et le photon est conservée[3]). En incluant le propagateur des quarks qui arrivent au vertex, nous définissons la fonction suivante pour le vertex :

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu \, \frac{1}{(v+l)^2 - m_q^2} \, \frac{1}{\sqrt{3}} \Phi(l). \tag{4.1}$$

Le facteur $1/\sqrt{3}$ vient de la fonction d'onde de couleur du méson : $1/\sqrt{3}(R\bar{R} + B\bar{B} + G\bar{G})$. La fonction $\Phi$ est inconnue, elle dépend en général des produits scalaires $V.V$, $V.l$ et $l.l$. Cependant, puisque dans notre cas, un des quarks se trouve sur sa couche de masse[4], tout comme le méson vecteur, seulement un de ces trois produits scalaires est indépendant. Nous faisons donc l'hypothèse que la fonction de vertex $\Phi$ ne dépend que de la quadri-impulsion relative $l$. La différence entre cette fonction de vertex et la fonction d'onde du formalisme habituel est que dans cette approche, le deuxième quark d'impulsion $v+l$ n'est pas traîté comme "à priori" sur couche.

Dans la suite, nous ferons l'hypothèse que la fonction $\Phi$ peut être approximée, pour des états $1s$, par une gaussienne décroissante, multipliée par une constante de normalisation N. Par ailleurs, la même fonction de vertex contrôle la désintégration du méson $V \to e^+e^-$; nous pourrons donc déterminer la constante N de façon à ce qu'elle reproduise correctement la mesure de la largeur de désintégration (voir section 4.6).

---

[3]Ce n'est que tout récemment que les mesures expérimentales plus précises effectuées pour le processus $\gamma^* p \to Vp$ à HERA, ont permis de mettre en évidence une violation de l'hypothèse de conservation de l'hélicité entre le photon et le méson vecteur. Celle-ci reste cependant faible ($\leq 10\%$). Il n'est donc pas incorrect de choisir cette forme simple pour la structure du tenseur au vertex $q\bar{q} \to V$. Ce choix est par ailleurs naturel par analogie avec l'interaction de Compton.

[4]Pour calculer l'amplitude nous utilisons les règles de Cutkovsky (annexe C) qui placent les quarks coupés (fig. 4.1) sur leur couche de masse. Nous verrons les calculs plus en détail dans la suite.

## 4.2 Calcul de l'amplitude.

Le calcul de l'amplitude s'effectue comme précédemment. L'amplitude étant proportionnelle à l'énergie[5]$s$, est purement imaginaire[6]. Nous utilisons alors les règles de Cutkovsky en calculant de préférence la discontinuité de celle-ci en ses propagateurs coupés (voir lignes en traits discontinus sur la figure 4.1). Nous avons alors :

$$\mathcal{I}\text{m } \mathcal{A} = \frac{1}{2i}\text{Disc}\mathcal{A} \tag{4.2}$$

### 4.2.1 La boucle photon-méson vecteur.

Nous faisons l'hypothèse que nous pouvons utiliser des quarks perturbatifs dans les boucles supérieures des diagrammes (fig. 4.1) ou que, de façon équivalente, les effets non-perturbatifs peuvent être réabsorbés dans la fonction de vertex[7]. Les boucles supérieures des graphes sont alors décrites par les traces suivantes :

$$\begin{aligned} T_1^{\alpha\beta} &= Tr\{\Phi(l)\ \gamma.e[\gamma.(v+l)+m_q]\gamma^\beta[\gamma.(q-v+l+k)+m_q]\gamma^\alpha \\ &\times\ [\gamma.(q-v+l)+m_q]\gamma.\epsilon[\gamma.(-v+l)+m_q]\}, \qquad (4.3) \\ T_2^{\alpha\beta} &= Tr\{\Phi(l)\,\gamma.e[\gamma.(v-l)+m_q]\gamma^\alpha[\gamma.(v-k-l)+m_q]\gamma.\epsilon \\ &\times\ [\gamma.(v-q-k-l)+m_q]\gamma^\beta[\gamma.(-v-l)+m_q]\}. \qquad (4.4) \end{aligned}$$

Une des lignes de quark reliées au photon se trouve hors-couche et est décrite par une expression différente dans les deux diagrammes. Le propagateur de cette dernière dans le premier diagramme est le suivant :

$$\begin{aligned} P_1 &= (q-v+l).(q-v+l)-m_q^2, \\ &= (l.l+2l.q-2l.v-2q.v+\frac{m_V^2}{4}-m_q^2-Q^2), \end{aligned} \tag{4.5}$$

alors que dans le second diagramme, il s'écrit :

$$\begin{aligned} P_2 &= (-v+l+k).(-v+l+k)-m_q^2, \\ &= (k.k+2k.l-2k.v+l.l-2l.v+\frac{m_V^2}{4}-m_q^2). \end{aligned} \tag{4.6}$$

Les règles de Cutkovsky (annexe C) placent les deux quarks intermédiaires (coupés par la ligne en traits discontinus sur les diagrammes 4.1) sur leur couche de masse, ce qui entraîne les relations suivantes :

$$\begin{aligned} P_3 = &\quad 0 = (-v+l)^2 - m_q^2 \\ \Longrightarrow &\quad l.q = -\Delta.l + l.l + m_V^2/4 - m_q^2, \end{aligned} \tag{4.7}$$

[5]La seule chose qui change dans ce modèle par rapport au précédent est la façon de traiter la transition $\gamma \to q\bar{q} \to V$. Le formalisme d'échange de deux gluons perturbatifs couplés au proton par un facteur de forme reste identique. Nous n'avons pas utilisé une fonction de distribution en $xG(x)$ pour les gluons dans le proton (cette fonction aurait introduit une dépendance supplémentaire en fonction de $s$ à partir de $x \approx Q^2/s$). Dans ce modèle, l'amplitude est donc également proportionnelle à $s$.

[6]En reprenant les arguments développés dans l'annexe C.

[7]Les complications qu'entraîne la prise en compte des effets non perturbatifs dans la définition des quarks sont inutiles pour décrire les données, puisque ce modèle y parvient parfaitement comme nous pourrons le voir ultérieurement.

$$\begin{aligned} P_4 = \quad & 0 = (q + l + k - v)^2 - m_q^2 \\ \Longrightarrow \quad & k.q = \Delta.k + \Delta.q - k.k - 2k.l - 2l.q \ . \end{aligned} \tag{4.8}$$

Chose nouvelle dans ce modèle, un des quarks qui constitue le méson est en général non coupé; la fonction de vertex (4.1) introduit un propagateur supplémentaire :

$$P_5 = (v + l)^2 - m_q^2 = 2(l.l + m_V^2/4 - m_q^2). \tag{4.9}$$

La somme des deux diagrammes coupés donne alors :

$$T^{\alpha\beta} = [\frac{T_1^{\alpha\beta}}{P_1} + \frac{T_2^{\alpha\beta}}{P_2}]\frac{(2\pi)^2\delta(P_3)\delta(P_4)}{P_5}. \tag{4.10}$$

### 4.2.2 Conservation du courant.

Une des conséquences de l'invariance de jauge est que la contraction de la boucle supérieure avec l'impulsion des lignes externes est nulle. Dans notre cas, nous obtenons effectivement (fig. 4.1) :

$$T^{\alpha\beta}(\epsilon \to q) = 0, \text{ et} \tag{4.11}$$

$$k_\alpha T^{\alpha\beta} = 0. \tag{4.12}$$

Cependant nous n'obtenons pas exactement la conservation du courant au niveau du quark mésonique libre d'être hors-couche :

$$(k - \Delta)_\beta T^{\alpha\beta} \sim l.v \neq 0. \tag{4.13}$$

Dans le cas où un photon remplace le méson, on retrouve explicitement la conservation du courant au vertex $\beta$ en croisant les deux côtés du diagramme [55], et en appliquant la substitution :

$$T \to \frac{1}{2}[T(l) + T(l \to \Delta - k - l)]. \tag{4.14}$$

Dans notre cas, cependant, suite à la présence d'une fonction de vertex (eq. 4.1) qui dépend de la variable $l$, une telle substitution est impossible et la conservation du courant au vertex $\beta$ est, dans ce cas, généralement absente.

La conservation du courant pourrait néanmoins être imposée en plaçant le second quark issu du méson $v + l$ sur sa couche de masse. L'amplitude se décompose alors en deux processus physiques : $\gamma gg \to \bar{q}q$ and $\bar{q}q \to V$, ce qui entraîne la conservation du courant et assure l'invariance de jauge. Cette approche est habituellement suivie dans le formalisme des fonctions d'onde mais ne conduit pas aux résultats observés expérimentalement (pour le rapport $R = \sigma_L/\sigma_T$), comme nous le montrerons dans la suite (section 4.7).

Nous poursuivrons une autre route, en conservant la dépendance de jauge du propagateur des gluons :

$$\begin{aligned} g^{\mu\nu} \quad & \to \quad g^{\mu\nu} + \lambda\frac{k^\mu k^\nu}{k.k} \text{ ou} \\ g^{\mu\nu} \quad & \to \quad g^{\mu\nu} + \lambda\frac{(k-\Delta)^\mu(k-\Delta)^\nu}{(k-\Delta).(k-\Delta)} \end{aligned} \tag{4.15}$$

où $\lambda$ désigne le paramètre de jauge, et en s'assurant explicitement qu'elle s'annule dans la limite des grandes valeurs de l'énergie $s$. Comme nous allons le voir, les termes dominants viennent de termes pour lesquelles l'impulsion des quarks de la boucle supérieure est contractée avec l'impulsion des lignes de quarks de la boucle inférieure. Les termes proportionnels à $g_{\mu\nu}$ dans le propagateur sont donc supérieurs d'un facteur $s$ par rapport aux termes contenant $k_\mu$ ou $k_\nu$, (puisque l'impulsion des gluons est principalement transverse, voir le chapitre précédent). Dans la limite des hautes énergies, l'amplitude est également invariante de jauge au vertex $\beta$.

### 4.2.3 L'amplitude totale du processus.

Dans le but d'obtenir l'amplitude au complet, nous devons à présent ajouter à la partie précédente (eq. 4.10) la contribution des lignes du proton et des propagateurs des gluons. Le proton est à nouveau modélisé par ses trois quarks constituants, et nous introduisons, comme pour la première approche, les deux facteurs de forme $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$ définis dans l'annexe F [41, 45].

Pour passer d'un processus au niveau des quarks à un processus au niveau du proton, nous multiplions l'amplitude par le facteur de forme $\mathcal{F}(k,\Delta) = 3(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)$. La contribution dominante[8] de la ligne de quark inférieure étant $4p^\alpha p^\beta$, nous obtenons l'expression suivante pour l'amplitude (en utilisant 4.10) :

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} &= \frac{2}{3}(4\pi\alpha_S)^2\ g_{elm}e_Q \\
&\times \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\mathcal{F}(k,\Delta)\ \frac{1}{\sqrt{3}}\Phi\,(l) \\
&\times \frac{[4(p_\alpha p_\beta)(g^{\alpha\tau}+\lambda\frac{k^\alpha k^\tau}{k.k})(g^{\beta\mu}+\lambda\frac{(k-\Delta)^\beta(k-\Delta)^\mu}{(k-\Delta).(k-\Delta)})\ T_{\tau\mu}]}{k^2(k-\Delta)^2}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

$\lambda$ représentant le paramètre de jauge et $e_Q g_{elm} = e_Q\sqrt{4\pi\alpha_{elm}}$ le couplage électromagnétique des différents mésons vecteurs, avec : $e_Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ pour le méson $\rho$, $-1/3$ pour le méson $\phi$ et $2/3$ pour le $J/\psi$ [31, 42].

## 4.3 La limite des hautes énergies.

Pour prendre la limite des grandes valeurs de l'énergie $s$, nous allons utiliser la décomposition en variables de Sudakov, c'est-à-dire que, comme dans le chapitre précédent, nous allons réécrire les vecteurs du problème en termes de $p$ et $q$ et définir la direction transverse, notée avec un petit $t$ indicé, comme étant orthogonale à la fois à $p$ et à $q$.

Nous réécrivons tout d'abord les expressions des vecteurs de polarisation. La polarisation transverse du photon est simplement donnée par un vecteur unité

[8] La contribution dominante de la ligne de quark inférieure a été calculée précédemment dans la section 3.1.1.4 et reste identique dans cette approche.

dans le plan transverse. Par contre la polarisation transverse du méson est plus compliquée, puisque le plan transverse (indice $t$) est défini par rapport à $q$ et $p$. En résolvant $e.e = -1$, $e.v = 0$, $\epsilon.\epsilon = 1$ et $\epsilon.q = 0$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \epsilon_L &= \frac{2Q}{s}\ p + \frac{1}{Q}\ q, &(4.17)\\ \epsilon_T &= \epsilon_t, &(4.18)\\ e_L &= \frac{-m_V^2 + Q^2 - t}{m_V s}\ p + \frac{t+s}{m_V s}\ q + \frac{\Delta_t}{m_V}, &(4.19)\\ e_T &= e_t - \frac{2\Delta_t.e_t}{s}\ p, &(4.20)\end{aligned}$$

où l'indice $T$ indique la transversalité du vecteur par rapport à la direction de l'impulsion de la particule dont il définit la polarisation, et l'indice $t$ indique la transversalité par rapport au plan déterminé par les impulsions du photon et du proton.

En prenant en compte les conditions de couche de masse (eqs. 4.7 et 4.8), nous pouvons développer les quadri-vecteurs et les différentes parties de l'intégrand :

$$\Delta = \frac{m_V^2 + Q^2 - t}{s}\ p + \frac{t}{s}\ q + \Delta_t, \tag{4.21}$$

$$l = \frac{(2\Delta_t - l_t).l_t + \beta((\beta-1)Q^2 + m_V^2 - t) - m_V^2 + \mu_q^2}{2(\beta-1)\ s}\ p + \frac{\beta}{2}\ q + \frac{l_t}{2}, \tag{4.22}$$

$$d^4l\ \delta_+((v-l).(v-l) - m_q^2) = \frac{1}{8(1-\beta)}\ d\beta d^2l_t\ \theta(1-\beta), \tag{4.23}$$

avec $\mu_q = 2m_q$, et

$$\begin{aligned} k = &\frac{2[(1-\beta^2)Q^2 - t + \mu_q^2 - l_t.(l_t - 2\Delta_t)] - k_t.(-k_t + 2l_t - 2\Delta_t)(1-\beta)}{2(1-\beta^2)s} p\\ &+ \frac{k_t^2}{4s}\ q + \frac{k_t}{2}, &(4.24)\end{aligned}$$

$$d^4k\ \delta_+((q - v + l + k)^2 - m_q^2)\ \delta_+((p-k)^2) = \frac{1}{4(\beta+1)\ s}\ d^2k_t\ \theta(1+\beta). \tag{4.25}$$

Les propagateurs deviennent alors :

$$\begin{aligned} P_5 &= 2l^2 + \frac{m_V^2 - \mu_q^2}{2}, &(4.26)\\ k^2 &= \frac{k_t^2}{4}, &(4.27)\\ (k-\Delta)^2 &= -\Delta_t.k_t + \frac{k_t^2}{4} + t. &(4.28)\end{aligned}$$

Après élimination, par intégration, des fonctions $\delta(P_3)$ et $\delta(P_4)$ de l'équation (4.10) et en utilisant les équations (4.23) et (4.25), l'amplitude s'écrit :

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{(T,L)} &= \frac{2}{3}(4\pi\alpha_S)^2 \; g_{elm} \; e_Q \; s \\
&\times \int \frac{d^2k_t}{(2\pi)^2} \int \frac{d\beta \; d^2l_t}{(2\pi)^3} \\
&\times \mathcal{F}(k,\Delta) \; \frac{1}{\sqrt{3}}\Phi\,(l) \;\; \bar{A}_{(T,L)}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

L'indice $T$ désigne ici l'amplitude de production d'un méson transverse par un photon polarisé de façon transverse, l'indice $L$ désigne l'amplitude de production d'un méson longitudinal par un photon longitudinal. $\bar{A}_{(T,L)}$ contient le propagateur $P_5$ introduit par la fonction de vertex.

Le terme dominant en $s$ pour les deux amplitudes $\bar{A}_{(T,L)}$ est donné par :
$\bar{A}_T = N_T/D$ et $\bar{A}_L = N_L/D$ avec

$$\begin{aligned}
D &= (2\beta\Delta_t.l_t - l_t.l_t + \mu_q^2 + (\beta^2-1)m_V^2 - t\beta^2) \\
&\times ((1-\beta^2)Q^2 + \mu_q^2 - t - (l_t + k_t - 2\Delta_t).(l_t + k_t)) \\
&\times ((1-\beta^2)Q^2 + (2\Delta_t - l_t).l_t + \mu_q^2 - t) \\
&\times (4\Delta_t.k_t + k_t.k_t - 4t)k_t.k_t
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
N_L &= \frac{4(1-\beta^2)\;Q}{m_V}[m_V^2(\beta^2-1) + t\beta^2 - \mu_q^2 + l_t.(l_t - 2\beta\Delta_t)] \\
&\times k_t.(2l_t + k_t - 2\Delta_t)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

$$\begin{aligned}
N_T &= 8\epsilon_{t\mu}e_{t\nu} \\
&\times \{[-\Delta_t^\mu\Delta_t^\nu(\beta+1)\beta + \Delta_t^\mu l_t^\nu\beta - l_t^\mu l_t^\nu(\beta+1) + l_t^\mu\Delta_t^\nu(\beta^2+\beta+1)] \\
&\qquad (k_t + 2l_t - 2\Delta_t).k_t(1-\beta) \\
&\quad +[-\beta\Delta_t^\mu k_t^\nu - k_t^\mu l_t^\nu\beta^2 + k_t^\mu\Delta_t^\nu\beta^3 + l_t^\mu k_t^\nu] \\
&\quad \times[t - \mu_q^2 - (1-\beta^2)Q^2 + l_t.l_t - 2\Delta_t.l_t] \\
&\quad -g^{\mu\nu}[-k_t.(k_t+l_t)(l_t.l_t - \mu_q^2) - (1-\beta^2)k_t.l_tQ^2 \\
&\qquad +\Delta_t.\left((\mu_q^2 - l_t.l_t)(\beta-2)k_t + ((\beta+1)k_t.k_t + 2\beta k_t.l_t - 2\Delta_t.k_t)l_t\right) \\
&\qquad +tk_t.(\Delta_t\beta - k_t\beta - 2l_t\beta + l_t) \\
&\qquad +(1-\beta^2)\beta\Delta_t.k_tQ^2]\}
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Pour poursuivre nos calculs, nous choisissons deux vecteurs de polarisation orthogonaux dans le cas transverse (en fait, nous choisissons ici une définition linéaire des vecteurs de polarisation) ce qui nous conduit à priori à quatre amplitudes transverses, puisque les vecteurs polarisations peuvent chacun être soit parallèle soit orthogonal à une direction fixe dans le plan transverse (fig. 4.2). Cependant, comme nous le verrons dans le chapitre 6, les amplitudes "non-diagonales", c'est-à-dire celles pour lesquelles le photon et le méson possèdent des vecteurs de polarisations orthogonaux ($\mathcal{A}(\epsilon_1^\gamma, e_2^V)$, $\mathcal{A}(\epsilon_2^\gamma, e_1^V)$), sont beaucoup plus petites que les autres; de plus pour $t = 0$ ces dernières s'annulent explicitement après intégration angulaire. Nous les négligerons ici.

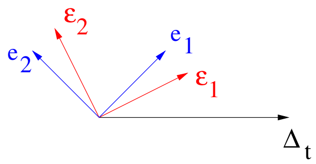



**Figure 4.2:** Représentation des deux polarisations linéaires pour le photon $\epsilon_n$ et le méson vecteur $e_n$.

## 4.4 Propriétés des amplitudes et des sections efficaces.

Comme on peut le constater, les expressions obtenues pour $\bar{A}_{(T,L)}$ sont longues et lourdes à discuter de façon analytique. Néanmoins pour donner un aperçu du comportement de ces amplitudes, nous allons poursuivre les calculs de façon analytique en nous concentrant sur le cas particulier $t = 0$. Nous donnerons dans le chapitre suivant les résultats numériques généraux intégrés sur les différentes valeurs de $t$.

Nous pouvons dès à présent effectuer les intégrales angulaires[9] et constater que, en $t = 0$, les deux amplitudes transverses restantes deviennent égales. Nous restons donc avec deux amplitudes, une transverse $d\bar{A}_T$ et une longitudinale $d\bar{A}_L$, à intégrer sur $\beta$, $\mathbf{k_t}^2$ et $\mathbf{l_t}^2$. Ici, nous utilisons des caractères gras pour indiquer les vecteurs euclidiens dans le plan transverse, c'est-à-dire, $k_t^2 = -\mathbf{k_t}^2$, etc.

Nous ne pouvons pas effectuer directement l'intégrale sur $\mathbf{k_t}^2$ puisque l'intégrand dépend du facteur de forme du proton $\mathcal{F}(k, (k-\Delta))$ ce qui complique l'expression. Pour calculer l'intégrale sur $\mathbf{l_t}^2$, nous effectuons le changement de variable $\mathbf{l_t}^2 \to l^2$, cette dernière étant la variable qui entre dans la fonction de vertex $\Phi(l)$, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \mathbf{l_t}^2 &= -4(1-\beta)\, l^2 + \beta(1-\beta)m_V^2 - \beta\mu_q^2 \\ &= (1-\beta^2)m_V^2 - \mu_q^2 + 2(\beta-1)\mathcal{P} \end{aligned} \tag{4.34}$$

où $\mathcal{P}$ représente implicitement le propagateur :

$$P_5 = 2l^2 + \frac{m_V^2 - \mu_q^2}{2} + i\epsilon \equiv \mathcal{P}. \tag{4.35}$$

Nous discuterons de son influence dans la suite.

En définissant, pour simplifier l'écriture :

[9] Les intégrales angulaires sont les intégrales sur l'angle $\varphi$ défini entre la direction de l'impulsion $\Delta$ transférée au proton et l'impulsion du gluon $k$, et l'angle $\psi$ défini entre la direction de $\Delta$ et de l'impulsion relative $l$ des quarks qui constituent le méson. Nous avons :

$$d^2k_t = \frac{1}{2}\, d\mathbf{k}_t^2\, d\varphi, \text{ et } d^2l_t = \frac{1}{2}\, d\mathbf{l}_t^2\, d\psi. \tag{4.33}$$

$$\begin{aligned} L^2 &= (1-\beta^2)(Q^2+m_V^2) - 2(1-\beta)\mathcal{P}, \\ M^2 &= 2(1-\beta^2)m_V^2 - 2(1-\beta)\mathcal{P}, \\ K^4 &= (L^2+\mathbf{k_t}^2)^2 - 4\mathbf{l}_t^2\mathbf{k_t}^2, \end{aligned}$$

les intégrales angulaires conduisent à :

$$d\bar{A}_L = \frac{-(1-\beta^2)\ Q\ M^2(K^2-L^2)}{(2\pi)^3\ K^2\ L^2\mathbf{k_t}^4 m_V\ \mathcal{P}}\, dl^2\ d\beta\ d\mathbf{k_t}^2, \tag{4.36}$$

$$\begin{aligned} d\bar{A}_T = & \frac{-1}{(2\pi)^3\ K^2L^2\mathbf{k_t}^4\ 2\mathcal{P}}\, dl^2\ d\beta\ d\mathbf{k_t}^2 \\ & \{(K^2-L^2)[(1+\beta^2)(L^2-2\mathbf{l_t}^2) - 4\mu_q^2] - \mathbf{k_t}^2 L^2(1+\beta^2)\ \}, \end{aligned} \tag{4.37}$$

où $\mu_q$ défini plus haut ($\mu_q = 2m_q$) représente la masse des quarks dans la boucle du méson.

La variable $l^2$ est bornée supérieurement par la condition selon laquelle l'énergie des quarks coupés doit être positive $(v+l).v > \frac{m_V\mu_q}{4}$. Nous avons alors :

$$l^2 < \frac{(m_V-\mu_q)^2}{4} \tag{4.38}$$

Nous pouvons déjà à ce stade attirer l'attention sur quelques propriétés des expressions (4.36) et (4.37) :

i) Le comportement de ces deux parties de l'amplitude lorsque $\mathbf{k_t}$ petit est précisément en $1/\mathbf{k_t}^2$. Nous avons :

$$d\bar{A}_T(\mathbf{k_t}\to 0) = \frac{-2[(1+\beta^2)\mathbf{l_t}^2(\mathbf{l_t}^2-L^2) + \mu_q^2(2\mathbf{l_t}^2-L^2)]}{(2\pi)^3\ L^6\mathbf{k_t}^2\mathcal{P}}\, dl^2\ d\beta\ d\mathbf{k_t}^2 \tag{4.39}$$

$$d\bar{A}_L(\mathbf{k_t}\to 0) = \frac{-(1-\beta^2)QM^2(L^2-2\mathbf{l_t}^2)}{(2\pi)^3\ L^6\mathbf{k_t}^2 m_V\mathcal{P}}\, dl^2\ d\beta\ d\mathbf{k_t}^2 \tag{4.40}$$

Cette constatation est essentielle puisqu'elle signifie qu'il ne reste pas de singularité infrarouge dans l'amplitude $\mathcal{A}$ finie en $k_t = 0$. En effet, la divergence restante est, comme dans le chapitre précédent, annulée par le facteur de forme du proton $\mathcal{F}(k,(k-\Delta)) \propto \mathbf{k}_t^2$.

ii) Dans la limite où l'impulsion de Fermi est nulle, on retrouve, comme on pouvait s'y attendre, le rapport $A_L/A_T$ du modèle précédent. En effet :

$$d\bar{A}_T(\beta=0,\mathbf{l_t}=0) = \frac{2\mu_q^2 dl^2 d\beta d\mathbf{k_t}^2}{(2\pi)^3(Q^2+\mu_q^2+\mathbf{k_t}^2)(Q^2+\mu_q^2)\mathbf{k_t}^2\mathcal{P}} \tag{4.41}$$

$$d\bar{A}_L(\beta=0,\mathbf{l_t}=0) = \frac{-\ Q\ (m_V^2+\mu_q^2)dl^2 d\beta d\mathbf{k_t}^2}{(2\pi)^3(Q^2+\mu_q^2+\mathbf{k_t}^2)(Q^2+\mu_q^2)m_V\mathbf{k_t}^2\mathcal{P}} \tag{4.42}$$

Pour $\mu_q^2 = m_V^2$, on retrouve :

$$|\frac{dA_L}{dA_T}| = \frac{Q}{m_V}. \tag{4.43}$$

iii) Il n'y a pas non plus de divergence aux bornes de l'intégrale sur la variable $\beta$. La section efficace longitudinale s'annule explicitement alors que la section transverse tend vers une constante, indépendante de $Q^2$ pour $\beta = -1$.

$$\begin{aligned}
d\bar{A}_T(\beta=-1) &= \frac{(K^2 - L^2 + \mathbf{k_t}^2)}{(2\pi)^3\ K^2\mathbf{k_t}^4\ \mathcal{P}}\ dl^2\ d\beta\ d\mathbf{k_t}^2 && (4.44)\\
d\bar{A}_T(\beta=+1) &= \frac{dl^2\ d\beta\ d\mathbf{k_t}^2}{(2\pi)^3\ \mathbf{k_t}^2\ \mathcal{P}} \times \left[\frac{1}{K^2} + \frac{(m_V^2 - 2Q^2 - 4l^2 + \mu^2)}{\mathbf{k_t}^2(m_V^2 + 2Q^2 - 4l^2 + \mu^2)}\right] && (4.45)\\
d\bar{A}_L(\beta=\pm 1) &= 0 && (4.46)
\end{aligned}$$

## 4.5 Rôle joué par le quark hors-couche.

Nous pouvons à présent effectuer l'intégrale sur $\beta$. En prenant en compte la condition (4.38), nous écrivons $l^2 = (m_V - \mu_q)^2/4 - \zeta^2$. L'équation (4.34) implique que $\mathbf{l_t}^2$ soit positif; par conséquent $\beta$ est contenu entre deux bornes :

$$\beta_\pm = \frac{\pm 2\sqrt{\zeta^2 + \mu_q m_V}\zeta - 2\zeta^2 - \mu_q m_V + m_V^2}{m_V^2}, \quad \beta \in [-1, 1] \text{ (voir eqs. 4.23 et 4.25).} \tag{4.47}$$

La borne supérieure est toujours inférieure à 1 pour $\mu_q \neq 0$ et pour $\zeta$ fini. La borne inférieure sur $\beta$ pourrait pour sa part être inférieure à $-1$. Cette limite inférieure $\beta = -1$ ne sera cependant pas atteinte notamment si :

$$\zeta > \frac{m_V - m_q}{2}. \tag{4.48}$$

L'intégrale sur $\beta$ est donc étroitement reliée à l'intégrale sur $l^2$. Nous allons donc discuter ces deux intégrales simultanément.

Tout d'abord, on constate que l'amplitude possède un pôle en $l^2$ lorsque $\mathcal{P} = 0$,

$$\mathcal{P} = 0 \Rightarrow l^2 = \frac{\mu_q^2 - m_V^2}{4}. \tag{4.49}$$

Ce pôle provient de la fonction de vertex (eq. 4.1) et plus exactement du propagateur $P_5$ du quark laissé libre de se trouver hors de sa couche de masse. Lorsqu'on effectue l'intégrale sur la variable $l^2$, l'amplitude se décompose en deux contributions : une partie dite principale et une contribution provenant de la discontinuité au pôle (4.49). Cette dernière correspond directement à notre modèle précédent pour lequel les deux quarks constituants du méson se trouvaient sur leur couche de masse.

1. **Calcul de la discontinuité au pôle de la fonction de vertex.**

Pour $l^2 = \frac{\mu_q^2 - m_V^2}{4}$, les bornes sur $\beta$ correspondant à (4.47) deviennent :

$$\beta_d^2 = \frac{m_V^2 - \mu_q^2}{m_V^2}, \tag{4.50}$$

éloignées de $\beta = \pm 1$.
A grand $Q^2$, l'intégrale sur $\beta$ des amplitudes donne :

$$d\bar{A}_{L(disc)} \approx \frac{-8 m_V \beta_d}{\mathbf{k_t}^2 Q^3} \frac{dl^2 d\mathbf{k_t}^2}{(2\pi)^3}, \tag{4.51}$$

$$d\bar{A}_{T(disc)} \approx \frac{-4 m_V^2 \beta_d + 2(\mu_q^2 + 2 m_V^2) \log(\frac{1+\beta_d}{1-\beta_d})}{\mathbf{k_t}^2 Q^4} \frac{dl^2 d\mathbf{k_t}^2}{(2\pi)^3}. \tag{4.52}$$

En prenant le rapport $dA_L/dA_T$, nous constatons que ce dernier est toujours linéaire en $Q^2$, mais dépend cette fois de la masse $m_q = \mu_q/2$ choisie pour les quarks de la boucle supérieure :

$$\frac{d\bar{A}_{L(disc)}}{d\bar{A}_{T(disc)}} \approx \frac{8 m_V \ \beta_d \ Q}{4 m_V^2 \ \beta_d + 2(\mu_q^2 + 2 m_V^2) log(\frac{1+\beta_d}{1-\beta_d})}. \tag{4.53}$$

Dans la limite $\beta_d(\mu_q \to m_V/2) \to 0$, nous retrouvons l'ancien résultat pour le rapport : $\sigma_L/\sigma_T \propto Q^2/m_V^2$, multiplié par une constante qui dépend de la masse du quark. Malheureusement, comme le montre la figure 4.3, pour des valeurs raisonnables de la masse du quark (constituant), cette constante est toujours comprise entre 0.5 et 1. Cette contribution de la discontinuité ne peut donc à elle seule résoudre le problème du rapport $\sigma_L/\sigma_T$.

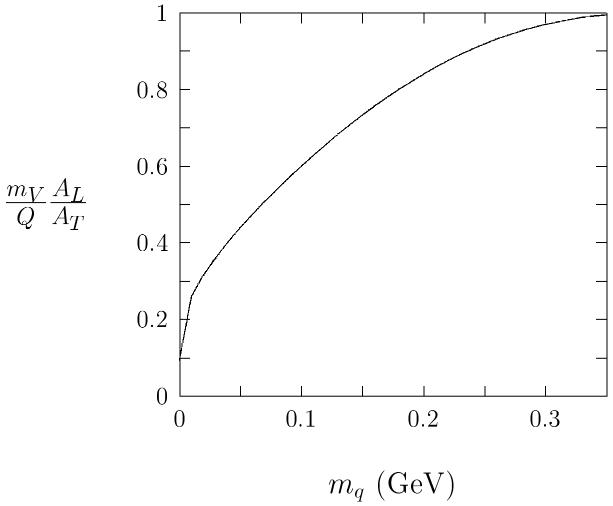



**Figure 4.3:** Réduction du facteur du rapport $\sigma_L/\sigma_T$ en fonction de la masse du quark.

2. **Calcul de la partie principale due à la fonction de vertex.**

Jusqu'à présent, nous n'avons pas encore inclus la contribution de la partie principale de l'intégrale. Celle-ci correspond à laisser un des quarks se balader hors de sa couche de masse, et il n'y a pas de raison de la négliger. Sa structure est quelque peu différente de celle de la discontinuité; en effet, la valeur de $l^2$ n'est plus fixée, et l'intégrale sur $\beta$ comprend uniquement les deux bornes (4.47). En particulier, lorsque $l^2$ devient grand et négatif, la valeur de $\beta = -1$ peut se réaliser. Et comme nous l'avons déjà mentionné aux eqs. (4.45), la partie transverse est de valeur finie dans cette région, alors que la partie longitudinale s'annule. En cette borne, nous avons donc un pic étroit qui apporte une contribution uniquement à la partie transverse. Cet effet n'étant présent que pour de grandes valeurs de $\zeta$, il est supprimé par la décroissance exponentielle de la fonction de vertex (équations (4.64) et (4.65)) et ne se manifeste que pour de grandes valeurs de $Q^2$. L'intégrale sur $\beta$ de cette partie principale entre

$$\beta_- = -1 \text{ et} \tag{4.54}$$

$$\beta_+ = \frac{2\lambda\sqrt{\lambda^2+\mu_q m_V} - 2\lambda^2 - \mu_q m_V + m_V^2}{m_V^2} \tag{4.55}$$

donne :

$$\begin{aligned} d\bar{A}_{L(PP)} &= \frac{dl^2\ d\mathbf{k_t}^2}{(2\pi)^3\ \mathbf{k_t}^2\ m_V Q^3} \times \left\{ \frac{2m_V^2(1+\beta_+)}{\mathcal{P}} \right. \\ &+ \left. \log\left[\frac{(4\mathcal{P}-\mathbf{k_t}^2)\ \mathcal{P}}{(1+\beta_+)^2 Q^4}\right] - 4\frac{\mathcal{P}}{\mathbf{k_t}^2}\log\left[\frac{4\mathcal{P}-\mathbf{k_t}^2}{2\mathcal{P}}\right]\right\} \end{aligned} \tag{4.56}$$

$$d\bar{A}_{T(PP)} = \frac{-2\ \log\left(\frac{4\mathcal{P}-\mathbf{k_t}^2}{4\mathcal{P}}\right)}{\mathbf{k_t}^4\ Q^2}\frac{dl^2\ d\mathbf{k_t}^2}{(2\pi)^3} \tag{4.57}$$

Nous pouvons constater qu'à grand $Q^2$, cette partie se comporte comme :

$$d\bar{A}_{L(PP)} \propto \frac{1}{Q^3}, \tag{4.58}$$

$$d\bar{A}_{T(PP)} \propto \frac{1}{Q^2}, \tag{4.59}$$

avec des corrections logarithmiques, alors que les parties calculées en la discontinuité de la fonction de vertex se comportent comme :

$$d\bar{A}_{L(disc)} \propto \frac{1}{Q^3}, \tag{4.60}$$

$$d\bar{A}_{T(disc)} \propto \frac{1}{Q^4}. \tag{4.61}$$

3. **Conclusions.**

La source du "plateau" observé par HERA pour le rapport $\sigma_L/\sigma_T$ à grand $Q^2$, est due au jeu combiné de ces deux contributions de l'intégrale sur $l^2$ (la discontinuité au pôle introduit par la fonction de vertex et la partie principale). La phase de l'amplitude est réabsorbée dans la normalisation du vertex (section 4.6). Une fois ce dernier correctement normalisé, la phase de l'amplitude devient purement imaginaire.

Pour le comportement en $Q^2$, notre modèle prédit :

• Pour $Q^2 = 0$, $\sigma_L = 0$ et $R = \sigma_L/\sigma_T = 0$;

• pour $Q^2$ petit, la section efficace longitudinale domine la section efficace transverse;

• lorsque $Q^2$ augmente, la section efficace transverse devient progressivement égale à la section efficace longitudinale; le processus est ensuite dominé par cette section efficace transverse. Cette prédiction est due aux détails du propagateur du quark (qui pourrait être modifié suite aux effets du confinement).

Nous devons faire remarquer que la limite ($Q^2 \to \infty$) et l'intégrale ne semblent pas commuter. Sous le signe d'intégration, le comportement asymptotique ($Q^2 \to \infty$) des amplitudes (4.37 et 4.36) est le suivant :

$$\lim_{Q^2\to\infty} d\bar{A}_L \approx \frac{1}{m_V Q^3}, \tag{4.62}$$

$$\lim_{Q^2\to\infty} d\bar{A}_T \approx \frac{1}{Q^4}, \tag{4.63}$$

indépendamment de l'intégrale sur $l^2$ ou $\beta$. Le résultat obtenu pour l'amplitude transverse diffère de celui obtenu lorsqu'on prend le comportement asymptotique après intégration. Ceci indique que la région dominante se situe en $\beta \sim \frac{1}{(Q^2)^\alpha}$.

## 4.6 Normalisation.

Déterminons à présent plus en détail la fonction de vertex (4.1). Nous faisons ici l'hypothèse que la fonction $\Phi$ est similaire à la fonction d'onde d'un état $1s$, et qu'elle ne dépend que de l'impulsion relative $l$ des quarks. Dans le cas du $\rho$, du $\phi$ et du $J/\psi$, nous avons choisi une gaussienne décroissante :

$$\Phi(l) = N e^{-\frac{\mathbf{L}^2}{2p_F^2}} \tag{4.64}$$

où $\mathbf{L}^2$ est l'impulsion tridimensionnelle du quark dans le système du méson au repos, équivalent à :

$$\mathbf{L}^2 = (\frac{l.V}{m_V})^2 - l.l, \tag{4.65}$$

L'échelle d'impulsion de Fermi $p_F$ représente la dépendance vis-à-vis de la masse des différents mésons avec $p_F = 0.3$ GeV pour les mésons $\rho$ et $\phi$ et 0.6 GeV dans le cas du méson $J/\psi$ [56].

Nous pouvons à présent fixer la constante de normalisation $N$ en calculant la largeur de désintégration $\Gamma(V \to e^+e^-)$ représenté à la figure 4.4.

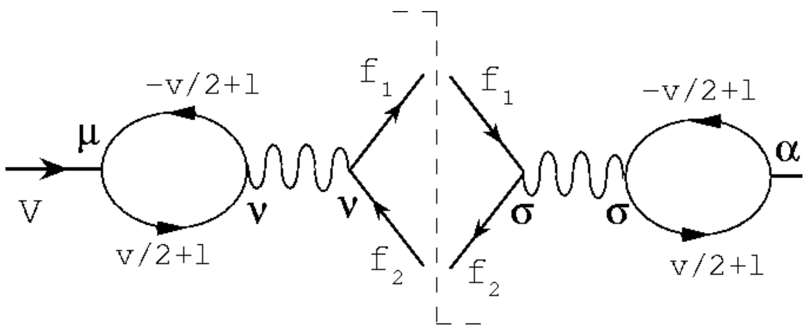



**Figure 4.4:** Diagramme permettant de calculer la largeur de désintégration $\Gamma(V \to e^+e^-)$ et par conséquent la constante de normalisation $N$ de la fonction de vertex.

Le taux de désintégration total $\Gamma(V \to f_1 f_2)$ est déterminé en suivant la figure4.4 par [57] :

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{1}{2m_V}\int \frac{d^4f_1}{(2\pi)^4}\frac{d^4f_2}{(2\pi)^4}\ |\mathcal{M}|^2\ (2\pi)^4\delta^{(4)}(V-f_1-f_2)\\ &\qquad (2\pi)^2\delta({f_1}^2-{m_f}^2)\ (2\pi)^2\delta({f_2}^2-{m_f}^2). \end{aligned} \tag{4.66}$$

où $\mathcal{M}$ représente l'amplitude invariante, telle que :

$$\begin{aligned}|\mathcal{M}|^2 &= \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4}\ {g_{elm}}^2\ e_Q\ T_1\ (\frac{3}{\sqrt{3}})\ \Phi\,(l)\\ &\times\ (T_2)\\ &\times\ \int \frac{d^4l'}{(2\pi)^4}\ {g_{elm}}^2\ e_Q\ T_3\ (\frac{3}{\sqrt{3}})\ \Phi\,(l')\\ &\times\ (\frac{1}{V^2})^2. \end{aligned} \tag{4.67}$$

Le coefficient 3 devant la fonction de vertex est le facteur de couleur du méson vecteur, et

$$T_1 = \frac{Tr[\gamma.e(\gamma.(-v+l)+m_q)\gamma^\nu(\gamma.(v+l)+m_q)]}{[(-v+l)^2-m_q^2][(v+l)^2-m_q^2]} \tag{4.68}$$

$$T_2 = Tr[\gamma^\nu(\gamma.f_2+m_f)\gamma^\mu(\gamma.f_1+m_f)] \tag{4.69}$$

$$T_3 = \frac{Tr[\gamma^\mu(\gamma.(-v+l')+m_q)\gamma.e(\gamma.(v+l')+m_q)]}{[(-v+l')^2-m_q^2][(v+l')^2-m_q^2]} \tag{4.70}$$

$m_V$, $m_q$ et $m_f$ indiquent respectivement la masse du méson vecteur (dont $e$ désigne le vecteur polarisation), des quarks formant le méson vecteur et des leptons (produits de la désintégration) d'impulsion $f_1$ et $f_2$; nous rappelons encore que $v = V/2$.

Nous faisons ensuite l'hypothèse que les leptons se trouvent sur leur couche de masse et que leur masse est négligeable $m_f \simeq 0$. En travaillant dans le système du centre de masse du méson où

$$l^2 = l_0 - \mathbf{L}^2, \quad \text{avec } L > 0 \text{ et } d^4l = \mathbf{L}^2\ dl_0\ d\mathbf{L}\ (4\pi) \tag{4.71}$$

et en utilisant les fonctions delta, nous pouvons effectuer les intégrales sur $l'$, $f_1$ et $f_2$ pour obtenir une première expression de la largeur de désintégration :

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{1}{2m_V}\frac{1}{(2\pi)^2}\frac{\pi V^2}{24}\frac{9}{3}\,{g_{elm}}^4\,{e_Q}^2\,(\frac{1}{V^2})^2\,(\frac{128}{3})^2 \\ &\times \left[\int \frac{\mathbf{L}^2 dl_0 d\mathbf{L}}{(2\pi)^2}\,\frac{2[3(4m_q^2+m_V^2)+4\mathbf{L}^2-12l_0^2]\;\Phi\,(l)}{(4l_0^2+4l_0 m_V-4\mathbf{L}^2-4m_q^2+m_V^2+i\epsilon)}\right. \\ &\times \left.\frac{1}{(4l_0^2-4l_0 m_V-4\mathbf{L}^2-4m_q^2+m_V^2+i\epsilon)}\right]^2 \qquad (4.72)\end{aligned}$$

L'intégrale sur $l_0$ introduit quatre pôles en :

$$\begin{aligned} l_0 &= \frac{m_V}{2}-\sqrt{L^2+m_q}\;+i\epsilon, \qquad & l_0 = \frac{-m_V}{2}-\sqrt{L^2+m_q}\;+i\epsilon, \\ l_0 &= \frac{m_V}{2}+\sqrt{L^2+m_q}\;-i\epsilon, \qquad & l_0 = \frac{-m_V}{2}+\sqrt{L^2+m_q}\;-i\epsilon. \end{aligned}$$

En choisissant le contour supérieur $(+i\epsilon)$, le calcul des résidus nous conduit à :

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{1}{2m_V}\,\frac{8\pi}{3}\,{\alpha_{elm}}^2\,{e_Q}^2\,\frac{9}{3m_V^2}\left[\frac{8}{3(2\pi)^2}\,(2i\pi)\right]^2 \\ &\times \left[\int \frac{\mathbf{L}^2 d\mathbf{L}}{\sqrt{\mathbf{L}^2+m_q^2}}\,\frac{(2\mathbf{L}^2+3m_q^2)\;\Phi\,(l)}{(\mathbf{L}^2+m_q^2-\frac{m_V^2}{4})}\right]^2 \qquad (4.73)\end{aligned}$$

L'intégrale restante en $\mathbf{L}$ possède à nouveau un pôle au dénominateur pour $\mathbf{L} = \sqrt{\frac{m_V^2}{4}-m_q^2}$. Pour résoudre cette intégrale, nous introduisons les notations simplifiées suivantes :

$$\begin{aligned} z &= 2|\mathbf{L}| \\ z_d &= \sqrt{m_V^2-\mu_q^2} \quad \mu_q = 2m_q \\ f(z) &= \frac{z^2}{\sqrt{z^2+\mu_q^2}}\,\frac{(2z^2+3\mu_q^2)\;\Phi(z^2/4)}{(z-z_d)} \qquad (4.74)\end{aligned}$$

avec $\Phi(l) \to \Phi(z^2/4) = N\; e^{\frac{-z^2}{8p_f^2}}$. L'intégrale sur $\mathbf{L}$ comprend alors une partie principale et une discontinuité qui se calcule comme suit :

$$\Gamma = \frac{64\alpha_{elm}^2\;{e_Q}^2}{9m_V^3\pi}\left[P\int_0^\infty \frac{f(z)dz}{z-z_d} + (i\pi)\;f(z_d)\right]^2 \qquad (4.75)$$

Il est bon de faire remarquer ici que si nous négligeons l'impulsion $l$ des quarks dans la boucle du méson, pour $m_q = \frac{m_V}{2}$, nous retrouvons la formule obtenue pour le méson $\rho$ (lorsque l'exponentielle entrant dans la fonction $\Phi$ est normalisée à 1) [26] :

$$\Gamma = \frac{f_m^2}{m_V}\,\frac{8\pi}{3}\alpha_{elm}^2\;e_Q^2 \qquad (4.76)$$

Dans la table 4.6, nous reprenons les valeurs des largeurs de désintégration des différents mésons vecteurs étudiés [58] ainsi que les valeurs que nous avons obtenues pour la normalisation $N$.

| Méson | $\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)$ (keV) | $\|N\|^2$ | $p_F(GeV)$ | $m_q$ (GeV) |
|---|---|---|---|---|
| $\rho$ | 6.77 | 61.71 | 0.3 | 0.3 |
| $\phi$ | 1.37 | 72.01 | 0.3 | 0.45 |
| $J/\psi$ | 5.26 | 44.91 | 0.6 | 1.5 |

**Table 4.1:** Table reprenant les largeurs de désintégration des différents mésons vecteurs, les constantes de normalisation $N$ obtenue pour les fonctions de vertex, et les impulsions de Fermi $p_F$ reliées à la masse du méson considéré.

## 4.7 Trois cas particuliers.

Puisqu'il existe une valeur de $l^2$ qui correspond à une condition de couche de masse pour le second quark qui forme le méson $(v+l)$, on peut encore faire trois autres propositions de modèle. La première consiste à ne pas fixer la masse du méson vecteur mais à la remplacer dans l'expression de l'amplitude par la valeur satisfaisant cette condition de couche de masse (4.49) : $m_V = \sqrt{\mu_q^2 - 4l^2}$ et à intégrer la variable $l^2$ entre $-\infty$ et une valeur fixée par la masse réelle du méson vecteur : $l^2_{max} = \frac{\mu_q^2 - m_V^2}{4}$. Nous pouvons vérifier aisément que nous obtenons explicitement conservation du courant au vertex $\beta$ qui posait problème dans la section 4.2.2, la condition (4.49) étant cette fois satisfaite. Ce premier cas s'approche d'une situation prenant en compte le formalisme des fonctions d'ondes sur le cône de lumière.

Le second cas consiste à définir la masse du quark $m_q$ en fonction du carré de la quadri-impulsion $l^2$ et de la masse du méson $m_V$ grâce à la condition (4.49).

Nous avons étudié ces deux cas particuliers numériquement. Les rapports des sections efficaces longitudinale et transverse obtenus restent linéaires en $Q^2$. Ils peuvent, cependant, être réduits d'un facteur 2, insuffisant pour reproduire les valeurs mesurées à HERA.

Un troisième cas peut être envisagé[10] en prenant une masse pour le quark $m_q$ supérieure à la moitié de la masse du méson $m_V$. Dans ce cas, le propagateur $P_5 = (v+l)^2 - m_q^2 = 2(l.l + m_V^2/4 - m_q^2)$ (4.9) ne présente plus de pôle lors de l'intégrale sur la variable $l$ (ou $l^2$). Nous n'avons, dans ce cas, plus qu'une contribution à l'amplitude, celle de la partie principale. Les résultats obtenus pour le rapport des sections efficaces sont encourageants puisque comme nous pouvons le voir sur la figure 4.5, il reproduit bien les données. Ce cas particulier doit donc être étudié plus en détail, nous espérons pouvoir le faire très prochainement.

[10] Nous remercions Markus Diehl de nous avoir signalé cette autre possibilité.

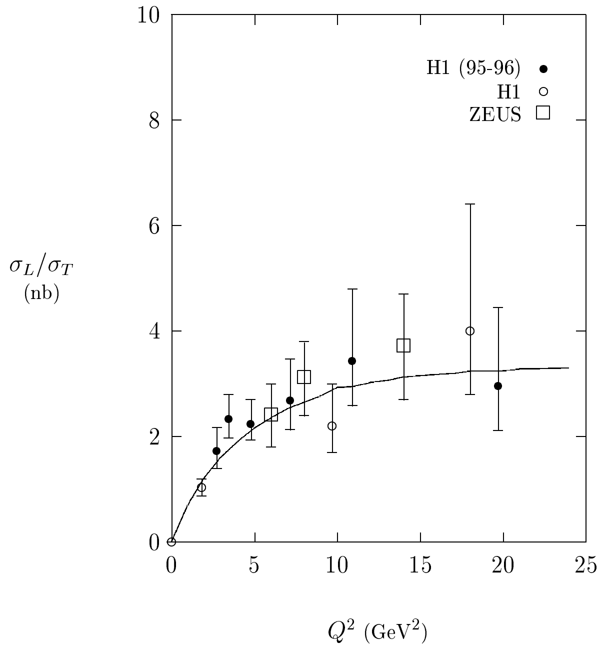



**Figure 4.5:** Rapport des sections efficaces longitudinale et transverse du $\rho$ obtenu en fixant la masse $m_q$ des quarks du méson avec $m_q = 0.4 > m_V/2$. Dans ce cas, seule la contribution de la partie principale de l'amplitude intervient, le propagateur 4.9 ne présentant plus de pôle.

# Chapitre 5

# Résultats.

Nous pouvons à présent montrer les résultats numériques que nous avons obtenus en intégrant le carré de l'amplitude sur les différentes valeurs de $|t|$ dans l'intervalle $|t|_{min} < |t| < 1$ GeV$^{-2}$. Dans le second modèle présenté au chapitre précédent, les deux principaux paramètres sont la masse associée aux quarks $m_q$ ainsi que l'échelle d'impulsion de Fermi $p_F$. Nous présentons ici les sections efficaces de production *quasi*-élastique des mésons vecteurs $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$ calculées en fixant ces deux paramètres comme indiqué à la table 4.6.

## 5.1 Dépendance en $Q^2$ et $m_V$ des sections efficaces.

Le comportement en $Q^2$ des sections efficaces *totales* $\sigma = \sigma_T + \epsilon\sigma_L$ (avec $\epsilon \simeq 1$ à HERA) est faiblement affecté par l'ajout de l'impulsion de Fermi. A petit $Q^2$, l'amplitude transverse n'est quasiment pas modifiée par l'addition de la partie réelle venant de la fonction de vertex, alors qu'à grand $Q^2$ la section efficace est toujours dominée par la partie longitudinale.

Sur la figure 5.1, nous présentons les résultats obtenus avec notre modèle en comparaison avec les récentes données de HERA. Ce modèle ne permettant aucune prédiction quant à la dépendance en énergie des sections efficaces, nous avons choisi, pour comparaison, des données relevées à une même énergie moyenne $<\sqrt{s}>\approx 100$ GeV. Les nouvelles données récoltées aujourd'hui sont beaucoup plus précises et permettent d'observer une dépendance en énergie directement à partir des données mêmes de HERA. Nous en reparlerons dans un chapitre ultérieur. Pour le moment, la figure 5.1 montre clairement que les caractéristiques générales (comportement en $Q^2$ et $m_V$) des sections efficaces mesurées à HERA sont bien décrites par nos courbes. Nous attirons l'attention ici sur le fait qu'un facteur de Regge[1] constant (avec $\mathcal{R} = 1.7$), commun, reproduit bien les données pour tous les mésons vecteurs. Aucune correction n'a été apportée pour tenir

[1] Comme pour le modèle précédent les inconnues qui planent sur la normalisation de la constante de couplage $\alpha_S$ et sur la dépendance en énergie sont assimilées à une constante, que nous appelons facteur de Regge $\mathcal{R}$, qui multiplie les sections efficaces obtenues par notre modèle pour ajuster au mieux les mesures expérimentales.

compte d'une éventuelle dépendance de ce facteur en fonction de $Q^2$ ou $m_V$. Il semble par ailleurs ne pas rester beaucoup[2] de place pour une dépendance en $Q^2$ supplémentaire inévitable si on introduit une distribution des gluons dans le proton $xG(x)$ avec $x \approx Q^2/s$.

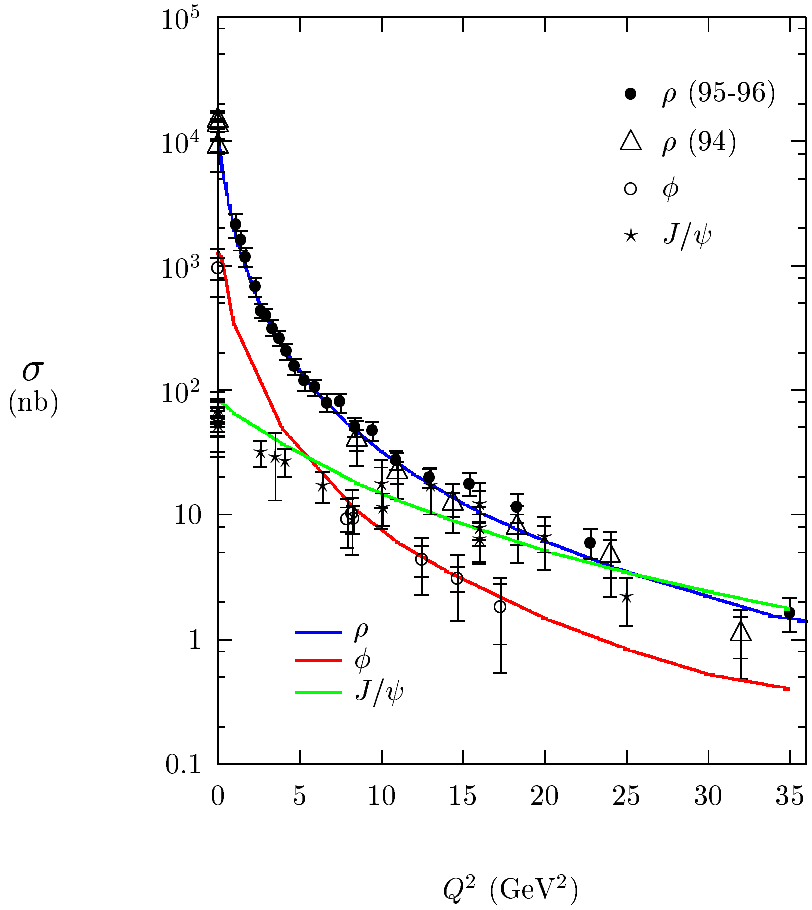



**Figure 5.1:** Sections efficaces pour les mésons $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$ en fonction de $Q^2$ comparées aux données de H1 [3, 18] et de ZEUS [17, 21] pour $<\sqrt{s}>\approx 100$ GeV.

La section efficace peut être paramétrisée comme suit :

$$\sigma[\gamma^* p] \propto \left(\frac{1}{(Q^2 + m_V^2)}\right)^n. \tag{5.1}$$

En ajustement nos résultats selon cette paramétrisation, nous obtenons, pour les différents mésons vecteurs envisagés, l'exposant $n$ suivant :

| Méson | $n$ | $\chi^2$ |
|---|---|---|
| $\rho$ | 2.19 | 0.99 |
| $\phi$ | 2.33 | 0.97 |
| $J/\psi$ | 2.5 | 0.99 |

[2]Par rapport au modèle présenté au chapitre 3, la dépendance en $Q^2$ de la section efficace a subi quelques changements à petit ainsi qu'à grand $Q^2$. Des logarithmes de $Q^2$ sont venus s'ajouter. Cependant, en tenant compte des barres d'erreurs sur les données expérimentales, notre modèle ne laisse pas de place pour des puissances de $Q^2$ supplémentaires.

Ces résultats sont compatibles avec les mesures, notamment avec la mesure relevée à H1 pour le méson $\rho$ : $n_\rho = 2.24 \pm 0.09$ [3].

### 5.1.1 Dépendance en $Q^2$ du rapport des sections efficaces mesurées pour différents mésons.

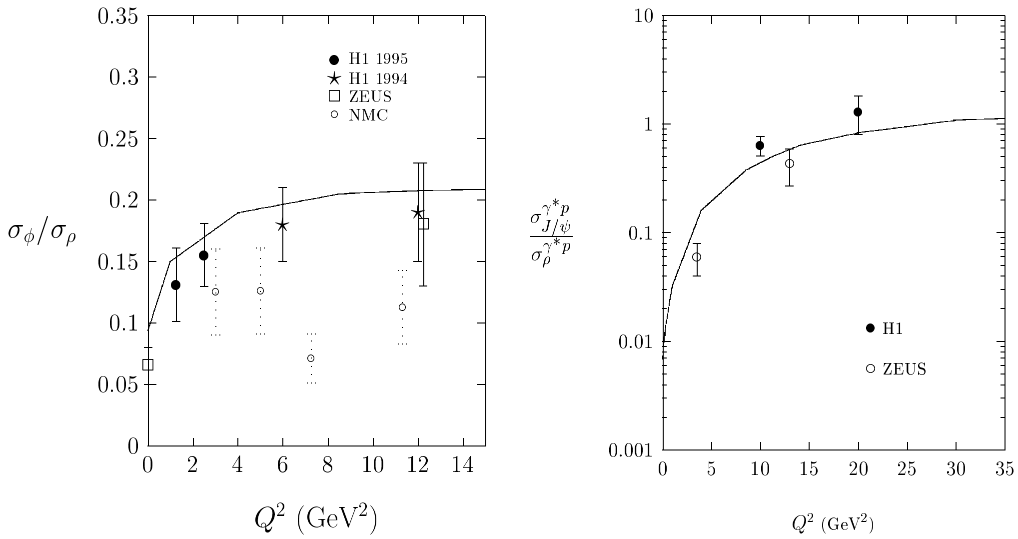



**Figure 5.2:** Rapport des sections efficaces de production des mésons $\phi$ et $J/\psi$ et de celle de production du méson $\rho$ en fonction de $Q^2$ pour $\langle\sqrt{s}\rangle \approx 100$ GeV, comparé aux données de H1 [18] et de ZEUS [21].

Nous pouvons juger de l'efficacité du modèle en prenant le rapport des sections efficaces de production des différents mésons vecteurs. En effet, dans ce rapport, certaines incertitudes systématiques s'annulent, notamment celles qui entourent le facteur multiplicatif de Regge $\mathcal{R}$. Sur la figure 5.2 nous constatons l'accord entre nos prédictions et les mesures expérimentales du rapport des sections efficaces de production des mésons $\phi$ et $J/\psi$ et celle du méson $\rho$.

L'utilisation d'un facteur de forme $\mathcal{F}(k, k-\Delta)$ pour le couplage des gluons au proton, permet d'atteindre le point de photoproduction $Q^2 = 0$ contrairement à l'utilisation d'une fonction de distribution des gluons. Et bien qu'on ne s'attende pas à ce que ce modèle marche dans cette région fortement non-perturbative, nous pouvons voir sur les figures 5.1 et 5.2 que nos courbes passent manifestement par les points de photoproduction.

## 5.2 Dépendance en $Q^2$ du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse.

Au chapitre précédent, nous avons mis en évidence pour $t = 0$, les comportements différents des contributions[3] de la partie réelle et de la partie imaginaire de l'am-

[3]Les contributions de la partie réelle et imaginaire au pôle introduit par la fonction de vertex (voir équation 4.1).

plitude de production d'un méson vecteur transverse par un photon transverse vis-à-vis de $Q^2$. Nous avons découvert que la partie réelle de l'amplitude transverse présente une décroissance plus faible en $Q^2$ que celle de la partie imaginaire[4]. Il nous reste à vérifier si ce phénomène est conservé par les sections efficaces intégrées sur $t$. La figure 5.3 montre qu'il en est ainsi. Cette figure représente la

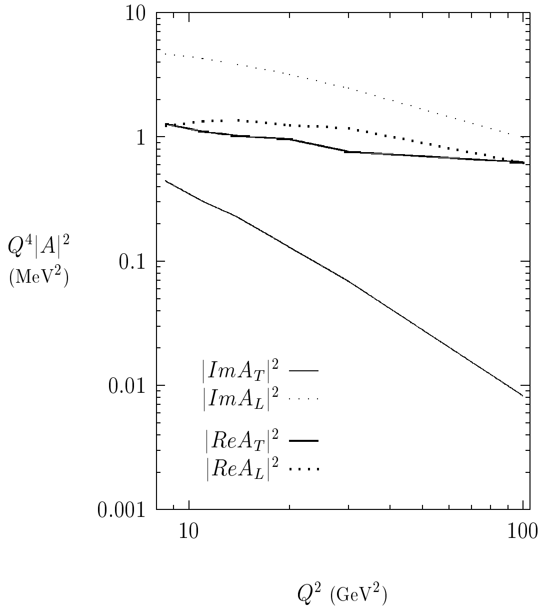



**Figure 5.3:** Dépendance en $Q^2$ du carré de la partie principale (réelle) et de la discontinuité (partie imaginaire) des amplitudes longitudinale et transverse de production du méson $\rho$, introduites par le propagateur de la fonction de vertex au niveau du méson.

dépendance en $Q^2$ du carré des deux contributions aux amplitudes transverse et longitudinale, intégré sur la variable $t$. Pour l'amplitude transverse, nous constatons le comportement dominant de la partie réelle transverse à grand $Q^2$. Cette partie ne peut donc pas être négligée dans le calcul de la section efficace du processus.

En tenant compte des deux contributions des amplitudes transverse et longitudinale, notre prédiction du rapport des sections efficaces de production du méson $\rho$ décrit bien les données expérimentales, comme nous pouvons le voir sur la figure 5.4 où les valeurs de $m_q$ et $p_f$ sont reprises à la table 4.6. Il y a bien sûr des incertitudes liées à ce choix de $m_q$ et $p_F$; cependant, comme le montre la figure 5.5, une modification de 17% (50 MeV) de l'un de ces paramètres, n'entraîne qu'une petite modification d'environ 20% du rapport $\sigma_L/\sigma_T$.
Ce modèle est un des premiers qui reproduise et permette d'expliquer l'"aplatissement" observé du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse $\sigma_L/\sigma_T$ à grand $Q^2$.

[4]La partie imaginaire est l'unique composante de l'amplitude transverse lorsqu'on utilise le formalisme des fonctions d'onde pour décrire le méson vecteur.

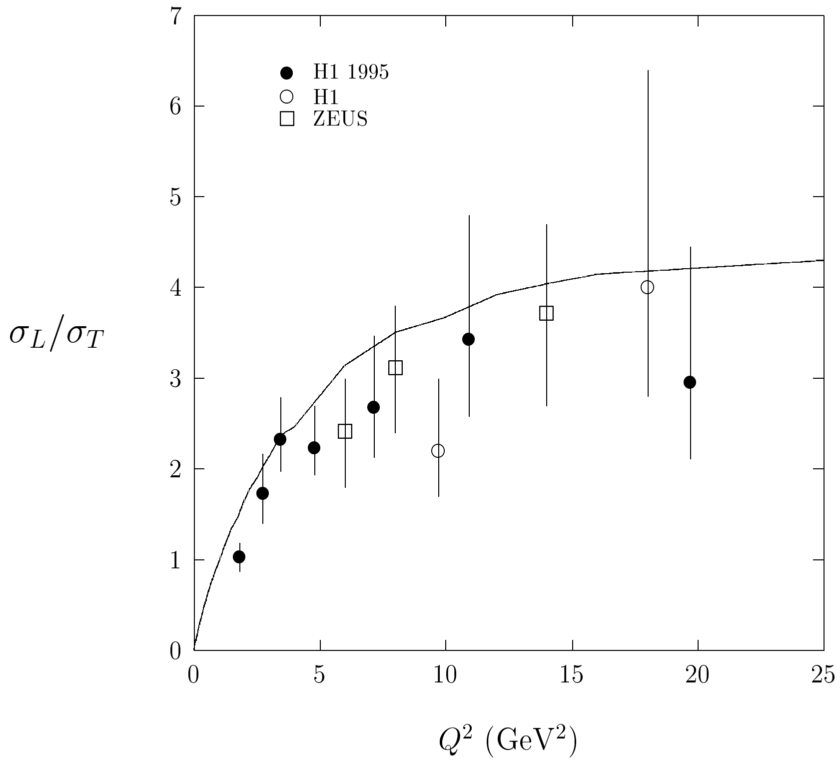



**Figure 5.4:** Rapport des sections efficaces longitudinale et transverse de production du méson $\rho$ en fonction de $Q^2$.

## 5.3 Photoproduction et dépendance en $t$ des sections efficaces.

Il est surprenant de voir que notre modèle fonctionne dans la région profondément non-perturbative de photoproduction $Q^2 = 0$. Cette constatation suggère une généralisation possible du théorème de factorisation aux petites valeurs de $Q^2$.

Sur la figure 5.6, la section efficace différentielle $d\sigma/dt$ mesurée pour la photoproduction du méson $\rho$ est comparée aux prédictions du modèle. Nous voyons que nous obtenons un excellent accord avec les données.
Les données expérimentales sont bien décrites par l'ajustement suivant :

$$\frac{d\sigma}{dt} = Ne^{-b|t|}. \tag{5.2}$$

Sur la figure 5.7, nous comparons l'évolution en $Q^2$ du paramètre de pente $b$ avec la valeur moyenne de notre courbe (pour $0 < t \leq 0.5$ GeV$^2$) :

$$\frac{1}{< t >} = \frac{\int t\,\frac{d\sigma}{dt}}{\int \frac{d\sigma}{dt}} \tag{5.3}$$

qui correspondrait à la définition de $b$ si notre courbe $d\sigma/dt$ était une exponentielle. Nous voyons que, malgré la non linéarité de notre courbe sur le graphe logarithmique 5.6, l'accord avec l'expérience est excellent.

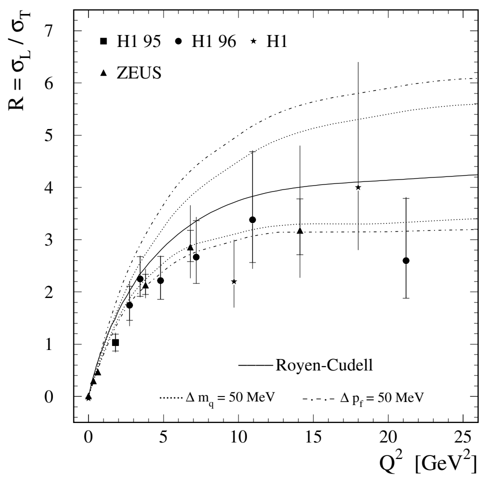



**Figure 5.5:** Incertitudes sur la prédiction du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse du $\rho$ liée à une modification de 50 MeV des paramètres $m_q$ et $p_F$.

Nous devons faire remarquer qu'une paramétrisation $d\sigma/dt \propto \exp(bt)$ pour de petites valeurs de $t$, est un ajustement parmi d'autres qui décrit les données. Nous ne devons pas nous attendre à un tel comportement en théorie, la dépendance en $t$ des expressions des amplitudes est plus complexe; ce qui complique la comparaison avec les mesures expérimentales. L'analyse de la dépendance de $d\sigma/dt$ en fonction de $t$ (fig. 5.6) ou d'un autre paramètre, comme par exemple la valeur moyenne $< t >$ [41], serait plus appropriée.

Si nous croyons que ce modèle est applicable en photoproduction, nous voyons qu'il reste peu de place pour une pente du Poméron. Le modèle de Regge introduit, pour de petites valeurs de $|t|$, une dépendance supplémentaire de la section efficace différentielle vis-à-vis de l'énergie $s$. Cette dépendance se manifeste sous la forme d'une exponentielle dont l'exposant est déterminé par la trajectoire du Poméron échangé :

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} \propto e^{-b|t|} \, (\frac{s}{s_0})^{2(\alpha(t)-1)} \tag{5.4}$$

où le facteur d'échelle $s_0$ est généralement choisi comme $s_0 = 1$ GeV. La trajectoire du Poméron est définie par :

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t \tag{5.5}$$

avec $\alpha(0) = 1.08$ et $\alpha' = 0.25$ GeV$^{-2}$. La pente $\alpha'$ supplémentaire introduite dans les modèles basés sur la théorie de Regge ajouterait une contribution de l'ordre de 4.6 GeV$^{-2}$ à $b$ qui ne décrirait plus les données.

Les prédictions pour la dépendance en $t$ du rapport des sections efficaces de production des mésons $\phi$ et $J/\psi$ et de celle du méson $\rho$ sont montrées à la figure 5.8

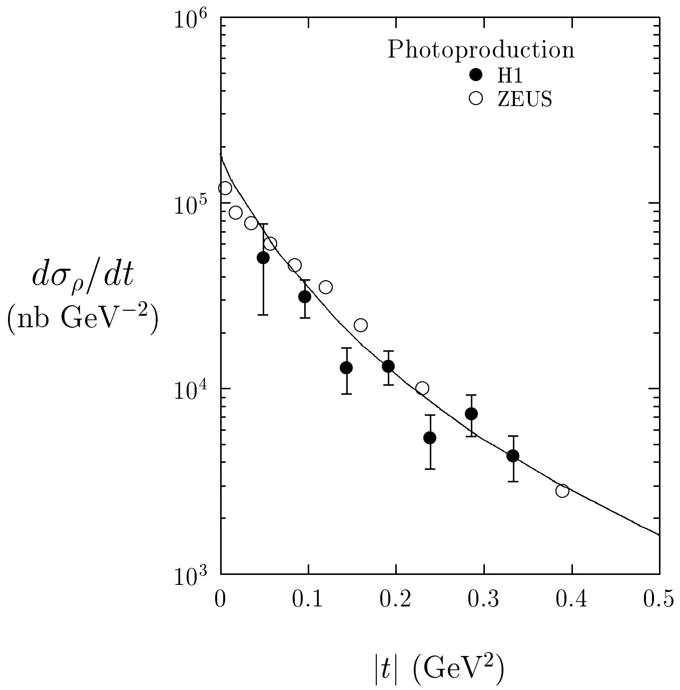



**Figure 5.6:** Section efficace différentielle $d\sigma/dt$ pour la photoproduction élastique du $\rho^0$ comparée avec les données de HERA [12, 13, 14, 59].

en comparaison avec les données préliminaires de ZEUS [60]. Nous voyons que ces données préliminaires laissent envisager un accord avec les prédictions de notre modèle.

## 5.4 Prédictions pour les états excités.

Vu le succès de notre modèle à reproduire la production *quasi*-élastique des mésons de masse faible, nous avons étendu notre approche pour étudier les états excités $2s$. L'ingrédient principal est la fonction de vertex, que nous prenons dans ce cas égale à :

$$\Phi_{2s} = N\sqrt{2/3}\left(-\frac{3}{2}+\frac{\mathbf{L}^2}{p_F^2}\right)\exp\left(-\frac{\mathbf{L}^2}{2p_F^2}\right) \tag{5.6}$$

avec $\mathbf{L}$ défini à l'équation (4.65); les paramètres $p_F$ et $m_q$ restent identiques au cas ($1s$). La constante de normalisation $N$ doit à nouveau être déterminée à partir de la largeur de désintégration en leptons de ces états $2s$. Celle-ci est uniquement disponible dans le cas du $\psi'$ [58] où nous pouvons faire des prédictions. Dans ce cas,

$$\Gamma(\psi' \to e^+e^-) = 5.26 \text{ keV} \tag{5.7}$$

nous conduit à $N = 35.36$.

Le calcul du rapport de la production *quasi*-élastique du $\psi'$ et de celle du méson $J/\psi$ pour de faibles valeurs de $Q^2$ : $Q^2 < 0.01$ GeV$^2$ nous donne :

$$\frac{\sigma_{\psi'}}{\sigma_{J/\psi}} = 0.165, \tag{5.8}$$

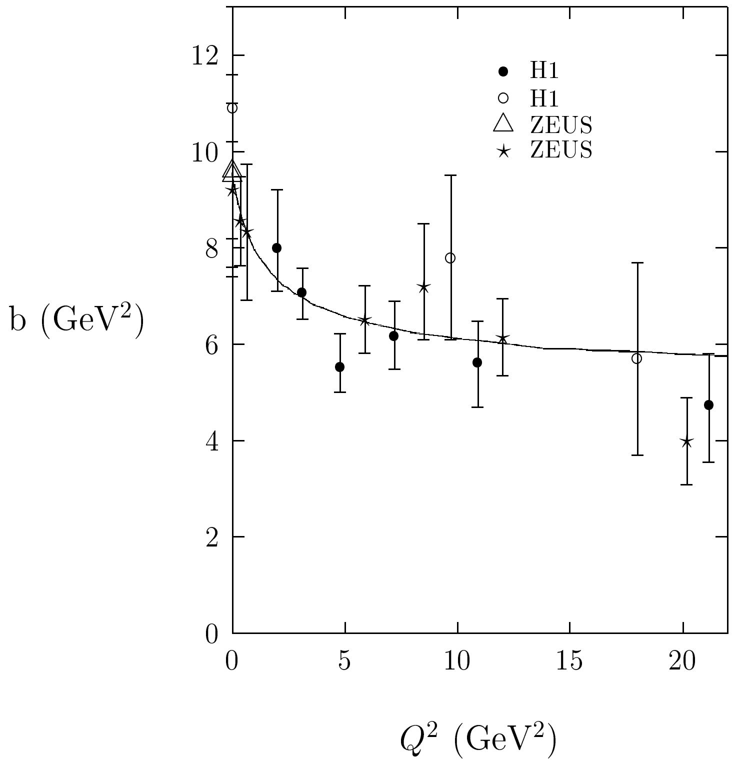



**Figure 5.7:** Paramètre de pente $b$ de la section efficace différentielle élastique du méson $\rho$, comparée avec les données de HERA [2, 3, 17, 37].

résultat qui est en accord excellent avec les données relevées à H1 [61], comme le montre la figure 5.9(a).
Pour le $\rho'$, nous pouvons calculer la normalisation $N$ à partir d'une comparaison entre la section efficace de production élastique résultant du modèle et les mesures préliminaires de la collaboration H1 [56]. Une fois $N$ calculée, nous pouvons avancer des prédictions pour la largeur de désintégration leptonique, et nous obtenons une bande :

$$\Gamma(\rho' \to e^+e^-) = 1.1 \pm 0.34 \text{ keV}. \tag{5.9}$$

Ce résultat est représenté sur la figure 5.9(b). Nous voyons que, bien que la normalisation de la fonction de vertex du $\rho'$ ne soit pas connue exactement, le rapport prédit augmente rapidement avec $Q^2$. Nous espérons que les mesures préliminaires de H1 seront un jour publiées, et confirmeront que la section efficace est plus élevée que celle des expériences sur cible fixe.

## 5.5 Conclusion.

Ce modèle constitue en quelque sorte un test pour trois grandes idées, à savoir :

1. la section efficace de production élastique est principalement due à l'interaction de deux gluons avec le méson vecteur,

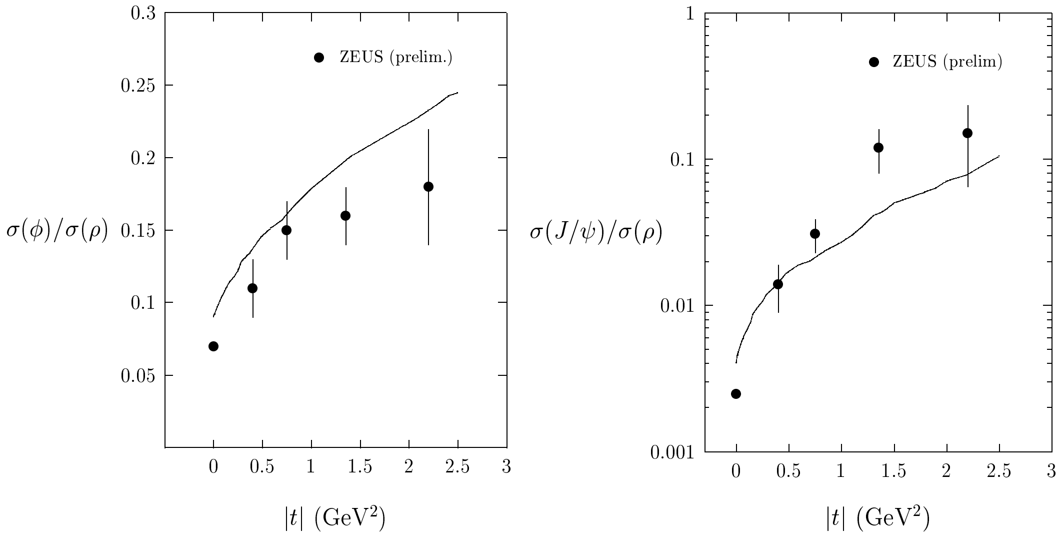



**Figure 5.8:** Rapport des sections efficaces différentielles de photoproduction du $\phi$ (a) et du $J/\psi$ avec le méson $\rho$, comparé aux données préliminaires de ZEUS [60].

2. puisque les mésons étaient supposés formés uniquement de leurs quarks constituants, le mécanisme principal de production inclut uniquement les états de Fock;

3. il n'y a aucune raison de traîter à priori les quarks comme étant sur couche.

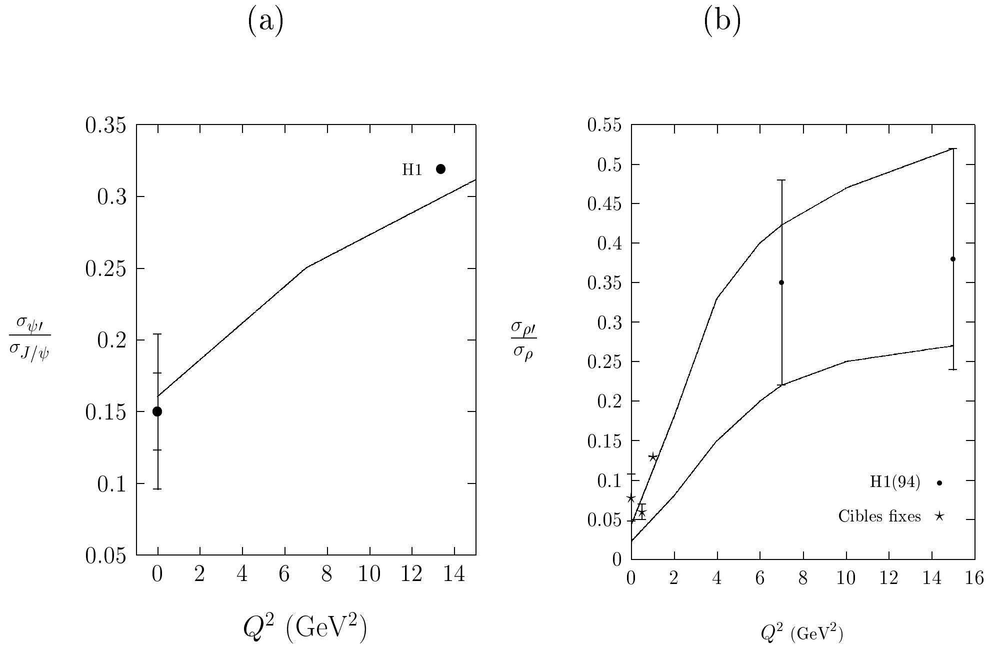



**Figure 5.9:** (a) Prédictions pour le rapport de la section efficace de production du $\psi'$ et du méson $J/\psi$, comparées avec les mesures de H1 [61]; (b) rapport des sections efficaces de production du $\rho'$ et du méson $\rho$ calculé en utilisant les données préliminaires de H1 [56], qui conduit à prédir la largeur de désintégration leptonique du $\rho'$ (eq. 5.9).

# Chapitre 6

# Etude de la polarisation et de l'hélicité.

Dans ce chapitre nous allons étudier les effets de la polarisation du photon sur la production des mésons vecteurs[1] :

$$\gamma^* p \;\; \to \;\; V p'.$$

La polarisation du méson vecteur est expérimentalement accessible via la mesure de la distribution angulaire des produits de la désintégration du méson ($\pi^+ \, \pi^-$ dans le cas du $\rho$). Les résultats des recherches, menées à HERA, sur l'état de polarisation des mésons vecteurs, n'écartaient pas jusqu'à présent l'hypothèse de conservation de l'hélicité dans le canal-$s$ (SCHC), ce qui signifie que le méson produit conserve l'hélicité du photon virtuel initial. Aujourd'hui, grâce à une luminosité accrue, H1 et ZEUS possèdent des informations beaucoup plus précises sur les distributions de désintégration des mésons vecteurs ainsi que sur les propriétés d'hélicité de cette transition $\gamma^* V$ et celles des amplitudes de production des mésons. C'est ainsi que l'existence d'une violation (relativement faible) de l'hypothèse de conservation de l'hélicité, entre le méson et le photon, fut mise à jour.

## 6.1 Notions élémentaires.

Rappelons tout d'abord quelques notions élémentaires. La masse et le spin sont des propriétés fondamentales d'une particule. L'hélicité est la projection du spin de la particule sur la direction de mouvement de cette dernière.

Nous avons vu que dans la jauge de Lorentz, la condition de jauge que doit satisfaire un photon de quadri-impulsion $q_\mu$ se réduit à :

$$q^\mu \epsilon_\mu = 0 \tag{6.1}$$

Il n'existe alors que trois vecteurs de polarisation indépendants qui correspondent aux trois projections du spin du photon sur la direction du mouvement du photon.

[1]Nous nous intéresserons plus particulièrement à la production du méson $\rho^0$, pour laquelle les amplitudes d'hélicité ont été récemment mesurées [3, 62].

Le photon, particule de spin 1, est alors défini par sa quadri-impulsion $q^\mu$ et sa polarisation $\epsilon^\mu$. Pour une onde voyageant dans la direction de l'axe $z$, $q^\mu = (q^0, 0, 0, q^3)$, nous pouvons choisir une définition circulaire[2] pour les deux vecteurs de polarisation transverse indépendants :

$$\epsilon^\mu(\lambda = +1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i, 0), \tag{6.2}$$

$$\epsilon^\mu(\lambda = -1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0), \tag{6.3}$$

normalisés par :

$$\epsilon^2(\lambda = \pm 1) = -1 \tag{6.4}$$

où $\lambda$ indique l'hélicité[3].
Pour le vecteur de polarisation longitudinale[4], la condition (6.1) devant toujours être satisfaite, on a :

$$\epsilon^\mu(\lambda = 0) = \frac{1}{\sqrt{Q^2}}(q^3, 0, 0, q^0) \tag{6.5}$$

avec

$$\epsilon^2(\lambda = 0) = +1 \tag{6.6}$$

Lorsque l'on effectue la somme sur tous les états de polarisation, on retrouve la relation de complétude :

$$\sum_\lambda \epsilon_\mu(q, \lambda)\epsilon^*_\nu(q, \lambda) = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{-Q^2}. \tag{6.7}$$

Le vecteur polarisation du méson vecteur doit également satisfaire la condition (6.1) (conséquence de l'équation de Procca), qui dans ce cas se résume à :

$$e.V = 0. \tag{6.8}$$

A nouveau, cette condition implique l'existence de trois vecteurs de polarisation indépendants :

$$e^\mu(\lambda = \pm 1) = \mp\frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, \pm i, 0), \tag{6.9}$$

[2]Cette définition circulaire est reliée à la définition linéaire ($\epsilon_t^{(1)}$ et $\epsilon_t^{(2)}$) utilisée dans les chapitres précédents par les relations suivantes :

$$\epsilon_t(\lambda = +1) = \frac{-1}{\sqrt{2}}(\epsilon_t^{(1)} + i\epsilon_t^{(2)}),$$
$$\epsilon_t(\lambda = -1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_t^{(1)} - i\epsilon_t^{(2)}).$$

[3]Les valeurs $\pm 1$ pour l'hélicité désignent les deux directions transverses possibles du vecteur de polarisation, la valeur 0 désigne la polarisation longitudinale.

[4]La présence de cette contribution longitudinale pour le photon est la conséquence de la virtualité de ce dernier : $q^2 = -Q^2 \neq 0$.

$$e^{\mu}(\lambda = 0) = \frac{1}{m_V}(V_3, 0, 0, V_0), \tag{6.10}$$

tels que :

$$\mathbf{e}^*(\lambda).\mathbf{e}(\lambda') = \delta_{\lambda\lambda'}. \tag{6.11}$$

Par ce choix, l'équation (6.7) est également vérifiée :

$$\sum_{\lambda} e_{\mu}(q, \lambda) e^*_{\nu}(V, \lambda) = -g_{\mu\nu} + \frac{V_{\mu}V_{\nu}}{M_V^2} \; . \tag{6.12}$$

## 6.2 Détermination du système de référence.

Une description géométrique du processus nécessite avant tout la détermination d'un système de référence. En effet, l'énergie, les composantes des quadri-impulsions $q$ et $V$, ainsi que les hélicités $\lambda = \pm 1$ dépendent du système de référence choisi; il en est de même des angles qui apparaîssent dans la distribution angulaire de désintégration.

Trois systèmes de référence - le système d'hélicité, le système de Gottfried-Jackson, le système d'Adair - permettent d'étudier la distribution angulaire de désintégration [63]. Ils diffèrent par le choix de l'axe de quantification du spin, autrement dit par le choix de l'axe $z$, et sont définis comme suit :

- Le système d'hélicité : l'axe $z$ est choisi selon la direction du méson vecteur ($\rho^0$) dans le système du centre de masse $\gamma^* p$, ou autrement dit, selon la direction opposée au proton sortant, dans le système du méson ($\rho^0$) au repos;

- le système de Gottfried-Jackson : l'axe $z$ est la direction du photon incident dans le système du méson vecteur ($\rho^0$) au repos;

- le système d'Adair : l'axe $z$ est le long de la direction du photon incident dans le système au centre de masse $\gamma^* p$.

Le système choisi par les collaborations H1 et ZEUS est le système d'hélicité, auquel nous allons également nous référer pour pouvoir par la suite comparer nos résultats et les mesures. L'axe $y$ est toujours défini comme étant perpendiculaire au plan de production.

Trois plans sont nécessaires pour définir les trois angles indépendants qui décrivent la distribution angulaire de désintégration $W(\cos\theta, \phi, \Phi)$ : le plan de diffusion de l'électron, le plan de production du méson vecteur (qui comprend l'impulsion du photon et du méson) et le plan de désintégration du méson. La figure 6.1 donne une description géométrique générale du processus.

Dans le système du centre de masse $\gamma^* p$, le système de coordonnées est défini à l'aide des vecteurs unitaires suivants :

$$z = \frac{-V}{|V|}, \qquad y = \frac{q \times V}{|q \times V|}, \qquad x = y \times z. \tag{6.13}$$

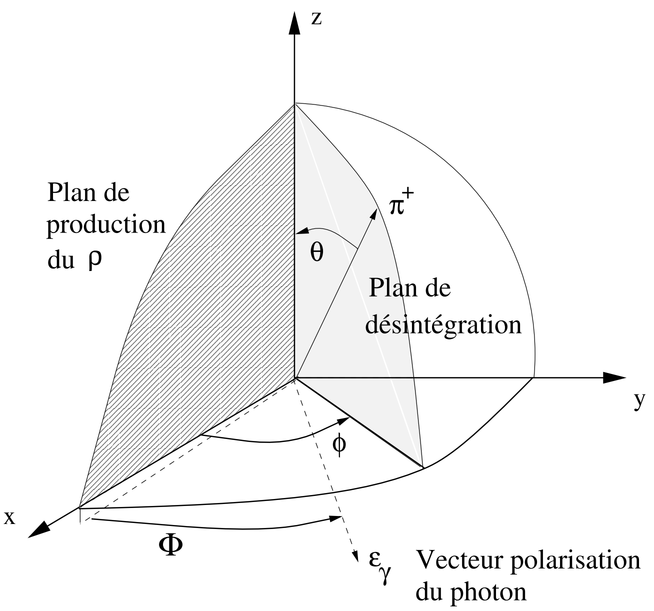



**Figure 6.1:** Description géométrique générale des angles utilisés dans l'étude de la désintégration du $\rho$.

Les angles de désintégration $\theta$ et $\phi$ sont définis comme étant les angles polaire et azimutal du $\pi^+$ (de vecteur unité $\pi$) dans le système du méson vecteur ($\rho^0$) au repos :

$$\cos\theta = \pi.z, \qquad \cos\phi = \frac{y.(z\times\pi)}{|z\times\pi|}, \qquad \sin\phi = \frac{-x.(z\times\pi)}{|z\times\pi|} \tag{6.14}$$

L'angle $\Phi$ est l'angle que fait le plan de diffusion de l'électron avec le plan de production du méson, mesuré dans le système du centre de masse $\gamma^* p$, voir les figures 6.1 et 6.2.

## 6.3 Distribution angulaire de désintégration du méson vecteur.

La distribution angulaire tri-dimentionnelle $W(\cos\theta,\phi,\Phi)$ peut s'exprimer [64], dans le cas d'un faisceau de leptons non polarisés, en fonction de 15 éléments de la matrice de densité de spin :

$$\begin{aligned}
&W(\cos\theta,\phi,\Phi) = \frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dcos}\theta\; d\phi\; d\Phi} = \frac{3}{4\pi}\{\ \frac{1}{2}(1-r^{04}_{00}) + \frac{1}{2}(3r^{04}_{00}-1)\cos^2\theta \\
&-\sqrt{2}\ Re\ r^{04}_{10}\ \sin 2\theta\ \cos\phi - r^{04}_{1-1}\ \sin^2\theta\ \cos 2\phi \\
&-\epsilon\ \cos(2\Phi)\ (r^1_{11}\sin^2\theta + r^1_{00}\cos^2\theta - \sqrt{2}\ Re\ r^1_{10}\ \sin 2\theta\ \cos\phi - r^1_{1-1}\ \sin^2\theta\ \cos 2\phi) \\
&-\epsilon\ \sin(2\Phi)\ (\sqrt{2}\ Im\ r^2_{10}\ \sin 2\theta\ \sin\phi + Im\ r^2_{1-1}\ \sin^2\theta\ \sin 2\phi) \\
&+\sqrt{2\epsilon(1+\epsilon)}\ \cos\Phi \\
\times\ &[r^5_{11}\sin^2\theta + r^5_{00}\cos^2\theta - \sqrt{2}\ Re\ r^5_{10}\ \sin 2\theta\ \cos\phi - r^5_{1-1}\ \sin^2\theta\ \cos 2\phi] \\
&+\sqrt{2\epsilon(1+\epsilon)}\ \sin\Phi
\end{aligned}$$

$$\times \quad [\sqrt{2}\ Im\ r^6_{10}\ \sin 2\theta\ \sin\phi + Im\ r^6_{1-1}\ \sin^2\theta\ \sin 2\phi]\ \} \tag{6.15}$$

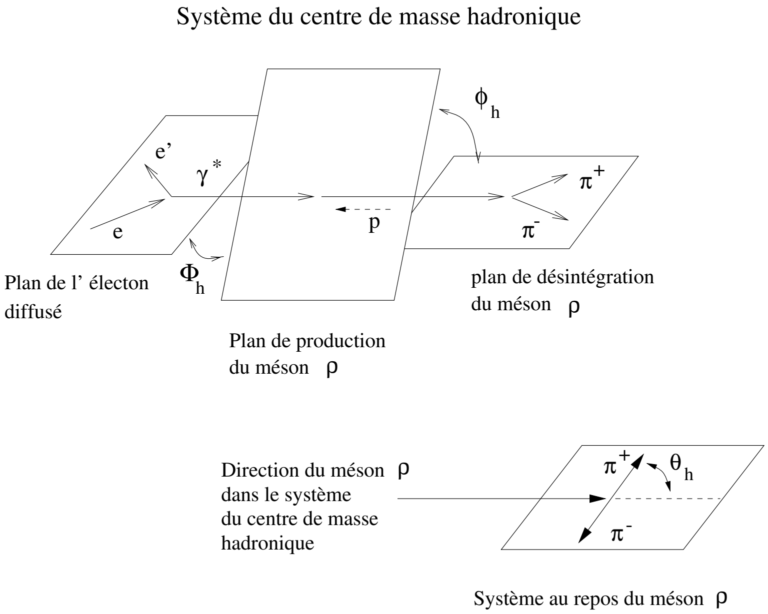



**Figure 6.2:** Système d'hélicité choisi comme système de référence pour l'analyse de la polarisation du méson $\rho$ dans l'état final.

Les quantités $r^\alpha_{ik}$, $r^{04}_{ik}$ :

$$r^{04}_{ik} = \frac{\rho^0_{ik} + \epsilon\rho^4_{ik}}{1+\epsilon R}, \tag{6.16}$$

$$r^{\alpha}_{ik} = \frac{\rho^\alpha_{ik}}{1+\epsilon R} \qquad \alpha = 1, 2 \tag{6.17}$$

$$r^{\alpha}_{ik} = \frac{\sqrt{R}\rho^\alpha_{ik}}{1+\epsilon R} \qquad \alpha = 5, 6 \tag{6.18}$$

sont des combinaisons linéaires[5] des éléments $\rho^\alpha_{ik}$, $(\alpha = 0, 1, 2, 4, 5, 6)$, de la matrice densité de spin, qui elle-même dépend des amplitudes d'hélicité. La difficulté que l'on peut rencontrer lors d'une mesure séparée de $\sigma_T$ et $\sigma_L$ justifie le choix de cette combinaison de matrices densité $r^\alpha_{ik}$, pour laquelle cette séparation n'est plus nécessaire. $R$ est le rapport de la section efficace de production d'un méson vecteur par un photon longitudinal et de celle produite par un photon transverse

[5]Les indices supérieurs indiquent l'état de polarisation du photon ($\alpha = 0,\ 1,\ 2$ représentent un photon transverse, $\alpha = 4$ un photon longitudinal, et $\alpha = 5,\ 6$ mesurent l'interférence entre les productions transverse et longitudinale) alors que les indices inférieurs $i$ et $k$ désignent les états d'hélicité possible $-1$, 0, et $+1$ pour le méson. Par exemple, l'élément de matrice $r^{04}_{00}$ représente la probabilité pour le méson vecteur d'être produit dans l'état d'hélicité 0 (polarisation longitudinale), par un photon polarisé de façon longitudinale ou transverse. $r^\alpha_{10}$ et $r^\alpha_{1-1}$ mesurent des interférences entre les amplitudes d'hélicité du méson. Les indices $\alpha = 3, 7$ et 8 représentent des contributions dues à des leptons (électrons) incidents polarisés. A HERA ces contributions sont négligeables.

$R = \sigma_L/\sigma_T$; $\epsilon$ est le paramètre de polarisation du photon virtuel[6].

Le comportement des différentes amplitudes d'hélicité générées par différents changements de spin entre le photon et le méson vecteur :

$$A_{\lambda_V \lambda_p, \lambda_\gamma \lambda_p} \tag{6.21}$$

où $\lambda$ désigne l'hélicité des particules, joue donc un rôle important dans le comportement des éléments de matrices. Les deux sections qui suivent reprennent quelques propriétés particulières des amplitudes d'hélicité.

## 6.4 Conservation de la parité.

Soit la réaction :

$$1 + 2 \to 3 + 4,$$

une conservation de la parité aux vertex $\bar{4}2$ et $3\bar{1}$ entraîne les relations de symétrie suivantes entre les différentes amplitudes d'hélicité décrites dans le canal-$s$ [65] :

$$A_{\lambda_3\lambda_4\lambda_1\lambda_2} \approx (-1)^{S_4-S_2}\ (-1)^{\lambda_4-\lambda_2}\ A_{\lambda_3-\lambda_4\lambda_1-\lambda_2} \tag{6.22}$$

$$A_{\lambda_3\lambda_4\lambda_1\lambda_2} \approx (-1)^{S_3-S_1}\ (-1)^{\lambda_3-\lambda_1}\ A_{-\lambda_3\lambda_4-\lambda_1\lambda_2} \tag{6.23}$$

où $S_i$ et $\lambda_i$ désignent respectivement le spin et l'hélicité de la particule $i$.

Dans ce travail, nous étudions le processus de collision élastique entre un photon (particule 1) et un proton (particule 2) : $\gamma^* p \to Vp$. Le proton sort "intact" de la réaction. La conservation de la parité en ce vertex $\bar{4}2$ ne fait donc aucun doute. Le vertex $3\bar{1}$ est décrit par le photon incident et un méson vecteur $V = q\bar{q}$ produit. La parité du photon est $P = (-1)$. Celle du méson vecteur est déterminée par : $P = (-1)^{L+1}$ ou encore si $S = 1$ : $P = (-1)^J$ [66]. Dans le cas d'un méson $\rho^0$, $P = -1$. La parité en ce vertex est donc également conservée.

Les amplitudes d'hélicité obéissent alors à la relation de symétrie suivante :

$$A_{-\lambda_\rho \lambda_{p'}, -\lambda_\gamma \lambda_p} = (-1)^{\lambda_\rho - \lambda_\gamma} A_{\lambda_\rho \lambda_{p'}, \lambda_\gamma \lambda_p}. \tag{6.24}$$

entraînant par la même occasion des relations de symétrie entre certains éléments $\rho^\alpha_{ik}$ et par conséquent entre les $r^\alpha_{ik}$ (annexe G).

$$\rho^\alpha_{-\lambda-\lambda'} = (-1)^{\lambda-\lambda'}\ \rho^\alpha_{\lambda\lambda'}, \qquad \alpha = 0, 1, 4, 5 \tag{6.25}$$

$$\rho^\alpha_{-\lambda-\lambda'} = -(-1)^{\lambda-\lambda'}\ \rho^\alpha_{\lambda\lambda'}, \qquad \alpha = 2, 6 \tag{6.26}$$

[6]Le paramètre $\epsilon$ représente le rapport entre les flux de photons transverses et longitudinaux (à HERA, $\langle\epsilon\rangle \simeq 0.996$) :

$$\epsilon = \frac{2(1-y)}{(1+(1-y)^2)} \tag{6.19}$$

y étant la variable de Bjorken permettant de passer du système $e(k_e)p$ au système $\gamma^*(q)p$ :

$$y = \frac{p.q}{p.k_e}\ . \tag{6.20}$$

## 6.5 Conservation de l'hélicité dans le canal $s$ (hypothèse SCHC).

Supposons maintenant que nous ayons conservation de l'hélicité dans le canal $s$ au vertex $\gamma^*\rho$, c'est-à-dire que le méson conserve l'hélicité du photon virtuel. Dans ce cas :

$$A_{\lambda_\rho\lambda_{p'},\lambda_\gamma\lambda_p} = A_{\lambda_\rho\lambda_{p'},\lambda_\gamma\lambda_p}\ \delta_{\lambda_\rho\lambda_\gamma}\ \delta_{\lambda_{p'}\lambda_p}. \qquad (6.27)$$

Seules deux amplitudes d'hélicité indépendantes $A_{\gamma^*_L\to\rho_L}$ et $A_{\gamma^*_T\to\rho_T}$ entrent en compte. Toutes les amplitudes résultant d'un changement d'hélicité entre le méson vecteur $\rho$ et le photon incident sont nulles

$$A_{\lambda_\rho\lambda_\gamma} = 0, \qquad \lambda_\rho \neq \lambda_\gamma$$

sans expliciter l'hélicité des protons. D'où

$$\begin{aligned} A_{10} = A_{01} = A_{-10} = A_{0-1} = 0, \\ A_{1-1} = A_{-11} = 0. \end{aligned} \qquad (6.28)$$

Si on se réfère aux expressions de l'annexe G, reliant les éléments de matrice $r^\alpha_{ik}$ aux différentes amplitudes d'hélicité, nous constatons que tous les éléments de matrice sont nuls à l'exception des cinq ci-dessous :

$$r^{04}_{00},\ r^1_{1-1},\ Im\ r^2_{1-1},\ Re\ r^5_{10},\ Im\ r^6_{10}. \qquad (6.29)$$

De plus :

$$r^1_{1-1} = -Im\ r^2_{1-1}\ et\ Re\ r^5_{10} = -Im\ r^6_{10}. \qquad (6.30)$$

## 6.6 Détermination expérimentale des 15 éléments de la matrice densité de spin.

Regardons à présent ce que l'on observe expérimentalement. Les 15 éléments de matrice peuvent être déterminés par la méthode des moments, en prenant la moyenne des projections de la distribution angulaire $W(\cos\theta, \phi, \Phi)$ sur un ensemble de fonctions orthogonales [64].

La deuxième colonne de la table 6.1 reprend les mesures des 15 éléments de matrice obtenues par H1 pour une valeur moyenne de $\langle |t| \rangle = 0.138$ GeV$^2$ et $\langle Q^2 \rangle = 4.8$ GeV$^2$ [3].

En comparant les mesures des éléments de matrice et les prédictions établies sous les hypothèses de conservation de la parité et de l'hélicité (SCHC) entre le photon et le méson, (reprises à la dernière colonne de la table 6.1), on constate qu'en règle générale, l'accord est respecté pour chaque élément de matrice excepté l'élément $r^5_{00}$ qui est significativement différent de zéro. Cette différence significative entre la mesure et la prédiction de l'hypothèse SCHC indique une certaine violation de la conservation de l'hélicité entre le méson et le photon virtuel. Celle-ci est proportionnelle à l'amplitude $A_{01}$ (où un méson longitudinal est produit par un photon transverse) :

$$r^5_{00} = \frac{\sqrt{R}}{1+\epsilon R}\frac{1}{\sqrt{2N_T N_L}}[Re(A_{00}A^\dagger_{01}) - Re(A_{00}A^\dagger_{0-1})]. \tag{6.31}$$

Ce résultat est précisé et confirmé aux figures 6.6 et 6.7 qui représentent les dépendances en $Q^2$ et en $|t|$ des 15 éléments de matrice de densité de spin $r^{lm}_{ik}$ .

## 6.7 Calcul théorique des amplitudes d'hélicité.

Cette section est basée sur le formalisme et les résultats acquis dans l'étude précédente (chapitre 4)[42] (voir figure 6.3). L'amplitude est toujours le résultat

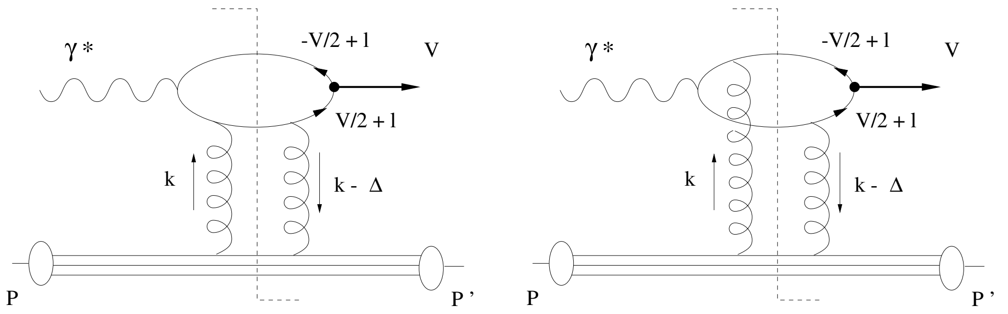



**Figure 6.3:** Diagrammes entrant en compte dans la transition $\gamma p \to Vp$.

de deux contributions : une partie principale et une partie issue du calcul de la discontinuité au pôle introduit par le propagateur $P_5$ (eq. 4.9) de la fonction de vertex du méson. Ce modèle nous permet de calculer toutes les amplitudes d'hélicité <u>avec</u> et <u>sans</u> changement de spin entre le photon et le méson vecteur. Ensuite, afin d'obtenir un élément de comparaison avec les mesures expérimentales, nous dérivons les éléments de matrices $r^\alpha_{ik}$ à l'aide des formules de l'annexe G.

On repart de l'équation (4.29) vue au chapitre précédent, donnant l'amplitude sous forme de convolution entre les boucles supérieure et inférieure du diagramme :

$$\begin{aligned} A_{\lambda_V\lambda_\gamma} &= \frac{2}{3}\,(4\pi\alpha_S)^2 g^{elm} e_Q\ s \\ &\times \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4}\,\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\,\mathcal{F}(k,\Delta)\,\frac{1}{\sqrt{3}}\Phi(l) \\ &\times\ T_{\lambda_V\lambda_\gamma}(e,\epsilon) \end{aligned} \tag{6.32}$$

où $\epsilon$ et $e$ désignent respectivement la polarisation du photon et du méson vecteur, et $T_{\lambda_V\lambda_\gamma} = \bar{A}_{\lambda_V\lambda_\gamma}\ k^2(k-\Delta)^2$. A nouveau, seuls les états de polarisation du photon virtuel et du méson sont indiqués[7], la somme sur les hélicités du proton

[7]Dans la suite, le premier indice de cette notation simplifiée de l'amplitude $T_{\lambda_V\lambda_\gamma}$ indique toujours l'hélicité du méson vecteur, le second représente celle du photon

étant toujours implicitement effectuée.

Avec les vecteurs de polarisation circulaires du photon et du méson définis précédemment[8] (équations 6.2, 6.3, 6.5, 6.9, 6.10), il nous est possible de calculer les amplitudes pour toutes les combinaisons de spin possibles pour le photon et le méson. (l'axe $x$ étant choisi dans la direction de l'impulsion transférée au proton : $\Delta$).

Ainsi nous pouvons calculer :

- l'amplitude de production d'un méson longitudinal par un photon longitudinal : $T_{\lambda_V \lambda_\gamma} = T_{00}$,
- les amplitudes de production d'un méson transverse par un photon transverse :
  - sans changement de spin : $T_{\lambda_V \lambda_\gamma} = T_{11}$, $T_{-1-1}$, calculées dans le chapitre 4,
  - avec double renversement du spin : $T_{1-1}, T_{-11}$,
- les amplitudes avec simple renversement du spin :
  - un méson longitudinal produit par un photon polarisé de façon transverse : $T_{\lambda_V \lambda_\gamma} = T_{01}, T_{0-1}$,
  - un méson transverse produit par un photon polarisé de façon longitudinale : $T_{\lambda_V \lambda_\gamma} = T_{10}, T_{-10}$.

### 6.7.1 Amplitudes SCHC.

Les résultats obtenus avec ce modèle confirment la dominance de l'amplitude longitudinale $T_{00}$ pour de grandes valeurs de $Q^2$, comme ce fut constaté précédemment dans ce travail ainsi que dans d'autres papiers théoriques, dont [32, 38, 42, 67].

On utilise les mêmes variables cinématiques et décompositions en variables de Sudakov[9] que dans le chapitre précédent, à savoir pour rappel :

- $Q^2 = -q.q$ valeur absolue de la virtualité du photon,
- les quadri-impulsions $-\frac{V}{2} + l$, $\frac{V}{2} + l$ des quarks de masse $\mu_q = 2m_q$ dans la boucle supérieure du diagramme (fig. 6.3), avec

$$l = \frac{\alpha}{2s}p \; + \frac{\beta}{2}q \; + \frac{\mathbf{l}_t}{2},$$

[8] Les hélicités $\lambda = \pm 1$ correspondent aux deux vecteurs de polarisation circulaire transverses possibles pour le photon et le méson, et l'hélicité $\lambda = 0$ correspond à une polarisation longitudinale.

[9] L'indice $t$ signifiant que la variable est transverse à la fois à la direction de propagation du photon ($q$) et du proton incident ($p$).

- l'impulsion $k \approx \frac{\mathbf{k}_t}{2}$ et $k-\Delta$ pour les gluons, avec $\Delta \approx \Delta_t$ et $k_t^2 = -\mathbf{k}_t.\mathbf{k}_t$,
- $t = \Delta_t.\Delta_t$ le carré de l'impulsion transférée au proton,
- entre $\mathbf{k}_t$, $\Delta_t$ et $\mathbf{l_t}$, $\Delta_t$ on définit respectivement les angles $\varphi$ et $\psi$.

**1.** Dans la limite des grandes valeurs de l'énergie $s$, l'expression obtenue pour l'amplitude $T_{00}$ de production d'un méson longitudinal par un photon virtuel polarisé longitudinalement est la suivante :

$$\begin{aligned} T_{00} &= \frac{-4\ (\mu_q^2 + (1-\beta^2)m_V^2 - \mathbf{l}_t^2)\ (1+\beta)^2\ (1-\beta)\ Q\ \epsilon_L.e_L}{[(1-\beta)^2\ t\ - \mu_q^2 + \mathbf{l}_t^2 - (1-\beta^2)Q^2 - 2(1-\beta)\ \mathbf{l}_t.\Delta_t]\ m_V} \\ &\times \frac{2(1-\beta)\mathbf{k}_t.\Delta_t - 2\mathbf{k}_t.\mathbf{l}_t + \mathbf{k}_t^2}{D(Q^2,\ t,\ k_t,\ l_t)} \end{aligned} \tag{6.33}$$

où

$$\begin{aligned} D(Q^2,\ t,\ k_t,\ l_t) \equiv\ & [\ (1-\beta^2)Q^2 - (1-\beta)^2\ t + \mu_q^2\ - \mathbf{l}_t^2\ + \mathbf{k}_t^2 \\ & +2(1-\beta)\mathbf{k}_t.\Delta_t\ - 2\mathbf{k}_t.\mathbf{l}_t\ + 2(1-\beta)\mathbf{l}_t.\Delta_t\ ]. \end{aligned} \tag{6.34}$$

En insérant (6.33) dans (6.32), on retrouve l'expression de l'amplitude longitudinale $\mathcal{A}_{00}$ largement étudiée dans le chapitre précédent.

**2.** L'amplitude transverse $T_{11}$ ($\lambda_V = \lambda_\gamma = +1$), un peu plus compliquée (comme on a pu le constater dans les chapitres précédents), vient en second[10]. Par souci de simplicité, je n'en donne ici l'expression que dans le cas particulier où $t = 0$ :

$$\begin{aligned} T_{11}(t=0) &= \frac{-8\ (1+\beta)}{[(1-\beta^2)Q^2\ + \mu_q^2 - \mathbf{l}_t^2\ + \mathbf{k}_t^2 - 2\mathbf{l}_t.\mathbf{k}_t][(1-\beta^2)Q^2\ + \mu_q^2 - \mathbf{l}_t^2]} \\ \times\ & \{\ [\mathbf{l}_t^2\ - (1-\beta^2)Q^2\ - \mu_q^2]\ (\epsilon_t.\mathbf{l}_t\ e_t.\mathbf{k}_t\ - \beta^2\ \epsilon_t.\mathbf{k}_t\ e_t.\mathbf{l}_t\ - \mathbf{l}_t.\mathbf{k}_t\ \epsilon_t.e_t) \\ & +(1-\beta^2)\ (\mathbf{k}_t^2 - 2\mathbf{l}_t.\mathbf{k}_t)\ \epsilon_t.\mathbf{l}_t\ e_t.\mathbf{l}_t\ + (\mathbf{l}_t^2 - \mu_q^2)(2\mathbf{l}_t.\mathbf{k}_t\ + \mathbf{k}_t^2)\ \epsilon_t.e_t\ \} \end{aligned} \tag{6.36}$$

A nouveau l'insertion de (6.36) dans (6.32) donne l'expression de l'amplitude transverse $\mathcal{A}_{11}$.

### 6.7.2 Les amplitudes d'hélicité avec changement de spin.

A présent, bien que plus petites, les amplitudes d'hélicité avec changement du spin du méson par rapport au photon, ne sont plus d'ordre $1/s$. Le calcul de ces amplitudes est similaire au calcul des amplitudes SCHC et par conséquent aux

[10] En utilisant les vecteurs polarisation circulaires $\epsilon(\lambda = \pm 1) \propto (0, 1, \pm i, 0)$, la partie imaginaire de l'amplitude transverse, calculée par les règles de Cutkovsky, est elle-même complexe : $\mathcal{A} \propto T$ avec,

$$T_{\lambda_V \lambda_\gamma} = T_{11} = Re\ T_{11} + i\ Im\ T_{11}. \tag{6.35}$$

Cependant, la partie imaginaire $Im\ T_{11}$ s'annule après intégration angulaire et seule la partie réelle reste. Il en sera de même pour toutes les composantes $T_{\lambda_\rho \lambda_\gamma}$ des amplitudes.

calculs effectués dans le chapitre précédent.

• On observe avant tout les propriétés de symétrie suivantes entre les amplitudes :

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{-\lambda_V,-\lambda_\gamma} &= (-1)^{\lambda_V-\lambda_\gamma}\mathcal{A}_{\lambda_V,\lambda_\gamma} \\
\mathcal{A}_{0-1} &= -\mathcal{A}_{01} \\
\mathcal{A}_{-10} &= -\mathcal{A}_{10} \\
\mathcal{A}_{-1-1} &= \mathcal{A}_{11} \\
\mathcal{A}_{1-1} &= \mathcal{A}_{-11}
\end{aligned} \tag{6.37}$$

en accord avec la conservation de la parité (section 6.4).

• Ensuite, nous avons constaté numériquement que les amplitudes d'hélicité s'inscrivent dans la hiérarchie suivante :

$$|\mathcal{A}_{00}| > |\mathcal{A}_{11}| > |\mathcal{A}_{01}| > |\mathcal{A}_{10}| > ... \tag{6.38}$$

pour des valeurs de $Q^2$ relativement grandes. Dans les domaines cinématiques pris en compte à HERA [3, 62], nous trouvons que l'amplitude d'hélicité $|\mathcal{A}_{10}|$ de production d'un méson transverse par un photon longitudinal est de l'ordre de 20 fois plus petite que celle de production d'un méson longitudinal par un photon virtuel transverse $|\mathcal{A}_{01}|$, elle même de l'ordre de 30 fois plus petite que l'amplitude longitudinale $\mathcal{A}_{00}$. Les amplitudes d'hélicité avec double changement de spin $A_{1-1} = A_{-11}$ sont bien plus petites encore et seront négligées dans cette approche.

Le calcul des deux amplitudes d'hélicité indépendantes, avec simple changement de spin, $\mathcal{A}_{01}$ et $\mathcal{A}_{10}$, est facilement dérivé des diagrammes de Feynman (fig. 6.3). En utilisant (6.32), les mêmes notations que précédemment et les vecteurs de polarisation adéquats, on obtient :

$$T_{01}(\lambda_V = 0, \lambda_\gamma = +1) = \frac{N_{01}}{D}, \tag{6.39}$$

$$T_{10}(\lambda_V = +1, \lambda_\gamma = 0) = \frac{N_{10}}{D}, \tag{6.40}$$

avec :

$$\begin{aligned}
D &= [\ 2(1-\beta)\ \mathbf{l}_t.\Delta_t\ - \mathbf{l}_t^2\ + \mu_q^2\ + (1-\beta^2)Q^2\ - (1-\beta)^2\ t\ ] \\
&\times\ [\ 2(1-\beta)\ \mathbf{l}_t.\Delta_t\ + 2(1-\beta)\ \mathbf{k}_t.\Delta_t\ - 2\mathbf{l}_t.\mathbf{k}_t \\
&\qquad + \mathbf{k}_t^2\ - \mathbf{l}_t^2\ + \mu_q^2\ + (1-\beta^2)Q^2\ - (1-\beta)^2\ t\ ],
\end{aligned} \tag{6.41}$$

$$\begin{aligned}
N_{01} &= \frac{4}{m_V}\ \beta\ (1+\beta)\ [\ \mathbf{l}_t^2 - \mu_q^2 - (1-\beta^2)m_V^2\ ] \\
&\times\ \{\ \epsilon_t.\Delta_t\ (1-\beta)\ [4(1-\beta)\ \Delta_t.\mathbf{k}_t\ + 2\mathbf{l}_t.\mathbf{k}_t\ + \mathbf{k}_t^2] \\
&+\quad 2\epsilon_t.\mathbf{l}_t\ [\mathbf{l}_t.\mathbf{k}_t - (1-\beta)\Delta_t.\mathbf{k}_t] \\
&+\quad \epsilon_t.\mathbf{k}_t\ [2(1-\beta)\Delta_t.\mathbf{l}_t\ - \mathbf{k}_t^2\ - \mathbf{l}_t^2\ + \mu_q^2\ + (1-\beta^2)Q^2\ - (1-\beta)^2\ t\ ]\ \},
\end{aligned} \tag{6.42}$$

$$N_{10} = -8\ \beta\ \epsilon_L.q\ (1+\beta)^2(1-\beta)\ \mathbf{l}_t.e_t\ [\ 2\mathbf{k}_t.\mathbf{l}_t\ - 2(1-\beta)\mathbf{k}_t.\Delta_t\ - \mathbf{k}_t^2\ ]. \tag{6.43}$$

### 6.7.3 Propriétés des matrices d'hélicité.

En analysant les expressions (6.33), (6.36), (6.39) et (6.40) obtenues pour les différentes amplitudes d'hélicité, nous pouvons mettre en avant quelques propriétés principales.

#### 6.7.3.1 Résultats consécutifs à une impulsion de Fermi nulle $l = 0 \rightarrow \beta = 0$.

Les deux amplitudes avec changement de spin $\mathcal{A}_{01}$ (6.39) et $\mathcal{A}_{10}$ (6.40) sont proportionnelles au coefficient de Sudakov $\beta$ de l'impulsion de Fermi ($l = \frac{l_t}{2} + \frac{\beta}{2}q + \frac{\alpha}{2s}p$). Lorsque $\beta = 0$ celles-ci s'annulent contrairement aux deux amplitudes qui conservent l'hélicité $\mathcal{A}_{00}$ (6.33) et $\mathcal{A}_{11}$ (6.36). L'impulsion de Fermi joue donc un rôle important dans l'existence de $\mathcal{A}_{01}$ et $\mathcal{A}_{10}$. La condition $\beta = 0$ ou $l_{Fermi} = 0$ entraîne la conservation de l'hélicité du méson par rapport au photon virtuel (SCHC). Dans notre toute première approche (chap. 3), la part d'impulsion $l$ des quarks mésoniques n'était pas prise en compte : $\beta = 0$; les amplitudes d'hélicité avec changement de spin étaient alors exactement nulles dans la limite des grandes énergies.

#### 6.7.3.2 Comportement en $Q^2$.

1. Photoproduction($Q^2 = 0$).

Analysons pour commencer la photoproduction d'un méson vecteur. Les expressions (6.33), (6.36), (6.39) et (6.40) indiquent clairement que les amplitudes de production d'un méson (longitudinal ou transverse) par un photon réel ($Q^2 = 0$) polarisé de façon longitudinale s'annulent exactement. Ce résultat ne s'applique pas dans le cadre d'un photon initial transverse.

$$\begin{array}{lcl} T_{00} & = & 0, \qquad\qquad T_{11} \neq 0, \\ T_{10} & = & 0, \qquad\qquad T_{01} \neq 0. \end{array} \tag{6.44}$$

Lorsque le photon initial est polarisé de façon longitudinale, il est facile de démontrer cette annulation. L'amplitude se présente sous la forme :

$$T_{\lambda_\gamma=0} = \epsilon_\mu^{(L)} \mathcal{M}^\mu(q). \tag{6.45}$$

En utilisant l'expression du vecteur de polarisation $\epsilon_L$ (3.22), cette équation devient :

$$T_{\lambda_\gamma=0} = [\frac{2Q}{s}p_\mu \; + \frac{1}{Q}q_\mu]\mathcal{M}^\mu(q). \tag{6.46}$$

Par ailleurs, une identité de Ward, conséquence de l'invariance de jauge implique :

$$q_\mu \mathcal{M}^\mu(q) = 0, \tag{6.47}$$

et annule le second terme du membre de droite de l'équation (6.46).
L'amplitude[11] s'écrit alors :

$$T_{\lambda_\gamma=0} = \frac{2Q}{s} p_\mu \, \mathcal{M}^\mu(q) \tag{6.48}$$

qui s'annule proportionnellement à $Q/s$ lorsque $Q^2 \to 0$.

2. <u>$Q^2 > 0$ et calcul de la limite pour $Q^2$ tendant vers l'infini</u>.

Pour de grandes valeurs de $Q^2$, les comportements sont décrits aux équations (6.33), (6.36), (6.39) et (6.40). En utilisant des notations simplifiées non nulles a, b, c, d, e, A, B, C, D et E (fonctions des variables d'intégration), nous pouvons réécrire :

$$\begin{aligned} T_{11} &\approx \frac{a + bQ^2}{cQ^4 + dQ^2 + e}, && (6.49) \\ T_{00} &\approx \frac{Q}{cQ^4 + dQ^2 + e}, && (6.50) \\ T_{01} &\approx \frac{A + BQ^2}{CQ^4 + DQ^2 + E}, && (6.51) \\ T_{10} &\approx \frac{Q}{CQ^4 + DQ^2 + E}, && (6.52) \end{aligned}$$

Au regard des expressions ci-dessus, nous serions tentés de dériver trop rapidement les comportements asymptotiques avant intégration. Cependant une analyse plus détaillée nous a conduit, cette fois encore, à constater que l'intégrale et la limite ne commutent pas.

Lorsqu'on examine les comportements obtenus numériquement (fig. 6.4), il semble que les comportements asymptotiques soient bien plus complexes. Les intégrations sur les variables $l^2$ et $\beta$ introduisent probablement des termes en $Q^2$ supplémentaires dans la contribution due à la partie principale des amplitudes $T_{11}$, $T_{01}$ et $T_{10}$. Nous avions observé un comportement identique au niveau du calcul de l'amplitude transverse $A_T$ dans le chapitre précédent. La partie principale, consécutive au pôle dans le propagateur $P_5$ du quark laissé hors-couche, joue ici encore un rôle prépondérant dans le comportement asymptotique des amplitudes.
Les valeurs de $Q^2$ atteintes à HERA sont néanmoins loin d'approcher la limite de l'infini. Nous n'avons donc aucun moyen de contrôler le calcul asymptotique des amplitudes.

Sur la figure 6.4, nous pouvons voir l'évolution en fonction de $Q^2$ des différentes amplitudes d'hélicité pour un $|t|$ moyen fixé ($|t| = 0.1352$ GeV$^2$). On vérifie aisément que les amplitudes $A_{00}$ et $A_{10}$ tombent effectivement vers zéro lorsque $Q^2 \to 0$.

[11] Il en est de même pour l'expression complète des amplitudes $A_{\lambda_V \lambda_\gamma}$ puisque la dépendance en $Q^2$ vient uniquement de la composante $T_{\lambda_V \lambda_\gamma}$.

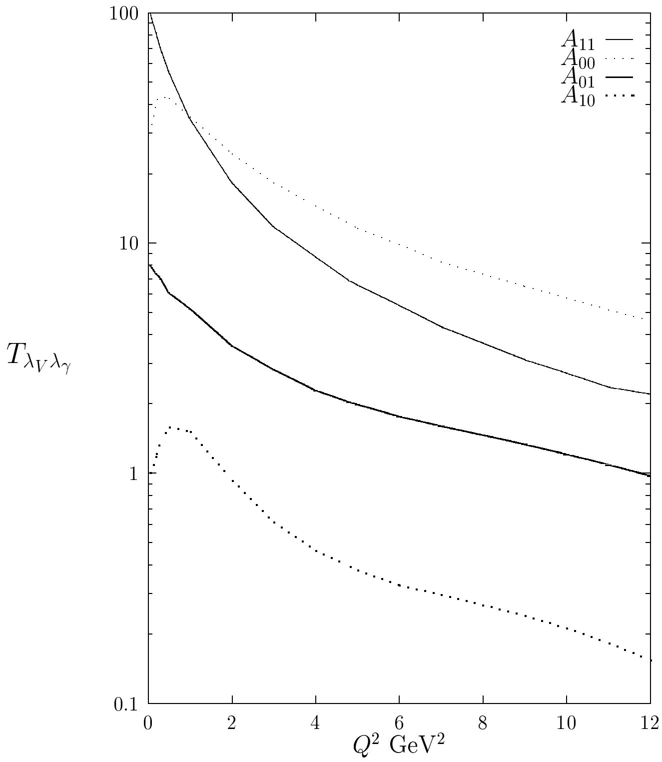



**Figure 6.4:** Dépendance en $Q^2$ des différentes matrices d'hélicité pour $\langle|t|\rangle = 0.1352$ GeV$^2$.

#### 6.7.3.3 Comportement aux petites valeurs de $\mathbf{k}_t^2$.

Comme dans le chapitre précédent, les expressions obtenues pour les différentes amplitudes sont finies dans l'infrarouge. En effet, l'équation 6.32 donne :

$$\bar{A}_{\lambda_V\lambda_\gamma} \propto \frac{T_{\lambda_V\lambda_\gamma}\ \mathcal{F}(k,k-\Delta)}{\mathbf{k}_t^2(\mathbf{k}_t-\Delta_t)^2}. \tag{6.53}$$

Nous pouvons développer les expressions générales obtenues pour $T_{\lambda_V\lambda_\gamma}$ (eqs.6.33, 6.36, 6.39 et 6.40) dans la limite des petites valeurs de l'impulsion transverse des gluons $\mathbf{k}_t^2$. Nous avons :

$$\begin{aligned} d\bar{A}_{00}(\mathbf{k}_t^2=0) \quad &\propto \quad \frac{-4(1+\beta)^2(1-\beta)\ Q\ \mathcal{F}(k,k-\Delta)\epsilon_L.e_L}{m_V\ (\mathbf{k}_t-\Delta_t)^2} \\ &\times \quad \frac{\mathbf{l}_t^2-\mu_q^2-(1-\beta^2)m_V^2}{[2(1-\beta)\Delta_t.\mathbf{l}_t\ -\mathbf{l}_t^2+\mu_q^2+(1-\beta^2)Q^2-(1-\beta)^2t]^2}, \end{aligned} \tag{6.54}$$

$$\begin{aligned} d\mathcal{A}_{11}(\mathbf{k}_t^2=0,t=0) \quad &\propto \quad \frac{-8\ (1+\beta)\ \mathcal{F}(k,t=0)}{\mathbf{k}_t^2} \\ &\times \quad \frac{(1-\beta^2)\ \epsilon_t.\mathbf{l}_t\ e_t.\mathbf{l}_t\ +(\mathbf{l}_t^2-\mu_q^2)\ \epsilon_t.e_t}{[(1-\beta^2)Q^2\ +\mu_q^2]^2}, \end{aligned} \tag{6.55}$$

$$d\mathcal{A}_{01}(\mathbf{k}_t^2=0) \quad \propto \quad \frac{4\ \beta\ (1+\beta)\ \mathcal{F}(k,k-\Delta)\epsilon_t.[(1-\beta)\Delta_t\ -\mathbf{l}_t]}{m_V\ (\mathbf{k}_t-\Delta_t)^2}$$

$$\times \quad \frac{\mathbf{l}_t^2 - \mu_q^2 - (1-\beta^2)m_V^2}{[2(1-\beta)\Delta_t.\mathbf{l}_t \; - \mathbf{l}_t^2 + \mu_q^2 + (1-\beta^2)Q^2 - (1-\beta)^2 t]^2}, \tag{6.56}$$

$$d\mathcal{A}_{10}(\mathbf{k}_t^2 = 0) \propto \frac{8\ \beta\ Q\ (1+\beta)^2\ (1-\beta)\ e_t.\mathbf{l}_t\ \mathcal{F}(k, k-\Delta)}{(\mathbf{k}_t - \Delta_t)^2\ [2(1-\beta)\Delta_t.\mathbf{l}_t \; - \mathbf{l}_t^2 + \mu_q^2 + (1-\beta^2)Q^2 - (1-\beta)^2 t]^2}. \tag{6.57}$$

Le facteur de forme choisi pour le proton $\mathcal{F}(k, k-\Delta) \propto \mathbf{k}_t.(\mathbf{k}_t - \Delta)$ (eq: 3.5) annule toute singularité qui subsisterait au dénominateur. Ces expressions restent alors intégrables sur tout le domaine d'intégration de la variable $k_t^2$. Pour simplifier l'expression, nous n'avons explicité l'amplitude $\mathcal{A}_{11}$ que pour $t = 0$. La conclusion reste identique dans le cas général.

#### 6.7.3.4 Comportement en $|t| = 0$.

Dans la limite $|t| = |t_{min}| \approx 0$, on observe l'annulation de toutes les amplitudes d'hélicité avec changement de spin :

$$\mathcal{A}_{01} = \mathcal{A}_{0-1} = \mathcal{A}_{10} = \mathcal{A}_{-10} = \mathcal{A}_{1-1} = \mathcal{A}_{-11} = 0. \tag{6.58}$$

Ce comportement se vérifie facilement en développant les expressions (6.33), (6.36), (6.39) et (6.40) autour de $|t| = 0$ et en effectuant les intégrales angulaires d$\varphi$, d$\psi$. Le rapport de l'amplitude de production d'un méson longitudinal par un photon transverse $T_{01}$ et de l'amplitude longitudinale, dominante à grand $Q^2$, est le suivant :

$$\frac{T_{01}}{T_{00}} = \frac{\beta\sqrt{|t|}}{\sqrt{2}(1+\beta)\ Q}. \tag{6.59}$$

La figure 6.5 représente la dépendance vis-à-vis de $|t|$ des différentes amplitudes d'hélicité pour un $Q^2$ fixé ($\langle Q^2 \rangle = 4.8$ GeV$^2$). Les amplitudes avec un simple renversement du spin entre le méson et le photon - $A_{01}$ et $A_{10}$ - s'annulent effectivement en $|t| = 0$, présentent ensuite un maximum pour une très petite valeur de $|t| < 0.1$ GeV$^2$ pour ensuite décroître lorsque $|t|$ augmente davantage.

### 6.7.4 Eléments de matrice.

Nous venons de voir que les amplitudes avec changement d'hélicité entre le photon virtuel et le méson vecteur ne sont pas nulles. En particulier les amplitudes d'hélicité $A_{01}$ (où un méson longitudinal est produit par un photon transverse) et $A_{10}$ (où un méson transverse est produit par un photon longitudinal) ne sont plus négligeables. Ces dernières jouent un rôle mesurable dans le comportement des éléments de matrice.

En utilisant les relations explicitées dans l'annexe G, nous pouvons à notre tour calculer les 15 éléments de matrice indépendants $r_{ik}^{\alpha}$.
La table 6.1 présente les résultats obtenus avec notre modèle (seuls $A_{-11} = A_{1-1}$ sont négligées) pour les différents éléments de matrice, et les compare aux mesures expérimentales et aux prédictions de l'hypothèse de conservation de l'hélicité

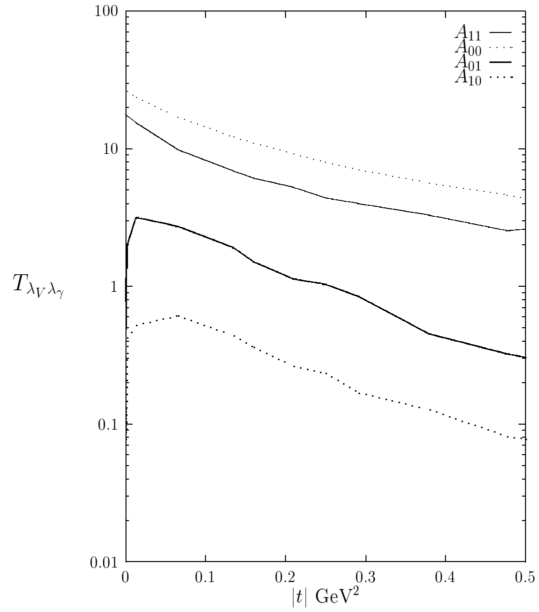



**Figure 6.5:** Evolution des différentes matrices d'hélicité en fonction de $|t|$ pour $\langle Q^2\rangle = 4.8$ GeV$^2$. Lorsque $t \to 0$ on retrouve bien le comportement prédit par l'équation 6.59.

(SCHC).

Les figures 6.6 et 6.7 illustrent les dépendance en $Q^2$ et $|t|$ des 15 éléments de la matrice densité de spin. On constate un bon accord entre le modèle et les données récoltées à H1 [3] et ZEUS [62]. Que ce soit pour l'évolution en $Q^2$ ou en $|t|$, en tenant compte des erreurs statistiques et systématiques, les courbes obtenues à la suite de nos calculs décrivent relativement bien les mesures, et ce même pour de petites valeurs de $Q^2$.

Il faut cependant signaler que nous avons rassemblé sur un même graphe (figure 6.6) les données de ZEUS et de H1 alors que la valeur moyenne $\langle|t|\rangle$ à laquelle ces éléments sont mesurés n'est pas identique pour ces deux expériences. Au regard des données actuelles, la dépendance en $|t|$ semble, il est vrai, peu importante; l'apport de nouvelles données nous en dira peut-être plus sur le sujet. Il ne faudra donc pas perdre cette différence de vue.

## 6.8 Conclusion.

Bien que les amplitudes qui conservent l'hélicité $A_{00}$, $A_{11}$ restent dominantes, nous venons de montrer que nous ne pouvons plus négliger les amplitudes qui modifient l'hélicité entre le photon virtuel et le méson vecteur produit. Parmi celles-ci, l'amplitude d'hélicité $A_{01}$ de production d'un méson longitudinal par un photon transverse est la plus importante. Son existence est le signe évident de la violation de l'hypothèse SCHC.

On peut notamment faire une prédiction quant à l'importance de cette violation en prenant le rapport de l'amplitude avec changement d'hélicité dominante et des amplitudes qui conservent l'hélicité :

$$r = \frac{|A_{01}|}{\sqrt{|A_{11}|^2 + |A_{00}|^2}} \approx \frac{|A_{01}|}{|A_{11}|\sqrt{1+R}} \approx r^5_{00}\sqrt{\frac{1+R}{2R}} \approx 8.0 \pm 3.0\% \quad \text{(exp)} \tag{6.60}$$

$$\approx 14. \pm 0.8\% \quad \text{(modèle)} \tag{6.61}$$

calculé pour $\langle Q^2 \rangle = 4.8$ GeV$^2$ et $\langle |t| \rangle = 0.138$ GeV$^2$, $r^5_{00}$ étant l'élément de la matrice densité de spin pour lequel on mesure la plus importante déviation vis-à-vis de la prédiction SCHC.

Le calcul des différentes amplitudes d'hélicité et des différents éléments de matrice de densité de spin nous a permis de comparer notre modèle avec les observations de H1 et de ZEUS, et de constater une fois de plus un excellent accord entre les deux.

| Eléments | | mesures | | | modèle | SCHC et Parité |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $r^{04}_{00}$ | 0.674 | $\pm$ 0.018 | $^{-0.036}_{+0.051}$ | 0.76 | $\frac{\epsilon R}{1+\epsilon R}$ |
| 2 | Re $r^{04}_{10}$ | 0.011 | $\pm$ 0.012 | $^{+0.007}_{-0.001}$ | 0.059 | 0 |
| 3 | $r^{04}_{1-1}$ | -0.010 | $\pm$ 0.013 | $^{+0.004}_{-0.003}$ | -0.001 | 0 |
| 4 | $r^{1}_{00}$ | -0.058 | $\pm$ 0.048 | $^{+0.013}_{-0.011}$ | -0.018 | 0 |
| 5 | $r^{1}_{11}$ | 0.002 | $\pm$ 0.034 | $^{+0.006}_{-0.006}$ | 0. | 0 |
| 6 | Re $r^{1}_{10}$ | -0.018 | $\pm$ 0.016 | $^{+0.010}_{-0.014}$ | -0.033 | 0 |
| 7 | $r^{1}_{1-1}$ | 0.122 | $\pm$ 0.018 | $^{+0.004}_{-0.005}$ | 0.119 | $\frac{1}{2}\frac{1}{1+\epsilon R}$ |
| 8 | Im $r^{2}_{10}$ | 0.023 | $\pm$ 0.016 | $^{+0.010}_{-0.009}$ | 0.033 | 0 |
| 9 | Im $r^{2}_{1-1}$ | -0.119 | $\pm$ 0.018 | $^{+0.010}_{-0.005}$ | -0.119 | $-r^{1}_{1-1}$ |
| 10 | $r^{5}_{00}$ | 0.093 | $\pm$ 0.024 | $^{+0.019}_{-0.010}$ | 0.16 | 0 |
| 11 | $r^{5}_{11}$ | 0.008 | $\pm$ 0.017 | $^{+0.008}_{-0.012}$ | 0.01 | 0 |
| 12 | Re $r^{5}_{10}$ | 0.146 | $\pm$ 0.008 | $^{+0.006}_{-0.006}$ | 0.15 | $\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{\sqrt{R}}{1+\epsilon R}\frac{Re(A_{11}A^{\dagger}_{00})}{\lvert A_{11}\rvert\lvert A_{00}\rvert}$ |
| 13 | $r^{5}_{1-1}$ | -0.004 | $\pm$ 0.009 | $^{+0.001}_{-0.003}$ | -0.01 | 0 |
| 14 | Im $r^{6}_{10}$ | -0.140 | $\pm$ 0.008 | $^{+0.002}_{-0.004}$ | -0.149 | -Re $r^{5}_{10}$ |
| 15 | Im $r^{6}_{1-1}$ | 0.002 | $\pm$ 0.009 | $^{+0.003}_{-0.000}$ | 0.01 | 0 |

**Table 6.1:** Eléments de matrice pour la production élastique de mésons $\rho$, obtenus par la méthode des moments pour $Q^2 = 4.8$ GeV$^2$ et $|t| = 0.138$ GeV$^2$. La première erreur expérimentale est statistique, la seconde systématique. La troisième colonne indique les résultats obtenus par notre modèle en négligeant les amplitudes $A_{-11}$ et $A_{1-1}$. La dernière colonne présente les prédictions de l'hypothèse SCHC et de la conservation de la parité pour ces éléments.

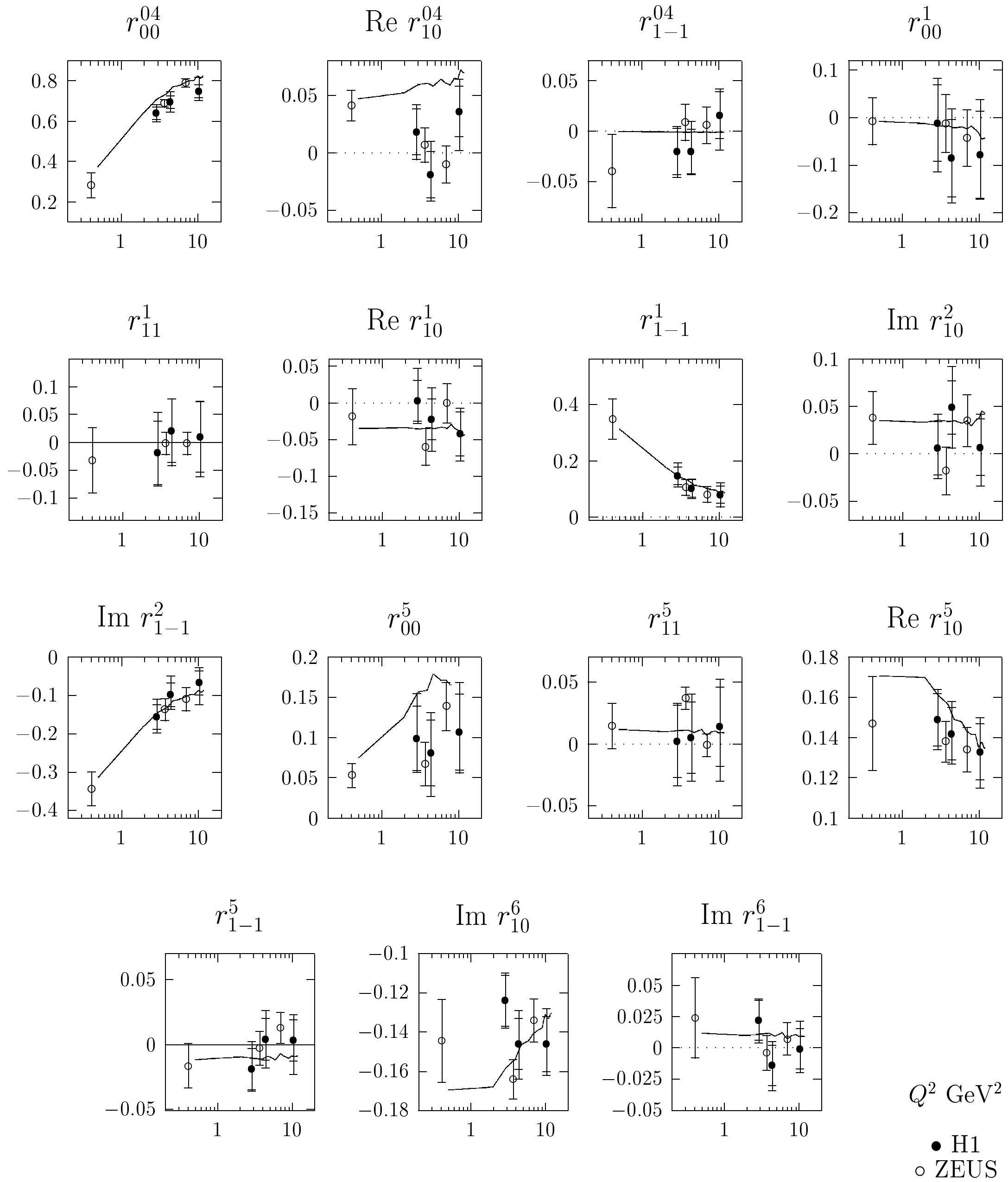



**Figure 6.6:** Dépendance en $Q^2$ des 15 éléments de la matrice de densité de spin pour la production *quasi*-élastique du méson $\rho$. Les points expérimentaux sont obtenus par la méthode des moments [3]. Les lignes en traits pointillés indiquent la valeur nulle prédite par l'hypothèse SCHC. Les lignes en trait plein sont les résultats obtenus par notre modèle pour $|t| = 0.138$ GeV$^2$.

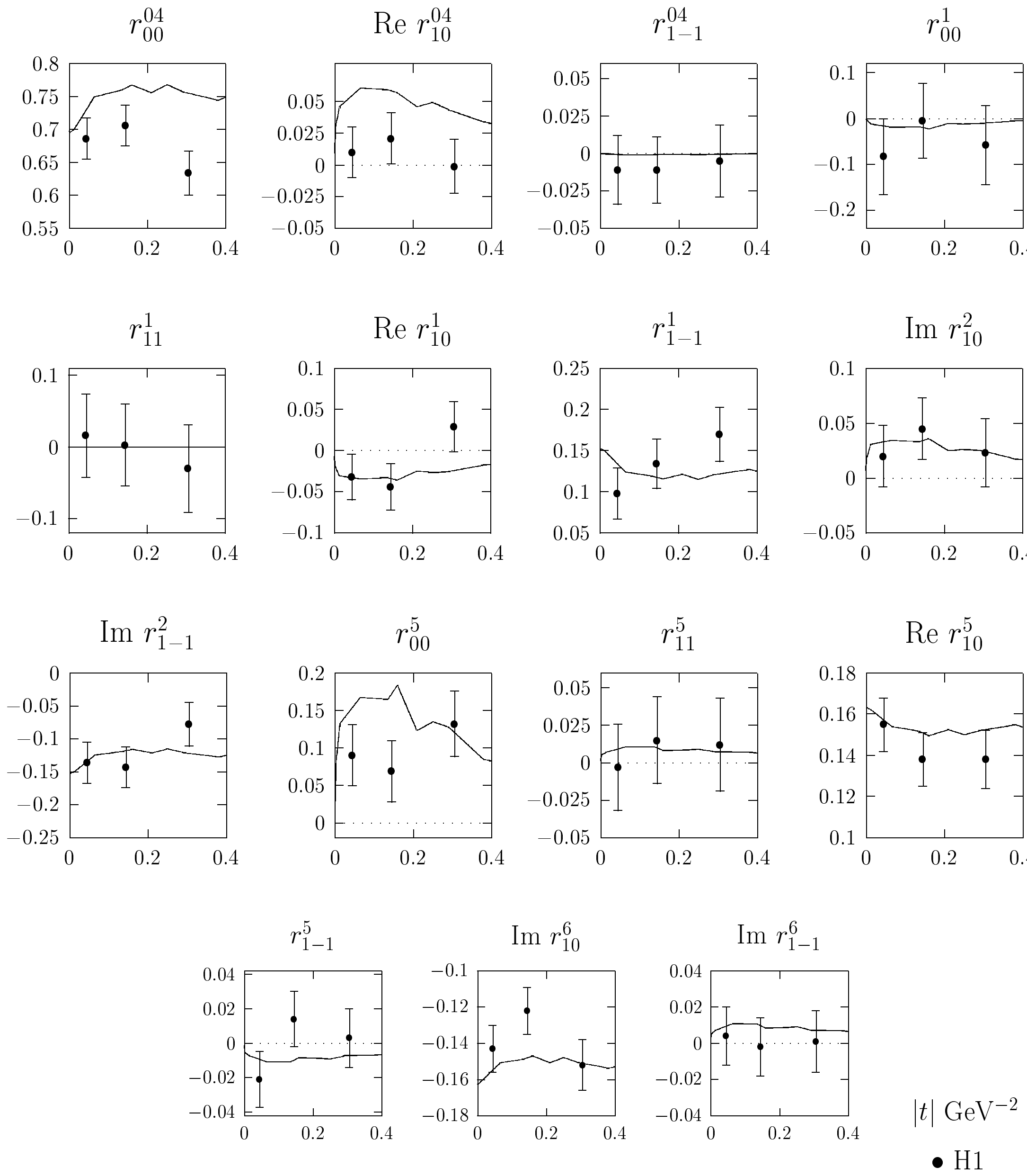



**Figure 6.7:** Dépendance en $|t|$ des 15 éléments de la matrice de densité de spin pour la production *quasi*-élastique du méson $\rho$. Les points expérimentaux sont obtenus par la méthode des moments [3]. Les lignes en traits pointillés indiquent la valeur nulle prédite par l'hypothèse SCHC. Les lignes en trait plein sont les résultats obtenus par notre modèle pour $Q^2 = 4.8$ GeV$^2$.

# Chapitre 7

# Dépendance en énergie de la section efficace.

La dépendance en énergie des sections efficaces de production des mésons vecteurs $\gamma^* p \to Vp$ est un véritable problème pour la théorie. Ne pouvant la prédire, la plupart des modèles trouvés dans la littérature l'ajoutent à la main. Dans ce chapitre, nous allons quelque peu étudier cette question importante.

## 7.1 Position du problème.

Avant de nous intéresser à la théorie, nous rappelons tout d'abord quelques observations expérimentales déjà mentionnées au chapitre 1.

La production diffractive des mésons vecteurs $\rho$ et $\phi$ a notamment été étudiée dans des interactions muon-proton, par les expériences CHIO ($5 < \sqrt{s} < 16$ GeV) à FNAL [6], EMC [7] et NMC [8] au CERN ($6 < \sqrt{s} < 19$ GeV)t. Plus récemment, la collaboration E665 au Tevatron de Fermilab (Chicago) a analysé le méson $\rho$ dans le domaine cinématique suivant : $0.15 < Q^2 < 20$ GeV$^2$ et $9.5 < \sqrt{s} < 24$ GeV [9].

Les expériences de production diffractive de mésons vecteurs dans des interactions muon-proton et sur cible fixe [8, 7, 9] ont permis de constater une faible dépendance de la section efficace $\gamma^* p \to Vp$ ($V = \rho$, $\phi$) avec l'énergie (pour $\sqrt{s} \geq 10$ GeV).

En se basant sur la théorie de Regge, Donnachie et Landshoff [68] ont montré que les sections efficaces totales hadron-hadron et photon-hadron peuvent être décrites par la contribution de deux trajectoires :

$$\sigma_{tot.} = As^{\epsilon} + Bs^{-\eta}. \tag{7.1}$$

Le premier terme est attribué à l'échange d'un Poméron (théorie de Regge) de trajectoire :

$$\alpha_{I\!P}(t) \quad = \quad \alpha_{I\!P}(0) + \alpha'_{I\!P} t, \tag{7.2}$$

$$\alpha_{I\!P}(0) \;=\; 1+\epsilon, \qquad \epsilon \geq 0 \tag{7.3}$$

qui domine pour de grandes valeurs de l'énergie; le second terme est imputé à l'échange d'une trajectoire de mésons ($\rho$, $\omega$, $f_2$, $a_2$,...) et domine à basse énergie. Les puissances effectives $\epsilon$ et $\eta$, ajustées aux données expérimentales, sont données par [68] :

$$\epsilon \;\simeq\; 0.08, \tag{7.4}$$

$$\eta \;\simeq\; 0.45. \tag{7.5}$$

A partir de 1992, les premières collisions électron-proton, enregistrées au collisionneur HERA, permettent d'étudier la production diffractive de mésons vecteurs à plus haute énergie encore ($\sqrt{s}$ est alors de l'ordre de 100 GeV) et dans un vaste domaine en $Q^2$.

### 7.1.1 Photoproduction ($Q^2 = 0$ GeV$^2$).

En photoproduction, H1 comme ZEUS observe une faible dépendance des sections efficaces de production des mésons $\rho$ et $\phi$ [12] (voir figure 1.5). En exprimant la dépendance en énergie sous la forme suivante[1] :

$$\sigma(\gamma^* p \to \rho p) \propto W^{\delta}, \quad \text{avec} \quad W = \sqrt{s_{\gamma^* p}} \tag{7.6}$$

l'expérience ZEUS obtient la valeur $\delta = 0.16 \pm 0.06(stat.)^{0.11}_{-0.15}(syst.)$ pour le $\rho$ [14]. Cette valeur est compatible avec l'échange d'un Poméron mou[2]. En effet, si on considère que la production est dominée par l'échange d'un Poméron mou (la contribution due à l'échange d'un méson étant très faible à haute énergie), en utilisant l'approximation suivante :

$$\alpha_{I\!P}(t) = 1 + \epsilon + \alpha'_{I\!P}\ \bar{t} \tag{7.7}$$

et en choisissant la valeur moyenne expérimentale du $t$ en photoproduction (pour le méson $\rho$) : $\bar{t} = 1/b_0 \simeq 1/10$ GeV$^2$, nous pouvons relier les paramètres $\delta$ et $\epsilon$ comme suit[3] (eqs. 7.3) :

$$\delta = 4(\epsilon + \alpha'_{I\!P}\bar{t}\ ) \simeq 0.22 \quad \text{pour} \quad \alpha'_{I\!P} = 0.25 \text{ GeV}^{-2} \quad \text{et} \quad \epsilon = 0.08 \tag{7.8}$$

très proche de la valeur expérimentale.

La section efficace de photoproduction du méson $J/\psi$ présente, par contre, une dépendance plus importante vis-à-vis de l'énergie :

$$\sigma_{J/\psi} \propto W^{\delta=0.8} \quad (Q^2 \simeq 0 \text{ GeV}^2) \tag{7.9}$$

et ne peut plus être simplement expliquée par l'échange d'un Poméron mou.

[1] Dans la suite, pour étudier la dépendance en énergie, nous utiliserons la variable $W$ avec $W = \sqrt{s}$ dans le centre de masse du système $\gamma^* p$.

[2] Cette appellation Poméron "mou" vient de la faible valeur du paramètre $\epsilon$ ($\epsilon = 0.08$).

[3] Le facteur $\alpha'_{I\!P}$ est extrait des mesures des sections efficaces différentielles dans les processus de diffusion élastique $pp$ et $p\bar{p}$ à haute énergie [68].

### 7.1.2 Electroproduction pour $Q^2 \neq 0$ GeV$^2$.

D'autre part, les récentes données de H1 et ZEUS sur la production des mésons $\rho$ et $\phi$ ont fait apparaître une dépendance en énergie de la section efficace, pour $Q^2 \neq 0$, bien plus grande que celle attendue pour un Poméron mou (voir figure 7.1). Cette figure indique, non seulement une dépendance plus importante

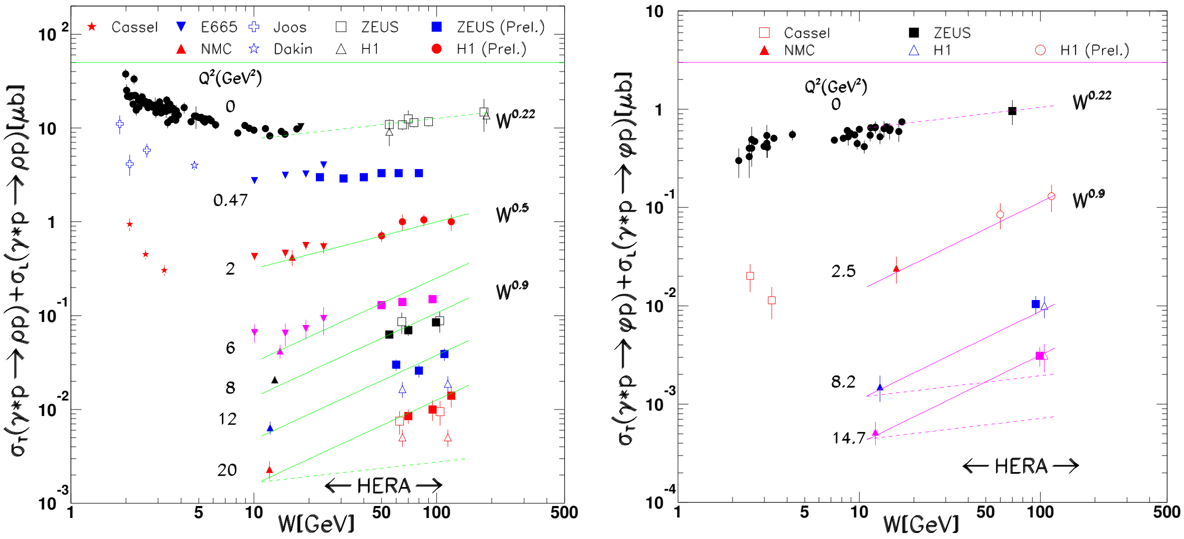



**Figure 7.1:** Dépendance en énergie des sections efficaces de production élastique du (a) $\rho$ et (b) $\phi$ pour différentes valeurs de $Q^2$. Les points relevés sont issus de différentes expériences [12] à basse et haute énergie, les lignes en traits discontinus sont des ajustements par des lois en puissance de l'énergie.

de la section efficace en fonction de l'énergie, mais il semblerait également que l'exposant $\delta$ dépende de $Q^2$.

## 7.2 Prédictions du modèle.

Les deux formalismes présentés dans ce travail (chapitres 3 et 4) ne nous permettent pas d'étudier explicitement la dépendance en énergie. Nous l'avons simplement introduite à la main sous la forme d'un facteur $\mathcal{R}$ (dans l'amplitude) que nous avons appelé facteur de Regge[4]. Nous avions par ailleurs déjà insisté sur le fait que ce facteur est indépendant de la variable $Q^2$ et de la masse du méson vecteur $m_V$ (un même facteur commun était consistant avec les données relevées à HERA pour les méson $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$ voir chapitre 5) .

Afin de quantifier la dépendance en énergie, nous avons appliqué [41] cette même philosophie pour reproduire les données des sections efficaces à plus basse énergie relevées à EMC et NMC [8]. Nous pouvons toujours écrire le facteur $\mathcal{R}$ sous la

[4] En fait, comme nous l'avons déjà mentionné, dans nos modèles, le facteur $\mathcal{R}$ ne peut être calculé indépendamment de la constante de couplage $\alpha_S$. C'est donc le facteur $\mathcal{R}\alpha_S^4$ qui intervient dans le calcul de la section efficace.

forme[5] :

$$\mathcal{R} = W^{\delta} \simeq W^{4(\alpha(0)-1)}. \tag{7.10}$$

et déterminer la valeur de l'intercept $\alpha(0) = 1 + \epsilon$ en comparant les valeurs de $\mathcal{R}$ obtenues en ajustant nos courbes aux données expérimentales de HERA et de NMC :

$$2\epsilon = \frac{\ln(\mathcal{R}_{NMC}) - \ln(\mathcal{R}_{HERA})}{\ln(W^2_{NMC}) - \ln(W^2_{HERA})} \quad \text{pour} \quad \begin{aligned} W^2_{NMC} &\approx 200 \text{ GeV}^2 \\ W^2_{HERA} &\approx 10.000 \text{ GeV}^2 \end{aligned} \tag{7.11}$$

Sur la figure 7.2, nous présentons les courbes que nous avons obtenues avec

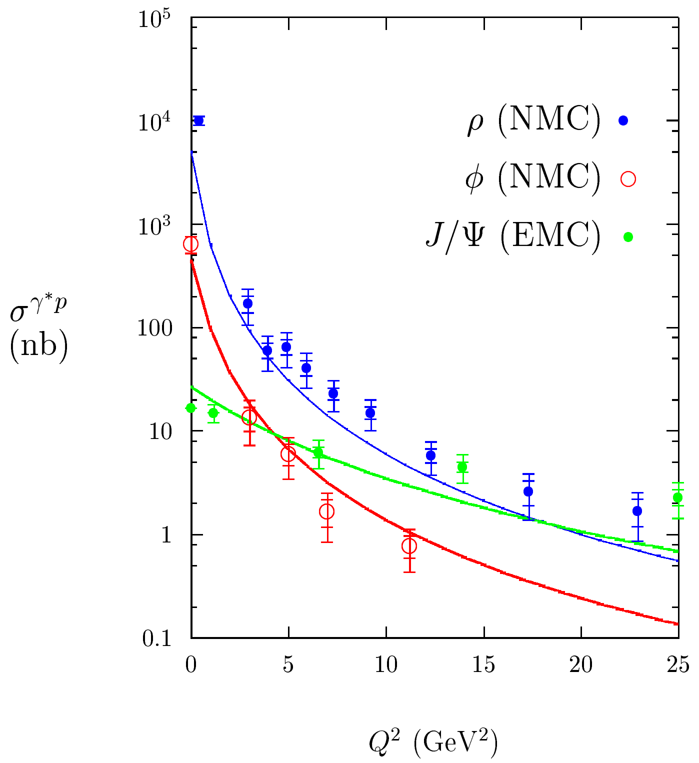



**Figure 7.2:** Comparaison avec les sections efficaces diffractives relevées à basse énergie, $\langle W^2 \langle \simeq 200$ GeV$^2$ [8]. Les courbes représentées sur ce graphe sont obtenues pour $\alpha(0) = 1.16$, $W^2_{NMC} \approx 200$ GeV$^2$ et $W^2_{HERA} \approx 10.000$ GeV$^2$.

$\alpha(0) = 1.16$. Cette valeur de l'intercept est plus élevée que celle attendue d'un Poméron mou ($\alpha(0) = 1.08$). Néanmoins, nous constatons que les courbes reproduisent raisonnablement[6] les mésons $\rho$ et le $\phi$, mais sous-estiment la section efficace du méson $J/\psi$ à grand $Q^2$.

[5]Les résultats obtenus aux chapitres 3 et 4, pour la pente $b$ du comportement exponentiel de la section efficace différentielle $d\sigma/dt \propto e^{-b|t|}$, ne nous laissent pas de place pour une éventuelle pente du Poméron. Dans ce cas nous faisons l'hypothèse que $\alpha' \sim 0$ et par conséquent $\epsilon = \alpha(0) - 1 \approx \delta/4$

[6]Les données de HERA utilisées pour ce graphe sont les données relevées en 1994 ([41]). Nous verrons plus loin que les données les plus récentes indiquent une dépendance possible de $\mathcal{R}$ en $Q^2$ et $m_V$.

Nous devons réaliser que les calculs que nous avons présentés dans cette thèse, sont valides pour $Q^2 + m_V^2 << W^2$. Ce qui n'est plus le cas pour le méson $J/\psi$ à EMC (l'énergie étant plus faible). De plus, les mesures de la section efficace de production du méson $J/\psi$, présentées sur ce graphe, ne sont pas débarrassées du bruit de fond diffractif. Il est donc fort probable que les données soient contaminées par une contribution inélastique relativement importante.

D'autre part, on peut expliquer le fait que les données pour le méson $\rho$ semblent quelque peu trop élevées par rapport à la courbe par l'existence de trajectoires plus basses que celle du Poméron et qui peuvent contribuer à la section efficace. L'interférence entre l'échange d'un méson $a_2$ ou $f$ et l'échange d'un Poméron peut contribuer (jusqu'à 20%) et produire une section efficace plus élevée pour le $\rho$.

Nous pouvons par ailleurs ajuster le paramètre $\mathcal{R}$ séparément pour chaque méson et voir si le comportement en énergie provient d'un pôle simple. A la table 7.1, nous donnons les facteurs qui ajustent au mieux les mesures présentées sur la figure 7.2, ainsi que l'intercept des trajectoires correspondantes. Nous ne donnons

| Méson | $\mathcal{R}\alpha_s^2$ | $\chi^2$/d.l. | énergie (GeV) | intercept $\alpha(0)$ |
|---|---|---|---|---|
| $\rho$ | 0.4 | 0.6 | $8 < \sqrt{s} < 20$ | 1.10 |
| $\phi$ | 0.268 | 0.138 | $8 < \sqrt{s} < 20$ | 1.206 |
| combiné | 0.32 | 1.19 | $8 < \sqrt{s} < 20$ | 1.161 |

**Table 7.1:** Les meilleures valeurs de $\mathcal{R}\alpha_S^2$ à NMC.

pas de résultat pour le méson $J/\psi$ que nous ne pouvons pas ajuster raisonnablement. On constate que les mésons $\rho$ et $\phi$ nécessitent des facteurs $\mathcal{R}$ quelque peu différents[7]. Le comportement de la section efficace de production du méson $\rho$ se rapproche de celui d'un Poméron mou, alors que celle du méson $\phi$ semble croître plus rapidement avec l'énergie. Par ailleurs, nous ne voyons pas de signe d'une dépendance réelle de l'intercept avec $Q^2$.

## 7.3 Nouvelle approche.

La comparaison entre différentes expériences - les expériences sur cible fixe (NMC, EMC) et HERA - peut être entachée d'incertitudes provenant de la normalisation. Pour éviter ce problème, il est préférable d'analyser la dépendance en énergie au sein d'une même expérience.

La précision des données récentes relevées à HERA, qui s'étendent sur un large domaine en énergie ($30 \leq W \leq 170$ GeV) permet à présent de réaliser cette analyse.

La figure 7.3 présente les sections efficaces de production élastique du méson $\rho$ mesurées à H1 [3] et ZEUS. Ces derniers résultats suggèrent une dépendance en

[7] Ce qui peut se déduire directement en analysant le rapport de la section efficace de production du méson $\phi$ et de celle du méson $\rho$ à grand $Q^2$. Ce rapport diminue de $R \sim 0.18$ à HERA à $R \sim 0.12$ à NMC.

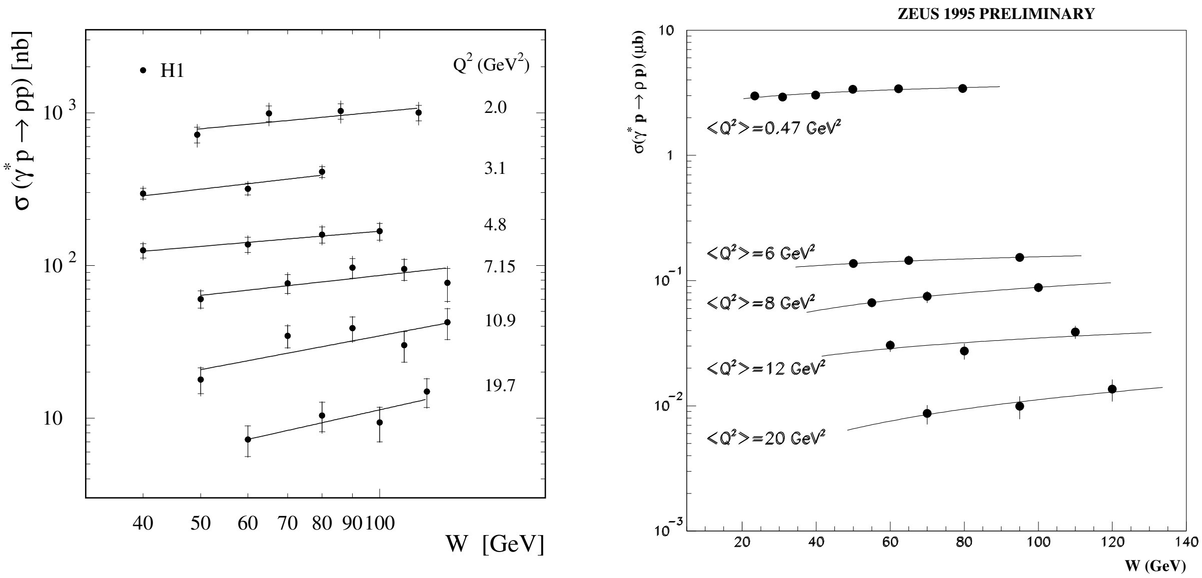



**Figure 7.3:** Section efficace $\gamma^* p \to \rho p$ en fonction de $W = \sqrt{s}$ pour différentes valeurs de $Q^2$. (a) Les barres d'erreurs représentent les erreurs totales obtenues en additionnant quadratiquement les erreurs statistiques et systématiques des données de H1 relevées en 1995 et 96 [3]; (b) données relevées par la collaboration ZEUS [12].

énergie plus forte de la section efficace lorsque $Q^2$ augmente. Les lignes en trait plein (fig. 7.3) représentent les ajustements, selon une loi en puissance inspirée de la théorie de Regge : $\sigma_{\gamma^* p} \propto W^\delta$. Les valeurs du paramètre $\delta$ qui ajuste les mesures de H1 sont reprises dans la deuxième colonne de la table 7.2(a) pour différentes valeurs de $Q^2$; celles de ZEUS sont présentées à la table 7.2(b). Ces valeurs sont également représentées sur la figure 7.4 et bien que les erreurs expérimentales soient importantes, $\delta$ semble augmenter avec $Q^2$. En effet, tout d'abord compatible, en photoproduction, avec la valeur attendue par l'échange du Poméron mou, le paramètre $\delta$ semble augmenter et atteindre, pour $Q^2 \geq 20$ GeV$^2$, des valeurs compatibles avec celles mesurées en photoproduction pour le $J/\psi$. Cependant, les mesures sont entachées de larges erreurs et l'analyse de la production de mésons $\rho$ avec une statistique plus élevée est nécessaire pour éclaircir ce point.

Le théorème de factorisation nous dit que la dépendance en énergie est directement reliée à la fonction de distribution non diagonale des partons. Lorsque $t \approx 0$, cette dernière peut être approximée par la fonction densité de gluons $xG(x, Q^2)$ où $x \simeq Q^2/W^2$ si l'énergie et $Q^2$ sont grands. Pour introduire la dépendance en énergie dans notre modèle, nous allons remplacer les deux principales inconnues de celui-ci - les facteurs $\mathcal{R}$ et $\alpha_S$ par une fonction densité pour les gluons. La section efficace devient :

$$\sigma_{\gamma^* p \to Vp} = [xG(x, Q^2)\ \alpha_S^2]^2\ \sigma_{th} \tag{7.12}$$

où $\sigma_{th}$ désigne la section efficace obtenue au chapitre 4 dont on a retiré le facteur commun[8] $\mathcal{R}$ et la constante de couplage[9] $\bar{\alpha}_S \simeq 0.7$.

(a) H1

| $Q^2$ (GeV$^2$) | $\delta$ | $\chi^2$/d.l. |
|---|---|---|
| 3.09 | $0.45 \pm 0.17$ | 1.37 |
| 4.80 | $0.33 \pm 0.17$ | 0.45 |
| 7.15 | $0.44 \pm 0.23$ | 0.84 |
| 10.9 | $0.75 \pm 0.23$ | 1.58 |
| 19.7 | $0.87 \pm 0.44$ | 0.59 |

(b) ZEUS

| $Q^2$ (GeV$^2$) | $\delta$ |
|---|---|
| 0 | $0.16 \pm 0.06\ ^{+}0.11_{-}0.15$ |
| 0.47 (BPC) | $0.18 \pm 0.05 \pm 0.13$ |
| 6 | $0.18 \pm 0.16 \pm 0.05$ |
| 8 | $0.47 \pm 0.16 \pm 0.09$ |
| 12 | $0.38 \pm 0.21 \pm 0.13$ |
| 20 | $0.77 \pm 0.19 \pm 0.19$ |

**Table 7.2:** Mesures du paramètre $\delta$ (eq. 7.6) obtenues (a) par la collaboration H1 et valeurs de la qualité de cet ajustement ($\chi^2$); (b) par la collaboration ZEUS [12].

Dans la suite, nous nous sommes essentiellement intéressés à la production *quasi*-élastique du méson $\rho^0$.

• **Paramétrisation MRS99.**
Pour la fonction densité de gluons nous avons utilisé la paramétrisation MRS99 extraite des récentes données de $F_2$. Dans l'équation (7.12), nous avons fait varier $\alpha_S$ avec $Q^2$ selon la formule à une boucle :

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{12\ \pi}{(33 - 2N_f)\ \ln(\frac{Q^2}{\Lambda^2_{QCD}})} \tag{7.13}$$

où $\Lambda_{QCD}$ a été calculé pour $N_f = 3$.

Les résultats sont présentés à la figure 7.5. On constate que les courbes reproduisent relativement bien les données. Par ailleurs, nous devons faire remarquer que l'échelle introduite dans $\alpha_S$ n'est pas connue exactement. En faisant varier cette échelle dans l'intervalle $[Q^2/4\ ,\ 4Q^2]$, il est possible de passer par tous les points expérimentaux. Nous observons bien une augmentation de la section efficace avec l'énergie. Nous pouvons également paramétriser nos courbes selon une loi en puissance de l'énergie $\sigma \propto W^\delta$; le paramètre $\delta$ ainsi calculé est repris dans la deuxième colonne de la table 7.4 pour différentes valeurs de $Q^2$. Bien que ce paramètre soit dans notre cas plus élevé que celui mesuré expérimentalement, nous constatons qu'il augmente légèrement lorsque $Q^2$ croît.

Nous pourrions également laisser de côté la forme (7.13) pour $\alpha_S$ et tenter de déterminer la valeur idéale de cette inconnue en chaque $Q^2$ en comparant les

[8] Au chapitre 5, nous avons vu que le facteur, qui multiplie les sections efficaces du modèle pour ajuster au mieux les mesures expérimentales, est identique quelque soit le méson vecteur produit ($\rho$, $\phi$, $J/\psi$).

[9] L'échelle utilisée pour définir la constante de couplage $\alpha_S$ dans les modèles que nous avons élaborés (chap 3 et 4), est l'impulsion $k_i$ des gluons. Cependant, nous avons fait remarquer que $\alpha_S(k, k-\Delta)$ se comporte approximativement comme une constante $\alpha_S^0 = 0.7$, limite supérieure arbitrairement fixée lorsque $k \to 0$.

sections efficaces $\sigma(W)$ obtenues (en utilisant toujours la paramétrisation MRS99) et les résultats expérimentaux de HERA, ($\chi^2(\alpha_S)$ minimum)

$$\alpha_S^4 = \frac{\sum_i \ d_i t_i / e_i^2}{\sum_i t_i^2 / e_i^2} \tag{7.14}$$

où $t_i$, $d_i$ et $e_i$ désignent respectivement les valeurs théoriques obtenues pour $\sigma(W)$, les données expérimentales et leurs erreurs (statistiques et systématiques en quadrature). Les valeurs de $\alpha_S$ ainsi calculées sont présentées à la table 7.3. L'évolution de ce paramètre avec $Q^2$ est représentée par la courbe rouge sur la figure 7.6.

• **Paramétrisation inspirée de Donnachie et Landshoff [71].**
On peut à présent se demander ce qu'apporterait une dépendance en $t$ du paramètre $\mathcal{R}$ (eq. 7.6). Pour cela nous nous sommes inspirés de la paramétrisation du facteur de forme $F_2$ réalisée par Donnachie et Landshoff [71].

Pour reproduire la dépendance importante de la section efficace vis-à-vis de l'énergie, ces derniers ont exploré l'existence d'un deuxième Poméron et ont défini le comportement du facteur de forme $F_2$ en le comparant aux dernières mesures de HERA, dans un vaste domaine en $0.2\text{GeV}^2 < \text{Q}^2 < 1000\text{GeV}^2$ et en énergie avec $x < 0.07$.

Le principe est simple, chaque Poméron agit comme un pôle simple (dans le plan complexe du moment angulaire), apportant sa contribution selon une simple puissance de l'énergie $W$. Les deux exposants (voir section 7.1) :

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= 0.08 \quad \text{échange d'un Poméron mou} \qquad (7.15)\\ \eta &= -0.45 \quad \text{échange d'un méson f ou a}_2 \qquad (7.16) \end{aligned}$$

sont conservés. Un troisième exposant $\epsilon_0$ vient s'ajouter pour l'échange d'un Poméron dit “dur”.

Leur paramétrisation de $F_2$ qui reproduit au mieux les données expérimentales est la suivante :

$$F_2(x, Q^2) = \sum_i f_i(Q^2)\ x^{-\epsilon_i} \tag{7.17}$$

où l'indice $i$ indique la particule échangée et,

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= 0.418, && (7.18)\\ f_0(Q^2) &= 0.0410(\frac{Q^2}{Q^2+7.13})^{(1+\epsilon_0)}\ (1+0.485\ \log(1+\frac{Q^2}{10.6})), && (7.19)\\ f_1(Q^2) &= 0.387(\frac{Q^2}{Q^2+0.684})^{(1+\epsilon_1)}\ \frac{1}{1+\sqrt{Q^2/48.0}}, && (7.20)\\ f_2(Q^2) &= 0.0504(\frac{Q^2}{Q^2+0.00291})^{(1+\epsilon_2)}. && (7.21) \end{aligned}$$

Dans 7.12, nous avons alors introduit :

$$xG(x,Q^2,t) \propto F_2(x,Q^2,t) \tag{7.22}$$
$$= \sum_i f_i(Q^2)\ x^{-e_i(t)} \tag{7.23}$$

et entré, de plus, une pente pour les différentes particules échangées :

$$e_0(t) = \epsilon_0 + 0.1\ t \tag{7.24}$$
$$e_1(t) = \epsilon_1 + 0.25\ t \tag{7.25}$$
$$e_2(t) = \epsilon_2 + 0.91\ t \tag{7.26}$$

La paramétrisation DL ne nous permet pas d'identifier directement le paramètre $\alpha_S$; en effet, la densité de gluons n'est déterminée, à petits $x$, qu'à une constante près par la fonction $F_2$. Nous conservons $\alpha_S \simeq 0.7$ telle qu'il est utilisé dans les chapitres 3 et 4.

• **Dépendance de la section efficace vis-à-vis de l'énergie**.
Les résultats obtenus pour les sections efficaces de production du méson $\rho$ $\sigma_{\gamma^* p\to\rho p}(W)$ sont présentés à la figure 7.7. Les courbes vertes et rouges découlent respectivement de l'utilisation de la paramétrisation inspirée du calcul de Donnachie et Landshoff et de celle de la paramétrisation MRS99(1,2,3).

A nouveau, on constate que le modèle décrit bien les données et que les trois paramétrisations MRS99(1,2,3) diffèrent peu. La paramétrisation de Donnachie et Landshoff (DL) permet également de reproduire l'augmentation de la section efficace avec l'énergie et prédit en outre une faible augmentation du paramètre $\delta$ (7.6) avec $Q^2$ (quatrième colonne de la table 7.4). On peut remarquer que ce paramètre $\delta$ obtenu avec DL est plus proche des données expérimentales que celui obtenu avec la paramétrisation MRS99.

• **Comportement de la section efficace différentielle**.
Nous avons utilisé cette similitude de la fonction $F_2$ avec $xG(x,Q^2)$ pour pouvoir introduire la dépendance vis-à-vis de la variable $t$ dans le paramètre $\delta$. Les résultats obtenus pour la section efficace en fonction de l'énergie sont encourageants. Cependant lorsqu'on calcule la pente :

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto e^{-b|t|}, \tag{7.27}$$

nous obtenons une valeur de la pente $b$ nettement trop élevée :

$$b = 8.7\mathrm{GeV}^{-2} \quad \text{pour } Q^2 = 19.7 \tag{7.28}$$

Le problème de la dépendance en $t$ subsiste encore.

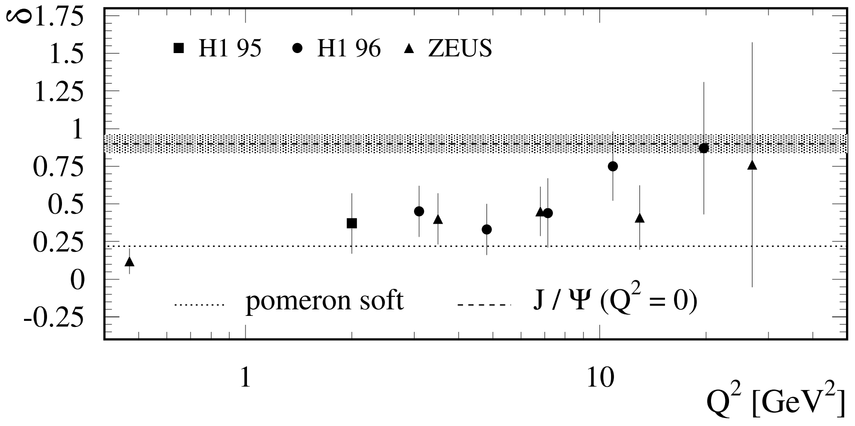



**Figure 7.4:** Dépendance en $Q^2$ du paramètre $\delta$. Les points expérimentaux proviennent des analyses de H1 1996 [3], de H1 1995 [69] et de ZEUS [70]. La courbe en pointillé inférieure indique la valeur de $\delta = 0.22$ prédite par l'échange d'un Poméron mou. La bande en trait discontinu supérieure indique les résultats obtenus pour la photoproduction du méson $J/\psi$ en photoproduction en tenant compte des erreurs statistiques et systématiques.

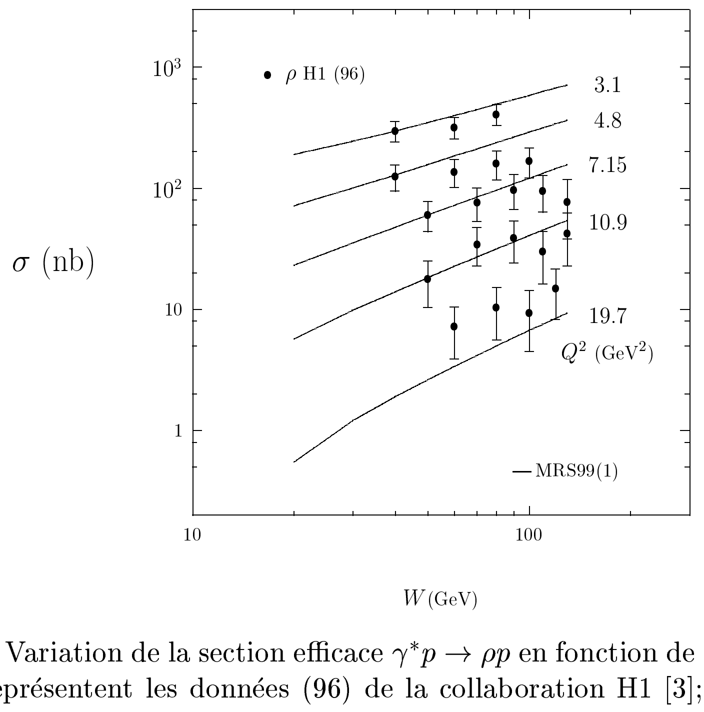



**Figure 7.5:** Variation de la section efficace $\gamma^* p \to \rho p$ en fonction de l'énergie $W$. Les points représentent les données (96) de la collaboration H1 [3]; les courbes représentent les résultats obtenus avec la fonction de densité des gluons en utilisant la paramétrisation MRS99(1) et la forme 7.13 pour $\alpha_S$.

| | MRS99(1) | |
|---|---|---|
| $Q^2$ | $\alpha_S$ | $\chi^2/$d.l |
| 3.1 | 0.38 | 0.51 |
| 4.8 | 0.33 | 1.48 |
| 7.15 | 0.30 | 1.42 |
| 10.9 | 0.29 | 1.11 |
| 19.7 | 0.31 | 0.46 |

**Table 7.3:** Valeur de $\alpha_S(Q^2)$ déterminée en comparant les valeurs obtenues pour la section efficace du $\rho$, en utilisant la paramétrisation $MRS99(1)$ et les données expérimentales.

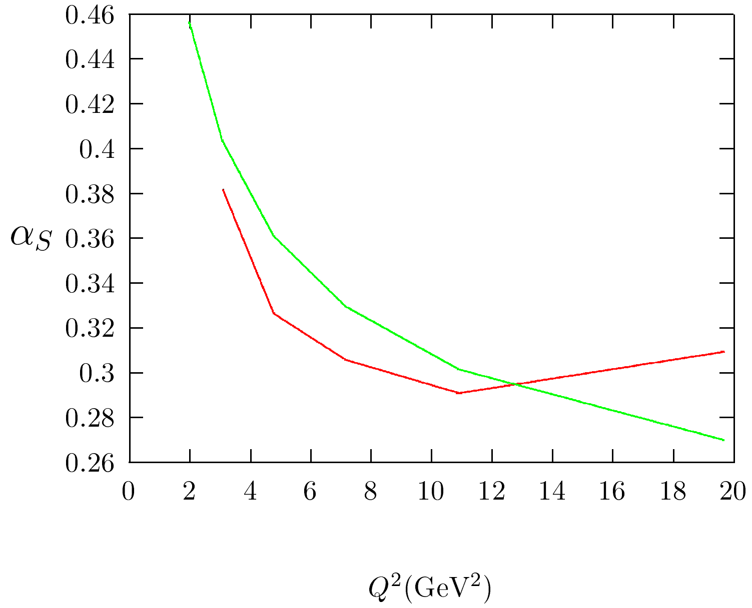



**Figure 7.6:** Evolution du paramètre $\alpha_S$ en fonction de $Q^2$. La courbe rouge représente les résultats obtenus par la recherche de la valeur idéale du paramètre pour reproduire, en chaque $Q^2$, les mesures de la section efficace de production du méson $\rho$ à H1 [3]; la courbe verte est obtenue par l'équation 7.13.

| | MRS99(1) | | DL | |
|---|---|---|---|---|
| $Q^2$ | $\delta$ | $\chi^2/$d.l | $\delta$ | $\chi^2/$d.l |
| 3.1 | 0.69 | 0.999 | 0.617 | 0.996 |
| 4.8 | 0.865 | 1 | 0.692 | 0.996 |
| 7.15 | 1.02 | 0.999 | 0.76 | 0.996 |
| 10.9 | 1.21 | 0.999 | 0.827 | 0.996 |
| 19.7 | 1.52 | 0.997 | 0.9 | 0.997 |

**Table 7.4:** Valeur du paramètre $\delta$ ($\sigma_\rho \propto W^\delta$) et $\chi^2$ moyen obtenu avec les deux paramétrisations de $xG(x,Q^2)$ définies dans le texte.

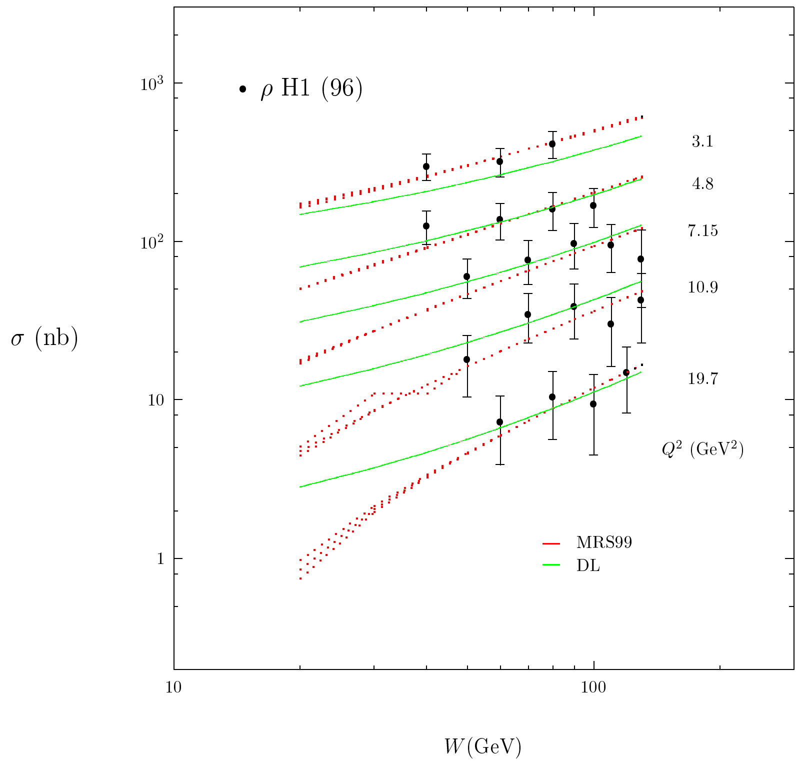



**Figure 7.7:** Dépendance en énergie $W$ de la section efficace $\gamma^* p \to \rho p$ pour différentes valeurs de $Q^2$. Les points expérimentaux sont les dernières mesures de H1 [3]. Les lignes rouges en pointillés indiquent les résultats obtenus avec les trois paramétrisations MRS99(1,2,3) pour la fonction de densité des gluons $xG(x)$. Les lignes vertes en trait plein indiquent le résultat obtenu avec la paramétrisation de Donnachie et Landshoff comme expliqué dans le texte.

# Chapitre 8

# Production diffractive de mésons vecteurs avec dissociation du proton.

Lors d'interactions hadron-hadron, la production diffractive d'un méson vecteur $V$ peut se faire, comme nous venons de le voir, via un processus *quasi*-élastique, le proton sortant intact de la réaction (fig. 8.1a), ou encore via un processus *dissociatif*, dans lequel le proton se dissocie en un état Y de masse $M_Y$ plus élevée (figure 8.1b) :

$$e + p \rightarrow e + V + p, \quad (8.1)$$

$$e + p \rightarrow e + V + Y \quad (8.2)$$

Le nombre total d'événements sélectionnés expérimentalement, $N_{tot}$, est composé d'un mélange d'événements élastiques et d'événements avec dissociation du proton.

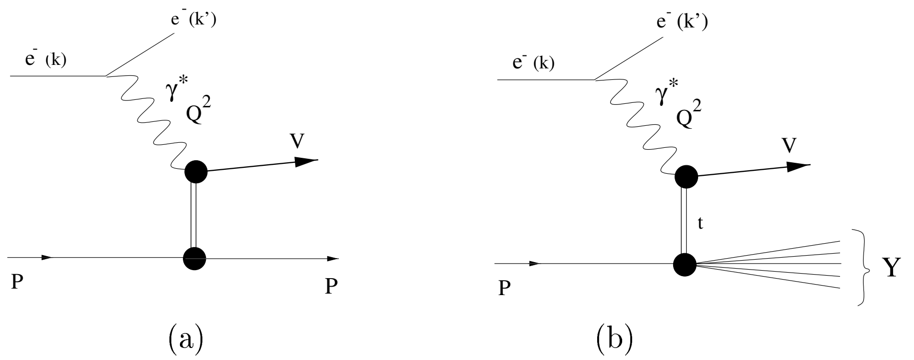



**Figure 8.1:** (a) Production diffractive élastique d'un méson vecteur, (b) production diffractive d'un méson vecteur avec dissociation du proton.

## 8.1 Position du problème.

A HERA, pour distinguer ces deux classes d'événements, des détecteurs sont placés dans la région avant des détecteurs principaux H1 et ZEUS. Ceux-ci sont sensibles à l'activité hadronique dans la région proche du faisceau de protons sortant, et sont utilisés pour contraindre la masse $M_Y$.

Le détecteur H1 utilise, dans sa partie avant extrême, deux détecteurs (le FMD[1] et le PRT[2]) qui sont sensibles aux particules secondaires produites sur les parois du tube du faisceau de proton et autres éléments dus aux interactions avec les produits du proton dissocié. En 1994, un spectromètre plus performant - le "Leading Proton Spectrometer" (LPS) - est entré en action à ZEUS. Ce système utilise la technologie des "Roman Pots" qui permet d'approcher de très près le faisceau de proton en plaçant des détecteurs plans à quelques millimètres du faisceau de protons sortant et assure ainsi une précision des mesures nettement plus élevée par rapport aux autres détecteurs.

Les événements élastiques sont sélectionnés lorsqu'il n'y a pas d'activité dans ces détecteurs avant. Le nombre total d'événements sélectionnés est alors le suivant :

$$N_{tot.} = N_{el.} + N_{pdiss} = N_{notag} + N_{tag} \tag{8.3}$$

où $N_{tag}$ et $N_{notag}$ désignent respectivement les nombres d'événements qui possèdent et ne possèdent pas de signal dans les détecteurs avant.

Malgré les récents progrès techniques, il reste toujours une petite région (très près du faisceau de protons) qui n'est pas accessible. De plus, lorsque la masse $M_Y$ du système $Y$ diminue, elle n'est plus mesurable directement. Les détecteurs n'observent plus le système $Y$ et leur efficacité descend sous[3] 50% lorsque $M_Y < 1.6$ GeV. On ne peut donc totalement empêcher de comptabiliser dans $N_{notag}$ quelques événements, avec dissociation du proton en un système baryonique $Y$ de faible masse, qui échappent à tout contrôle.

Cette contamination constitue la source principale du bruit de fond dans la détermination de la section efficace de production (quasi-)élastique de mésons vecteurs.

Bien que $\sigma(\gamma^* p \to Vp)$ soit largement étudiée dans un vaste domaine en énergie, le processus dissociatif n'a été que très peu étudié, et il n'existe, pour ainsi dire,

---

[1] Le "Forward Muon Detector" détecte l'émission de muons à l'avant du détecteur dans des angles polaires compris entre $3^o$ et $17^o$.

[2] Le "Proton Remnant Tagger" est conçu pour détecter les débris du proton diffusé dans le cas où celui-ci se casse. Il se compose de deux plans scintillateurs perpendiculaires à l'axe du faisceau de proton et couvre une surface de 60x60 cm$^2$ autour du tube à vide. Il est situé en $z = +24$ m et couvre le domaine en angle polaire 0.67 mrad $< \theta <$ 6.05 mrad, non couvert par les autres détecteurs de H1.

[3] Lors de la sélection expérimentale de certains échantillons, le système $Y$ passe inaperçu. Les simulations de Monte-Carlo, effectuées pour représenter le processus, ont montré que cette sélection représente, avec une efficacité de 100% si $|t| < 0.3$ GeV$^2$, des événements pour lesquels le proton sort intact de l'interaction, et que cette efficacité tombe à 50% lorsque $M_Y = 1.6$ GeV (après intégration sur $t$). En deçà de cette valeur, on ne peut cependant négliger des contributions probables d'événements pour lesquels $Y$ est un système baryonique de faible masse différent du proton.

pas de théorie pour ce processus à petit $M_Y$. Encouragés par les bons résultats obtenus avec la première approche (chapitre 3), nous avons tenté de comprendre ce qu'il se passe dans la région des petites masses $M_Y$ en utilisant la simplicité de ce modèle invariant de jauge. Etant donné que le processus de dissociation du proton affecte uniquement le bas du diagramme, les complications apportées au chapitre 4 ne doivent pas avoir d'influence sur le comportement du proton.

## 8.2 Formalisme théorique.

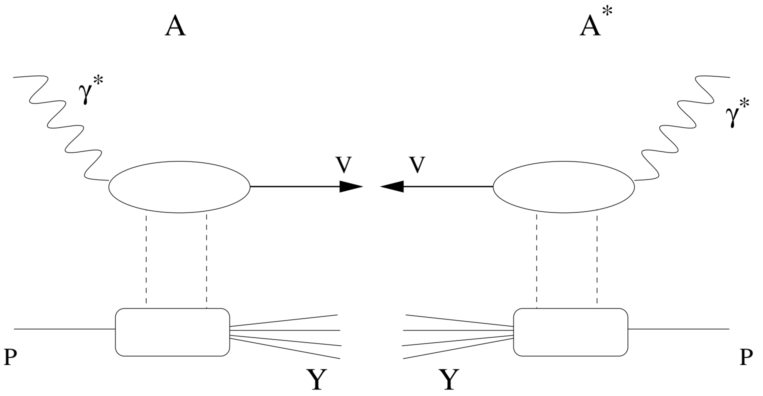



**Figure 8.2:** Calcul de la section efficace de production d'un méson vecteur avec dissociation du proton.

Nous utilisons donc le formalisme du chapitre 3 pour décrire la section efficace de production diffractive (inélastique) d'un méson vecteur avec dissociation du proton. Le principal ingrédient dont nous ayons besoin est un nouveau facteur de forme pour le proton[4]; nous conservons la description non relativiste du méson vecteur sans tenir compte de l'impulsion de Fermi et nous ne considérons toujours que les trois quarks de valence du proton.

Nous cherchons à décrire le processus $P \to Y$ plutôt que $P \to P$. La façon la plus simple est alors de calculer le carré de l'amplitude[5] :

$$\frac{d\sigma_{notag}}{dt} = \frac{1}{16\pi} \frac{\mathcal{A}\ \mathcal{A}^*}{s^2} \tag{8.4}$$

et de reconnaître que la section efficace, en incluant tous les termes d'interférence dans l'état final, est semblable à l'amplitude élastique résultant de l'échange de quatre gluons (fig. 8.2), couplés en deux singulets.

Dans le chapitre 3, pour tenir compte des différentes possibilités de couplage des deux gluons aux trois quarks de valence du proton, nous avions introduit la différence de deux facteurs de forme (eqs. 3.2, 3.3) :

$$\mathcal{F}(k_a, k_b) = 3\ [\mathcal{E}_1(t) - \mathcal{E}_2(k_a, k_b)]. \tag{8.5}$$

[4]Le proton est toujours frappé par un singulet de couleur.

[5]Pour le calcul de la section efficace, il faut ajouter à la figure 8.2 le diagramme où dans l'amplitude les deux gluons se couplent l'un au quark, l'autre à l'antiquark de la boucle du méson.

A présent, nous devons calculer un facteur de forme pour le couplage de quatre gluons avec le système formé par le proton, tout en tenant compte de l'algèbre de couleur. Il existe alors $3^4 = 81$ termes de couplage et un troisième facteur de forme $\mathcal{E}_3$ apparaît lorsque les 3 quarks du proton sont frappés par les gluons (fig. 8.3).

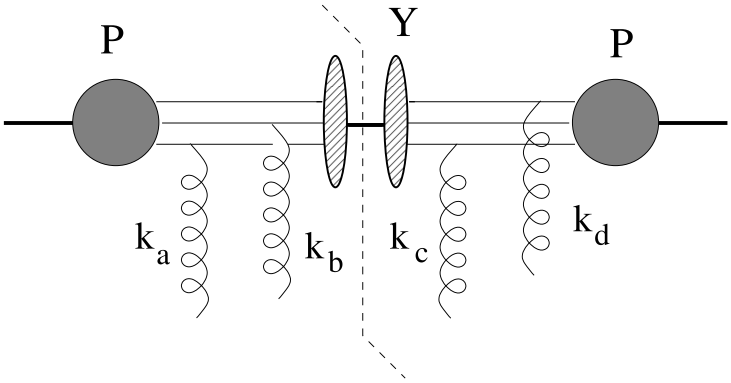



**Figure 8.3:** Un des 81 termes d'interférence qui contribue au facteur de forme du proton dissocié.

Nous pouvons écrire l'expression de ces facteurs de forme en terme de la fonction d'onde $\psi_P$ du proton[6] (annexe F) :

$$\mathcal{E}_1(\mathbf{k}) = \int d\mathcal{M}\ \psi_P^*(\beta_j, \mathbf{r}_j)\psi_P(\beta_j, \mathbf{r}_j)\ e^{i\mathbf{k}.\mathbf{r}_k} \tag{8.6}$$

$$\mathcal{E}_2(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b) = \int d\mathcal{M}\psi_P^*(\beta_j, \mathbf{r}_j)\psi_P(\beta_j, \mathbf{r}_j)\ e^{i\mathbf{k}_a.\mathbf{r}_k + i\mathbf{k}_b.\mathbf{r}_l} \tag{8.7}$$

$$\mathcal{E}_3(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_c) = \int d\mathcal{M}\psi_P^*(\beta_j, \mathbf{r}_j)\psi_P(\beta_j, \mathbf{r}_j)\ e^{i\mathbf{k}_a.\mathbf{r}_k + i\mathbf{k}_b.\mathbf{r}_l + i\mathbf{k}_c.\mathbf{r}_m} \tag{8.8}$$

où $\beta_j$ est la fraction d'impulsion longitudinale du quark dans le proton (similaire à la variable de Bjorken $x$), et $\mathbf{r}_j$ est la position transverse du quark $j$ par rapport au centre de masse du proton. $k_i$ $(i = a, b, c, d)$ désigne la quadri-impulsion des gluons[7].

Nous avons déjà déterminé $\mathcal{E}_1$ comme étant le facteur de forme de Dirac, dans le chapitre 3. $\mathcal{E}_3$ peut être, tout comme $\mathcal{E}_2$, relié à $\mathcal{E}_1$ par les relations suivantes :

$$\mathcal{E}_2(\mathbf{k}_a, 0) = \mathcal{E}_1(\mathbf{k}_a) \tag{8.11}$$

[6]On suppose que $\sum_Y \psi_Y^* \psi_Y = 1$ et que le système $Y$ ainsi produit reste colinéaire.

[7]L'intégrale qui mesure $d\mathcal{M}$ est définie comme suit :

$$d\mathcal{M} = [\ \prod_{j=1,n_q} d\beta_d^2 \mathbf{r}_j\ ]\ \delta^{(2)}(\sum_j \beta_j \mathbf{r}_j)\delta(\sum_j \beta_j - 1) \tag{8.9}$$

La première fonction delta définit le centre d'impulsion du proton, alors que la seconde implique la conservation de l'impulsion longitudinale. En faisant l'hypothèse que le proton est uniquement constitué de ses trois quarks de valence, nous pouvons normaliser la fonction d'onde par :

$$\mathcal{E}_1(0) = \int d\mathcal{M}|\psi(\beta_j, \mathbf{r}_j)|^2 = 1 \tag{8.10}$$

$$\mathcal{E}_3(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b, 0) \quad = \quad \mathcal{E}_2(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b) \tag{8.12}$$

Ces propriétés, comme nous l'avons vu, assurent que l'amplitude sera dépourvue de divergences infrarouges. Nous pouvons encore exprimer $\mathcal{E}_3$ en fonction de $\mathcal{E}_1$ de la manière suivante :

$$\mathcal{E}_3(\ \mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b, \mathbf{k}_c) = \mathcal{E}_1(\mathbf{k}_a^2 + \mathbf{k}_b^2 + \mathbf{k}_c^2 - c(\mathbf{k}_a.\mathbf{k}_b + \mathbf{k}_a.\mathbf{k}_c + \mathbf{k}_b.\mathbf{k}_c)\ ) \tag{8.13}$$

où $c$ est une constante arbitraire déterminée à l'annexe F comme étant proche de 1 [48]. Dans ce chapitre, nous utilisons la valeur $c = 0.61$ [49].

Sous l'hypothèse de l'échange d'un singulet de couleur, et de la conservation d'impulsion des gluons :

$$\mathbf{k}_a + \mathbf{k}_b + \mathbf{k}_c + \mathbf{k}_d = 1 \tag{8.14}$$

et en utilisant les notations simplifiées suivantes :

$$\mathcal{E}_2(\mathbf{k}_i) \equiv \mathcal{E}_2(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i) \text{ et } \mathcal{E}_3(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_l) \equiv \mathcal{E}_3(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_l, -\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_l) \text{ avec } l \neq i,$$

le calcul des 81 termes de couplage nous conduit à remplacer le carré du précédent facteur de forme $\mathcal{F}^2(k, (k - \Delta))$ (eq. 3.4) dans la section efficace (eq. 8.4) par un nouveau facteur de forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{inel} = 3 \quad \{ \quad & 1 - \mathcal{E}_2(\mathbf{k}_a) - \mathcal{E}_2(\mathbf{k}_c) - \mathcal{E}_2(\mathbf{k}_d) + 2\mathcal{E}_2(\mathbf{k}_a + \mathbf{k}_b) \\ & + \frac{1}{2}\mathcal{E}_2(\mathbf{k}_a + \mathbf{k}_c) + \frac{1}{2}\mathcal{E}_2(\mathbf{k}_a + \mathbf{k}_d) - \mathcal{E}_3(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b) - \mathcal{E}_3(\mathbf{k}_c, \mathbf{k}_d) \\ & + \frac{1}{2}\mathcal{E}_3(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_c) + \frac{1}{2}\mathcal{E}_3(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_d) + \frac{1}{2}\mathcal{E}_3(\mathbf{k}_b, \mathbf{k}_c) + \frac{1}{2}\mathcal{E}_3(\mathbf{k}_b, \mathbf{k}_d)\ \} \end{aligned} \tag{8.15}$$

en parfait accord avec le facteur de forme calculé par J.R. Cudell et O.F. Hernández [49].

Pour la suite, la cinématique du processus est pratiquement identique à celle utilisée au chapitre 3 avec quelques petites modifications pour tenir compte de la masse des partons et du système Y :

$$P.P = M_P^2, \qquad (P - \Delta)^2 = M_Y^2 \tag{8.16}$$

$$p = xP \quad \Longrightarrow \quad p.p = x^2 M_P^2 \tag{8.17}$$

$$|t|_{min} \quad \simeq \quad 0.3\ 10^{-2}\ \text{GeV}^2 \text{ pour } Q^2 = 22\ \text{GeV}^2 \tag{8.18}$$

avec $M_Y > M_P$ désignant respectivement la masse du système formé par le proton dissocié et la masse du proton; l'impulsion $p$ des quarks dans le proton est une fraction de l'impulsion du proton avec $0 < x < 1$.

Les règles de Cutkovsky ajoutent les conditions :

$$(p - k)^2 \quad = \quad p.p, \tag{8.19}$$

$$(p - \Delta)^2 \quad = \quad p.p. \tag{8.20}$$

La condition de coupure (8.20) permet le calcul du carré de la masse $M_Y^2$ comme suit :

$$(p-\Delta)^2 = x^2 M_P^2$$

$$\rightarrow \quad M_Y^2 = \frac{x M_P^2 - (1-x)t}{x} \tag{8.21}$$

toujours supérieure ou égale à $M_P^2$, quelque soit $0 < x < 1$.

Nous supposons en outre que la fonction d'onde du proton peut-être factorisée en une partie qui dépend de l'impulsion transverse $k_t$ des gluons et une partie qui dépend de $x$. Nous prenons, pour cette dernière, la racine carrée de la fonction de distribution des quarks de valence. En suivant [72], nous avons choisi[8] :

$$q_v(x) = A\frac{(1-x)^3}{\sqrt{x}} \tag{8.22}$$

pour obéir à la condition :

$$\int_0^1 q_v(x)dx = 1 \quad \rightarrow \quad A = \frac{35}{32}. \tag{8.23}$$

Nous pouvons enfin calculer la section efficace différentielle :

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma_{notag}}{dt\ dM_Y^2} \ &\propto \ \int_0^1 dx \int \frac{dk_t^2\ d\varphi}{k^2(k-\Delta)^2} \int \frac{dk_t^{'2}\ d\varphi'}{k'^2(k'-\Delta)^2}\ q_v(x)\ \mathcal{F}_{inel}(k,k',\Delta) \\ &\times \ \frac{k\cdot(k-\Delta)(m_V+Q)}{m_V(t-m_V^2-Q^2+4\ k\cdot(k-\Delta))(m_V^2+Q^2-t)} \\ &\times \ \frac{k'\cdot(k'-\Delta)(m_V+Q)}{m_V(t-m_V^2-Q^2+4\ k'\cdot(k'-\Delta))(m_V^2+Q^2-t)}\end{aligned} \tag{8.24}$$

qui comprend à la fois la section efficace du processus *quasi*-élastique et de celui où le proton se dissocie en un système $Y$ de masse $M_Y \leq 1.6$ GeV. En d'autres mots, cette équation détermine la distribution en masse de la section efficace des événements qui ne possèdent pas de signal dans les détecteurs avant $\big(\sigma_{notag} = \sigma_{el} + \sigma_{pdiss(Y<1.6\text{GeV})}\big)$.

## 8.3 Discussion.

Le phénomène de contamination des mesures de la section efficace de production élastique par des événements où le proton se dissocie n'est malheureusement pas

[8] Pour la fonction de distribution des partons, nous avons également essayé la paramétrisation GRV94. Cette paramétrisation est cependant peu fiable pour de petites valeurs de $Q^2$ ($Q^2 \rightarrow 0$). Pour de plus grandes valeurs de $x$, les résultats obtenus avec cette paramétrisation diffèrent peu de ceux que nous présentons dans ce travail.

mesurable expérimentalement. A l'heure actuelle, nous ne pouvons pas comparer nos résultats avec d'éventuelles données. D'autre part, le formalisme simple que nous avons utilisé calcule la contribution d'états intermédiaires dont la masse n'est pas tellement différente de celle du proton. Les sections efficaces diffractives avec dissociation du proton en un état de masse $M_Y$ plus élevée, nécessitent certainement le calcul de diagrammes d'ordre plus élevé, que ce soit avec un vertex à 3 Pomérons ou encore avec radiation de gluons [67, 73].

# Conclusions.

Tout au long de ce travail, nous avons étudié les processus diffractifs et plus particulièrement la production exclusive de mésons vecteurs $\gamma^* + P \to V + P$ avec $V = \rho$, $\phi$ et $J/\psi$. A l'aide de la Chromodynamique Quantique, nous avons cherché à comprendre et à expliquer les différentes caractéristiques des sections efficaces mesurées à haute énergie par les collaborations H1 et ZEUS, où l'énergie disponible dans le centre de masse photon-proton s'élève à $\langle\sqrt{s_{\gamma^* p}}\rangle \simeq 100$ GeV.

En nous basant sur les travaux de Donnachie et Landshoff [25], Ryskin [30] et Cudell [29], nous avons élaboré un modèle au premier ordre de la QCD perturbative. D'après le théorème de factorisation, établi par Collins, Frankfurt et Strikman pour les processus diffractifs, la section efficace longitudinale (qui décrit la transition d'un photon longitudinal en un méson vecteur longitudinal) est proportionnelle au carré de la distribution des gluons; par ailleurs, l'amplitude de transition du processus peut être décrite par la convolution d'une fonction d'onde pour le méson vecteur, une amplitude de diffusion dure, et une distribution des gluons. Ce théorème implique de plus que cette convolution est correcte à grand $Q^2$ (carré de la virtualité du photon) quel que soit le méson vecteur considéré, indépendamment de sa masse.

Nous possédons donc un moyen inestimable pour mesurer directement la distribution des gluons. Malheureusement, un problème actuellement en suspens est que ce théorème s'applique uniquement à la section efficace de production de mésons vecteurs par un photon longitudinal. La partie transverse est plus complexe. L'invariance de jauge implique que la section efficace est uniquement transverse en photoproduction, c'est-à-dire lorsque $Q^2 = 0$, mais excepté cette propriété, nous connaissons très peu la partie transverse.

On suppose généralement que la réaction de production $\gamma^* p \to V p$ à haute énergie se déroule principalement via l'émission d'une paire de gluons au niveau du proton, qui interagit avec la paire $q\bar{q}$ issue du photon, et qui lui transfère une impulsion de sorte que cette paire se recombine par la suite en un méson vecteur. La partie inférieure des diagrammes de Feynman qui décrivent cette interaction contrôle essentiellement les dépendances en énergie et en $t$ du processus, alors que la partie supérieure, autrement dit la transition $\gamma^* \to q\bar{q} \to V$ contrôle l'hélicité des amplitudes et leur dépendance en $Q^2$.

Nous nous sommes principalement attardés sur cette dernière partie et sur la façon de décrire le vertex au niveau du méson vecteur. Nous avons montré qu'elle joue un rôle important dans le comportement des composantes transverse et longitudinale de la section efficace.

Nous avons tout d'abord commencé par décrire le méson vecteur de manière non relativiste. Le quark et l'antiquark mésoniques emportent chacun une moitié de la quadri-impulsion du méson et sont de même masse $m_V/2$. Le modèle ainsi constitué est invariant de jauge et conduit déjà à d'excellents résultats. Quel que soit le méson vecteur considéré, les dépendances en $Q^2$ et $m_V$ des sections efficaces $\sigma = \sigma_T + \epsilon\sigma_L$ ainsi que le comportement distinct du méson $J/\psi$ par rapport au méson $\rho$ (ou $\phi$) plus léger, sont correctement reproduits. Les rapports des sections efficaces des mésons $\phi$ et $J/\psi$ avec celle du méson $\rho$ se déduisent aisément. Par ailleurs, nos courbes passent de façon surprenante par les points de photoproduction[9] et décrivent la section efficace différentielle de photoproduction. Toutefois, les prédictions concernant le rapport des sections efficaces longitudinale et transverse sont en désaccord total avec les mesures actuelles lorsqu'on s'approche de la région des grandes valeurs de $Q^2$. Le comportement asymptotique ($Q^2 \to \infty$) obtenu pour la section efficace transverse $\sigma_T \propto 1/Q^8$ semble incorrectement sous-estimé. La section efficace longitudinale étant dominante à grand $Q^2$, la section efficace *totale* (longitudinale + transverse) ne s'en trouve pas affectée; toutefois cet écart indique que ce premier modèle est loin d'être complet.

Le formalisme habituel des fonctions d'onde ne permettant pas de reproduire ce comportement du rapport $R(Q^2) = \sigma_L/\sigma_T$ [34], nous avons tenté une nouvelle approche en introduisant l'impulsion de Fermi au niveau de la transition $\gamma^* \to V$. Le méson est à présent décrit par une fonction de vertex où le quark et l'antiquark n'emportent plus une même quadri-impulsion et peuvent se trouver hors de leur couche de masse. Rien ne nous oblige en effet à les traîter comme à priori sur couche. Ce faisant, un pôle apparaît dans la fonction de vertex. Par conséquent, l'amplitude se compose de deux termes, l'un vient de la discontinuité au pôle (analogue à celui qui est obtenu avec le formalisme des fonctions d'onde), le second découle de la partie principale de l'amplitude. Dans le chapitre 4, nous avons montré que la combinaison de ces deux termes est indispensable pour reproduire le bon comportement du rapport des sections efficaces longitudinale et transverse avec la virtualité du photon $Q^2$. Lorsque $Q^2$ atteint 10 GeV$^2$, la croissance de ce rapport, tout d'abord linéaire avec $Q^2$, s'affaiblit fortement et semble s'aplatir si $Q^2$ augmente davantage, en accord avec les mesures expérimentales.

Les principales propriétés de la production exclusive de mésons vecteurs peuvent être expliquées pour autant que l'on prenne en compte les deux contributions des amplitudes de production. Le chapitre 5 présente les différents comportements et caractéristiques des sections efficaces de production élastique des mésons $\rho$, $\phi$ et $J/\psi$ prédits par le modèle et les compare avec les mesures effectuées par H1 et ZEUS. Les calculs sont réalisés dans les domaines cinématiques accessibles à HERA ($0 \lesssim Q^2 < 150$ GeV$^2$ et $34 < W < 144$ GeV et $|t| < 0.5$ GeV$^2$). Les

[9] Aucune des composantes du modèle ne possède de singularité en $Q^2 = 0$ GeV$^2$.

données sont en général correctement décrites à l'aide de deux paramètres, la masse $m_q$ des quarks dans la boucle mésonique et l'échelle $p_f$ d'impulsion de Fermi. Par ailleurs, un facteur commun aux différents mésons $R\alpha_S^4$ multiplie les résultats obtenus pour ajuster au mieux les mesures et lève ainsi la principale incertitude sur l'échelle qui détermine la constante de couplage $\alpha_S$. Ce facteur disparaît lorsqu'on envisage le rapport des sections efficaces des différents mésons, offrant ainsi un moyen de tester plus efficacement notre modèle.

La section efficace suit une dépendance du type $\sigma(\gamma^* p) \propto 1/(Q^2 + m_V^2)^n$ avec un exposant commun pour les mésons $\rho$ et $\phi$ : $n_{\rho,\phi} \simeq 2.1, 2.3$ proche de celui observé à H1 ($n = 2.24 \pm 0.09$) [20]. Le méson $J/\psi$ présente néanmoins une pente quelque peu plus élevée $n_{J/\psi} = 2.5$ qui reste cependant compatible avec les mesures. En supposant un comportement exponentiel de la section efficace différentielle $d\sigma/dt \propto e^{-b|t|}$ nous avons calculé le paramètre de pente $b_\rho$. En le comparant aux paramètres mesurés à H1 (par exemple $b_\rho = 4.7 \pm 1.0(stat.) \pm 0.7(syst.)$ pour $Q^2 = 20$ GeV$^2$ [3]), nous avons constaté qu'il n'y avait pas de place pour la pente du Poméron. Cependant, nous devons garder en mémoire que la prédiction de la dépendance en $t$ est un point faible de notre modèle. Celle-ci dépend à la fois du facteur de forme du proton et des détails du comportement du propagateur des gluons dans l'infrarouge. Les incertitudes qui les affectent sont peut-être assez importantes pour accepter la pente d'un Poméron mou. Il faut de plus signaler qu'une paramétrisation de la section efficace différentielle par une exponentielle pour de petites valeurs de $t$, n'est rien d'autre qu'un ajustement parmi d'autres qui passe par les données expérimentales. En théorie, la dépendance en $t$ des expressions des amplitudes étant plus complexe, un tel comportement exponentiel n'est pas observé; ce qui complique davantage les comparaisons avec les données expérimentales. Une analyse de la dépendance totale en $t$ ou du paramètre $\langle t \rangle$ serait plus rigoureuse.
Nous avons de plus fait quelques prédictions pour les états excités tels le $\rho\prime$ et le $\psi\prime$ en espérant que des données seront un jour publiées et justifieront nos calculs.

Tout récemment, l'étude de la polarisation du photon virtuel et celle du méson a suscité un intérêt accru de la part des expérimentateurs qui ont observé une violation faible mais significative de l'hypothèse de conservation de l'hélicité entre le photon virtuel et le méson (SCHC). A partir de la mesure de la distribution angulaire $W(cos\theta, \phi, \Phi)$, où les angles $\theta$, $\phi$ et $\Phi$ caractérisent la production et la désintégration du méson ($\rho$) dans un système bien défini (le système d'hélicité), 15 paramètres caractérisant la matrice densité de spin du méson ont été mesurés et présentés en fonction des variables $Q^2$ et $t$. Ces 15 éléments sont par ailleurs déterminés par une combinaison d'amplitudes avec et sans changement d'hélicité entre le méson vecteur et le photon virtuel [?].

La seconde approche du modèle nous donne l'opportunité de calculer les amplitudes pour lesquelles l'hélicité du méson est modifiée par rapport à celle du photon virtuel. Ces dernières ne sont effectivement plus nulles (contrairement à la prédiction SCHC) et s'inscrivent dans la *hiérarchie* suivante : $|A_{\lambda_V\lambda_\gamma}| = |A_{00}| > |A_{11}| > |A_{01}| > |A_{10}| > |A_{1-1}|$, où $\lambda_V$ et $\lambda_\gamma$ désignent respectivement l'hélicité du méson et celle du photon. En négligeant les amplitudes $|A_{1-1}| = |A_{-11}|$ (trop petites pour être calculées par notre programme numérique), nous pouvons reconstruire les 15 éléments de matrice densité de spin du méson et constater que nos résultats décrivent relativement bien les dépendances en $Q^2$ et $t$ des mesures. L'élément $r^5_{00}$ proportionnel à l'amplitude avec changement d'hélicité dominante $|A_{01}|$ (amplitude de production d'un méson longitudinale par un photon transverse) est significativement différent de la prédiction nulle SCHC, confirmant ainsi que l'hélicité du photon n'est à priori pas conservée par le méson. L'importance de cette violation peut, par ailleurs, être estimée en prenant le rapport de l'amplitude avec changement d'hélicité dominante et des amplitudes sans changement d'hélicité. Notre prédiction $(14. \pm 0.8\%)$ est quelque peu plus élevée que celle mesurée aujourd'hui par les deux collaborations $(8.0 \pm 3.0\%)$, les erreurs expérimentales sont néanmoins importantes et nous espérons que les données relevées en 1997 avec une luminosité plus importante permettrons de tirer des conclusions plus précises.

Une autre grande caractéristique que plusieurs modèles ont des difficultés à reproduire dans toute la région cinématique couverte par les données est la dépendance en énergie des sections efficaces de production quasi-élastique des mésons vecteurs. Le Poméron mou issu de la théorie de Regge ne suffit plus à la décrire lorsque $Q^2$ augmente. Les résultats obtenus avec les deux approches présentées jusqu'ici sont indépendants de l'énergie. Nous avons introduit cette dépendance sous la forme d'un facteur commun $\mathcal{R}\alpha_S^4$ et constaté que celui-ci ne dépend pas de $Q^2$ ni de la masse $m_V$ des mésons.

La statistique élevée des données disponibles à HERA permet à présent une analyse de la dépendance en énergie au sein d'une même expérience. Les principales inconnues de notre modèle étant précisément ce facteur $\mathcal{R}$ ainsi que l'échelle utilisée pour décrire la constante de couplage $\alpha_S$ (et par conséquent $\alpha_S$ lui-même), nous les avons remplacées par une fonction densité de gluons $xG(x, Q^2)$ [30, 31, 35] et introduit par la même occasion l'énergie au niveau de la section efficace de production du méson $\rho$. Celle-ci est d'ailleurs proportionnelle au carré de cette densité. Nous avons étudié deux choix de paramétrisation pour $xG(x, Q^2)$. La première est la paramétrisation MRS99 : $xG(x, Q^2) \propto x^{-\lambda}$ avec $(x \propto 1/s)$ extraite de la mesure de la violation de l'invariance d'échelle de la fonction de structure $F_2$. Cette paramétrisation ne dépend pas de la variable $t$. La seconde paramétrisation est inspirée du calcul de la fonction de structure $F_2$ du proton par Donnachie et Landshoff [71]. Ces derniers prennent en compte l'influence d'un deuxième Poméron dont la dépendance en énergie est plus forte. Leur formule $F_2 = \sum_i f_i(Q^2) x^{-e_i(t)}$ offre la possibilité d'introduire une pente en $t$ pour les Poméron. Dans nos calculs, nous avons supposé un comportement de $xG(x, Q^2)$ identique à celui de $F_2$.

Les prédictions obtenues avec ces deux paramétrisations indiquent une augmentation de la section efficace de production du méson $\rho$ avec l'énergie. En ajustant, à notre tour, les résultats sous la forme d'une loi en puissance de l'énergie $\sigma \propto W^\delta$, le paramètre $\delta$ calculé augmente avec le carré de la virtualité du photon $Q^2$, en accord avec les mesures. Cependant les erreurs qui affectent ces dernières sont importantes; il faudra attendre les données récoltées en 1997, caractérisées par une luminosité 6 fois plus élevée que celle des données actuelles, pour tirer une conclusion plus certaine. D'autre part, le paramètre de pente $b$ calculé avec la paramétrisation inspirée de Donnachie et Landshoff ne décrit pas les mesures du paramètre $b_{el}$ à HERA; la pente du Poméron ajoutée est trop élevée.

L'étude de la production exclusive de mésons vecteurs à haute énergie est loin d'être terminée, cependant ce travail constitue certainement un outil raisonnable pour la décrire puisque, comme nous l'avons montré, il permet de comprendre la plupart des phénomènes observés. Il constitue en quelque sorte un test pour quelques grandes idées de modélisation des processus diffractifs, à savoir : -
premièrement, la section efficace de production élastique est principalement due à l'interaction de deux gluons avec le méson vecteur,
- deuxièmement, le mécanisme principal inclut uniquement les quarks constituants du proton,
- enfin, la comparaison des prédictions du modèle et des données expérimentales apporte de nouvelles informations sur le mécanisme de la transition $q\bar{q} \to V$. Une fonction de vertex, dans laquelle les quarks sont libres de se trouver hors de leur couche de masse semble appropriée pour la représenter. Quelles que soient les incertitudes qui subsistent au niveau des gluons et de leur couplage au proton, celles-ci n'affectent pas la boucle de quarks supérieure. Ce modèle permet à présent d'estimer raisonnablement la contribution de la section efficace transverse et par conséquent le rapport $R = \sigma_L/\sigma_T$. Nous pensons également que les mesures des sections efficaces totales devraient nous permettre d'extraire directement la fonction densité de gluons non-diagonale.

# Annexe A

# Section efficace : réaction $\gamma^* P \to VP$.

L'expression générale de la section efficace d'un processus diffractif $A + B \to C + D$, en fonction de l'amplitude invariante de transition est

$$d\sigma = \frac{|\mathcal{A}|^2}{4\sqrt{(p_A.p_B)^2 - m_A^2 m_B^2}} (2\pi)^2 \delta^4(p_C + p_D - p_A - p_B) \frac{d^3 p_C}{2E_C(2\pi)^3} \frac{d^3 p_D}{2E_D(2\pi)^3}. \tag{A.1}$$

Appliquons ce résultat général au cas particulier qui nous intéresse (figure 1.3(b)) à savoir la réaction

$$\gamma^* P \to VP, \tag{A.2}$$

qui représente l'interaction entre un photon virtuel et un proton d'impulsions respectives $q$ et $P$. L'état final est composé du proton diffusé et d'un méson vecteur d'impulsion $V$.

Par rapport au cas général décrit ci-dessus, nous avons les identifications

$$\begin{array}{ll} p_A \leftrightarrow q, & p_C \leftrightarrow V = (q + \Delta), \\ p_B \leftrightarrow P, & p_D \leftrightarrow (P - \Delta) \approx P. \end{array}$$

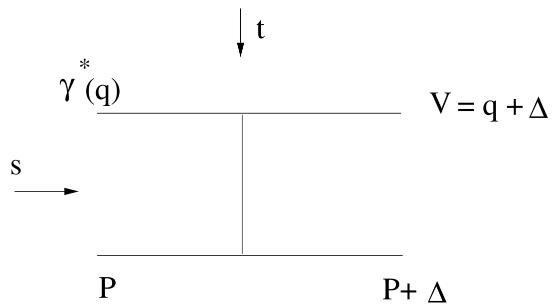



**Figure A.1:** Schéma d'une collision $\gamma^* P \to VP$.

Nous pouvons définir la virtualité du photon ou encore le carré de l'impulsion transférée au photon par l'électron

$$Q^2 = -q^2, \tag{A.3}$$

ainsi que les variables de Mandelstam[1] du processus

$$\begin{aligned} s &= (P+q)^2, & \text{(A.4)}\\ t &= [(P-\Delta)-P]^2 = \Delta^2, & \text{(A.5)}\\ u &= [q-(P-\Delta)]^2. & \text{(A.6)} \end{aligned}$$

La variable $s$ est le carré de l'énergie[2] disponible dans le système du centre de masse $\gamma^* p$ , $t$ est le carré de l'impulsion transférée au proton lors de l'interaction. Ces variables obéissent à la relation : $s+t+u = m_V^2 + 2m_P - Q^2$, dérivée de la conservation de l'impulsion.

Les expériences menées à HERA se déroulent à haute énergie dans le système $ep$ ($E^2 = 90617$ GeV$^2$). Par conséquent dans le système $\gamma^* p$, 30 GeV $< \sqrt{\mathrm{s}} <$ 150 GeV, les conditions de travail sont telles que[3] :

$$s >> Q^2, \quad s >> m_i^2. \tag{A.9}$$

Par ailleurs, les particules physiques qui participent à l'interaction se trouvent sur leur couche de masse, ce qui entraîne les relations :

$$P^2 = m_P^2 \simeq 0, \quad V^2 = (q+\Delta)^2 = m_V^2, \quad (P-\Delta)^2 \approx m_P^2 \simeq 0 \tag{A.10}$$

où $m_P$ et $m_V$ représentent respectivement la masse du proton (que nous négligeons) et celle du méson vecteur[4].
Ces conditions ont d'importantes conséquences sur l'impulsion $\Delta$ transférée au proton. En effet, en décomposant $\Delta$ selon l'impulsion du photon, du proton et

[1]Les variables de Mandelstam du processus sont des invariants de Lorentz. Elles se définissent par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} s &= (p_A + p_B)^2\\ t &= (p_D - p_B)^2\\ u &= (p_D - p_A)^2 \end{aligned}$$

et obéissent à la relation : $s+t+u = \sum m_i^2$ où $m_i$ désigne la masse de la particule i.

[2]Le carré de l'énergie disponible dans le système du centre de masse $\gamma^* p$ est relié au carré de l'énergie totale disponible dans le système du centre de masse du processus $ep$ par un invariant $y$ représentant la fraction d'énergie de l'électron incident qui est cédée au photon (fig. 1.3) :

$$s \simeq yE^2, \quad E^2 = (P+k)^2, \quad y = \frac{P.q}{P.k}, \quad (0 < y < 1) \tag{A.7}$$

$k$ désignant l'impulsion de l'électron incident.

[3]La variable $Q^2$ peut être reliée au carré de l'énergie disponible dans le système du centre de masse $\gamma^* p$ à l'aide de l'invariant $x$ (de Bjorken) qui représente la fraction d'impulsion du proton portée par le quark sur lequel a lieu l'interaction :

$$s \simeq Q^2(\frac{1}{x} - 1), \quad x = -\frac{k.q}{P.q}, \quad (0 < x < 1) \tag{A.8}$$

[4]Nous conservons la masse des mésons vecteurs dans le modèle pour différencier les divers mésons étudiés ($\rho(770)$, $\phi(1020)$, $J/\psi(3097)$).

une composante $\Delta_t$ transverse à la fois à la direction de propagation du photon et du proton[5]

$$\Delta = \alpha_\Delta P + \beta_\Delta q + \Delta_t, \tag{A.11}$$

développement appelé décomposition en variables de Sudakov, les conditions A.10 deviennent

$$(P-\Delta)^2 = \Delta_t^2 - 2\beta_\Delta P.q \approx 0,$$

$$\begin{aligned} & V^2 = m_V^2 = (q+\Delta)^2 \\ \text{ou encore} \quad & (1+\beta_\Delta)^2 q^2 + \alpha_\Delta^2 P^2 + \Delta_t^2 + 2\alpha_\Delta(1+\beta_\Delta)P.q = m_V^2. \end{aligned}$$

En utilisant $P.q \approx s/2$, elles entraînent

$$\beta_\Delta \approx \frac{\Delta_t^2}{s}, \tag{A.12}$$

$$\alpha_\Delta \approx \frac{m_V^2 + Q^2 - \Delta_t^2}{s}. \tag{A.13}$$

Dans la limite des hautes énergies, l'impulsion $\Delta$ décrite par l'équation (A.11) est alors principalement transverse :

$$\Delta \approx \Delta_t, \quad \text{avec} \quad \Delta^2 = \Delta_t^2 = t < 0. \tag{A.14}$$

Nous pouvons à présent développer l'expression de la section efficace différentielle

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{|\mathcal{A}|^2}{2\ s} (2\pi)^4\ \delta^{(4)}(V + (P-\Delta) - q - P) \\ &\times \frac{d^4V}{(2\pi)^4} (2\pi)\delta(V^2 - m_V^2)\ \frac{d^4(P-\Delta)}{(2\pi)^4} (2\pi)\delta((P-\Delta)^2). \end{aligned} \tag{A.15}$$

Grâce à la fonction $\delta^{(4)}$, l'intégration sur $d^4(P-\Delta)$ peut être éliminée. En écrivant $V$ en termes des variables de Sudakov,

$$V = \alpha_\Delta P + (1+\beta_\Delta)q + \Delta_t, \tag{A.16}$$

la section efficace devient :

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{2s} \frac{J d\alpha_\Delta d\beta_\Delta d^2\Delta_t}{(2\pi)^4} |\mathcal{A}|^2\ (2\pi)\ \delta(q^2 + \Delta_t^2 + 2\alpha_\Delta P.q - m_V^2) \\ & (2\pi)\ \delta(\Delta_t^2 - 2\beta_\Delta P.q - m_p^2) \end{aligned} \tag{A.17}$$

où $J = P.q = s/2$ est le jacobien du changement de variables.

[5]Tous les résultats présentés dans ce travail sont obtenus en faisant l'hypothèse des grandes valeurs de l'énergie $s \simeq 2P.q$ déterminée par le produit de l'impulsion du photon et du proton. Dans les calculs qui vont suivre, pour déterminer les produits dominants, nous décidons de décomposer l'impulsion transférée au proton, $\Delta$, en fonction de $P$ et $q$.

Les intégrations sur les paramètres $\alpha_\Delta$ et $\beta_\Delta$ peuvent être effectuées en utilisant les fonctions de Dirac présentes. Sachant que $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(xa)dx = \frac{1}{|a|}$, il vient

$$d\sigma = \frac{1}{4} \frac{d^2\Delta_t}{(2\pi)^2} \frac{|\mathcal{A}|^2}{s^2} = \frac{\Delta_t d\Delta_t d\varphi}{(2\pi)^2} \frac{1}{4s^2} |\mathcal{A}|^2 \tag{A.18}$$

où $\varphi$ est l'angle polaire de $\Delta_t$ dans le plan transverse.
Finalement, avec $\Delta_t d\Delta_t = \frac{d\Delta_t^2}{2}$, $\Delta_t^2 = t$ et $\int d\varphi = 2\pi$,

$$\boxed{\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\ \pi} \frac{|\mathcal{A}|^2}{s^2}.} \tag{A.19}$$

Telle est l'expression de la section efficace différentielle pour un processus $\gamma^* p \to Vp$. Cependant à HERA, les interactions se déroulent entre des électrons (ou des positons) et des protons $e\ p \to e\ p\ V$. La section efficace électron-proton, mesurée à HERA, peut être exprimée en terme des sections efficaces transverse $\sigma_T^{\gamma^* p}$ et longitudinale $\sigma_L^{\gamma^* p}$ du système $\gamma^* p$ par :

$$\frac{d^2\sigma^{ep}}{dydQ^2} = \Gamma_T(y, Q^2)(\sigma_T^{\gamma^* p} + \epsilon \sigma_L^{\gamma^* p}) \tag{A.20}$$

où $\Gamma_T$ représente le flux de photons transverses et $\epsilon$ est le rapport des flux de photons longitudinal et transverse donné par $\epsilon = 2(1-y)/(1+(1-y)^2)$. Dans la région cinématique des analyses effectuées à HERA, $\epsilon$ varie entre 0.94 et 1. Par convention, le flux de photons transverses est donné par

$$\Gamma_T = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1+(1-y)^2}{yQ^2} \tag{A.21}$$

où $\alpha$ est la constante de structure fine. La section efficace $\sigma^{\gamma^* p}$ est alors donnée par

$$\sigma^{\gamma^* p} = \sigma_T^{\gamma^* p} + \epsilon\ \sigma_L^{\gamma^* p}. \tag{A.22}$$

# Annexe B

# Calcul du $|t|$ minimum.

Le carré de la quadri-impulsion transférée au proton lors de l'interaction $|t| = |\Delta^2|$ possède une limite cinématique inférieure. Cette valeur minimum est tellement faible lorsqu'on regarde les valeurs de l'énergie disponible dans le centre de masse $s_{\gamma^* p}$ à HERA (du moins pour des collisions *quasi*-élastiques), qu'elle est bien souvent négligée. Il n'en est cependant pas de même pour les expériences menées sur cible fixe (énergie plus faible), par exemple EMC, NMC et E665[1]. La figure B.1 représente schématiquement le processus de production d'un méson vecteur.

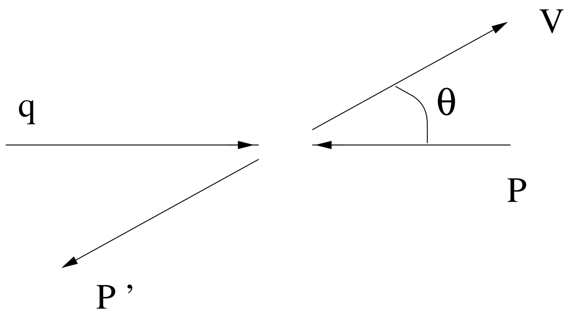



**Figure B.1:** Schéma de production *quasi*-élastique d'un méson vecteur lors de l'interaction photon $\gamma^*$(q)-proton(P), dans le système du centre de masse $\gamma^* p$.

Dans le système du centre de masse $\gamma^* p$, le photon de quadri-impulsion $q \equiv (q_0, \vec{q})$ et le proton $P \equiv (P_0, \vec{p})$ portent des impulsions égales en amplitude mais de sens opposés :

$$\vec{p} = -\vec{q}. \tag{B.1}$$

Il en est de même pour les deux particules issues de l'interaction - le proton diffusé $P' \equiv (P'_0, \vec{p'})$ et le méson vecteur produit $V \equiv (V_0, \vec{V})$ :

$$\vec{p'} = -\vec{V}. \tag{B.2}$$

L'énergie disponible dans le centre de masse est donnée par la racine carrée de la variable de Mandelstam

$$\sqrt{s} = q_0 + P_0 = P'_0 + V_0, \tag{B.3}$$

[1]Excepté lorsqu'on étudie les processus dissociatifs de grand $M_Y$.

le carré de l'impulsion transférée au proton lors de l'interaction est déterminé comme suit :

$$\begin{aligned} t &= (P-P')^2 \\ &= P^2 + P^{'2} - 2P.P' \\ &= P^2 + P^{'2} - 2(\ P_0P_0' - \vec{p}.\vec{p'}) \end{aligned} \quad \text{(B.4)}$$

Nous pouvons développer cette expression davantage en utilisant les conditions selon lesquelles, les particules physiques qui participent à l'interaction se trouvent sur leur couche de masse :

$$P^2 = m_P^2,\ P^{'2} = M_Y^2,\ V^2 = m_V^2, \quad \text{(B.5)}$$

$m_P$, $M_Y$ et $m_V$ désignant respectivement les masses du proton incident, du système hadronique sortant[2] et du méson vecteur. Ce qui nous conduit à :

$$t = m_P^2 + M_Y^2 - 2(\ \sqrt{P^2 + \vec{p}^{\ 2}}\sqrt{P'^2 + \vec{p}^{\ '2}} - |\vec{p}||\vec{p}^{\ '}|\cos\theta), \quad \text{(B.6)}$$

dont la valeur minimum est obtenue en

$$|t|_{min} = t(\cos\theta = 1), \quad \text{(B.7)}$$

où $\theta$ représente l'angle entre la direction du proton incident $P$ et celle du proton sortant $P'$.

Soit

$$\lambda(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2xz. \quad \text{(B.8)}$$

Dans le système du centre de masse (fig. B.1), nous pouvons définir :

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \frac{\sqrt{s}}{2}\lambda^{1/2}(1, \frac{m_P^2}{s}, \frac{q^2}{s}) \\ &= \frac{\sqrt{s}}{2}(\ 1 + \frac{m_P^4}{s^2} + \frac{q^4}{s^2} - 2\frac{m_P^2}{s} - 2\frac{q^2}{s} - 2\frac{m_P^2 q^2}{s^2}\ )^{1/2}, \end{aligned} \quad \text{(B.9)}$$

$$\begin{aligned} \vec{p'} &= \frac{\sqrt{s}}{2}\lambda^{1/2}(1, \frac{M_Y^2}{s}, \frac{m_V^2}{s}) \\ &= \frac{\sqrt{s}}{2}(\ 1 + \frac{M_Y^4}{s^2} + \frac{m_V^4}{s^2} - 2\frac{M_Y^2}{s} - 2\frac{m_V^2}{s} - 2\frac{M_Y^2 m_V^2}{s^2}\ )^{1/2}, \end{aligned} \quad \text{(B.10)}$$

et calculer les termes[3] dominants de l'expression de $|t|_{min}$ pour $s \to \infty$ :

$$|t|_{min} \simeq |\ \frac{1}{s}(m_P^2 - M_Y^2)(m_V^2 + Q^2) + \frac{1}{s^2}(m_P^2 Q^2 + M_Y^2 m_V^2)(m_P^2 - Q^2 - M_Y^2 - m_V^2)\ | \quad \text{(B.12)}$$

[2]Nous calculons la valeur du $|t|$ minimum dans le cas général où l'état final protonique est inconnu. Une fois parvenus à l'expression générale, nous remplacerons $M_Y$ par $m_P$ pour obtenir le $|t|$ minimum d'une interaction élastique.

[3]Pour $s \gg Q^2$, $m_i$, $x = \frac{m_P^2 + q^2}{s}$ et $x' = \frac{M_Y^2 + m_V^2}{s}$ sont petits; on peut alors utiliser un développement en série de Taylor pour calculer le produit :

$$\vec{p}.\vec{p'} = \frac{s}{4}\sqrt{1+x}\sqrt{1+x'} \quad \text{(B.11)}$$

qui intervient dans l'expression (eq. B.6).

Puisque nous nous intéressons uniquement au processus quasi-élastique, nous pouvons considérer que la masse du système hadronique est identique à celle du proton incident $M_Y = m_P$. On obtient alors :

$$\boxed{|t|_{min} = \frac{m_P^2(Q^2+m_V^2)^2}{s^2}.} \tag{B.13}$$

On constate que pour des énergies $s$ suffisamment grandes ($\langle\sqrt{s_{\gamma^* p}}\,\rangle \simeq 100$ GeV à HERA), cette quantité est extrêmement petite : $|t|_{min} \approx 0.5\ 10^{-5}$ GeV$^2$ pour $Q^2 \simeq 22$ GeV$^2$. Pour information, le $|t|_{min}$ calculé dans le cas d'un proton dissocié en un système de masse $M_Y = 3$ GeV, est de l'ordre $1.8\ 10^{-2}$ GeV$^2$ dans les mêmes conditions d'énergie.

# Annexe C

# Les diagrammes de Feynman et les règles de Cutkovsky.

Les sections efficaces pour des processus de collisions peuvent s'exprimer en termes de discontinuités aux points singuliers de l'amplitude.

On peut facilement s'assurer que l'amplitude de chaque diagramme contribuant au processus est purement réelle sauf si un ou plusieurs dénominateurs s'annulent. Dans ce cas, les pôles sont traîtés avec la prescription $i\epsilon$ provenant de la condition de causalité. Un diagramme de Feynman donnera une partie imaginaire à l'amplitude $\mathcal{M}$ si les particules intermédiaires, virtuelles, du diagramme peuvent se trouver sur leur couche de masse.

En particulier l'amplitude élastique $(2 \to 2)$, connectée à l'amplitude comprenant 2, 3 ou n particules dans l'état intermédiaire, possède des singularités dans la région des énergies $s$ physiques comme on peut le voir sur la figure suivante. Les

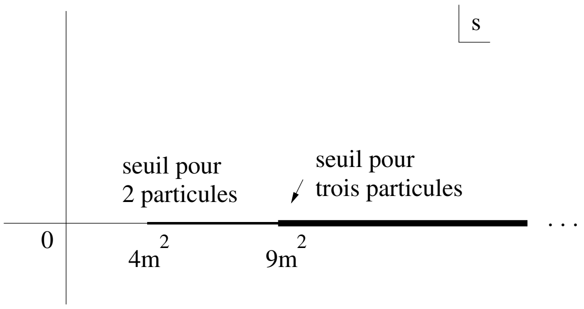



**Figure C.1:** Coupures sur l'axe réel positif dans le plan complexe $s$.

$n$ particules intermédiaires contribuent à la partie imaginaire de l'amplitude si l'énergie de l'état initial $s$ est supérieure au seuil d'énergie nécessaire à l'existence physique de ces $n$ particules. La partie imaginaire de l'amplitude est déterminée par

$$Im\ \mathcal{M}(s,t) = \frac{\mathcal{M}(s,t) - \mathcal{M}(s,t)^*}{2i}. \tag{C.1}$$

Soit $s_0$ le seuil d'énergie pour la production des états multiparticules les plus légers. Pour $s$ réel en dessous de $s_0$, les états intermédiaires ne peuvent pas se trouver sur leur couche de masse, il n'y a donc pas de contribution à la partie imaginaire. Il existe une région sur l'axe $s$ réel où l'amplitude $\mathcal{M}(s)$ est purement réelle. Donc, pour $s < s_0$, nous pouvons utiliser le principe de réflexion de Schwarz, qui dit qu'une fonction (de $s$) qui est réelle sur une partie de l'axe $s$ réel satisfait l'identité suivante sur tout son domaine d'analycité :

$$\mathcal{M}(s)^* = \mathcal{M}(s^*) \tag{C.2}$$

Chaque côté de cette équation est une fonction analytique qui peut s'étendre analytiquement au plan complexe $s$ entier. En particulier, près de l'axe réel pour $s > s_0$, cette équation implique :

$$\begin{aligned} Re\ \mathcal{M}(s+i\epsilon) &= Re\ \mathcal{M}(s-i\epsilon), \\ Im\ \mathcal{M}(s+i\epsilon) &= -Im\ \mathcal{M}(s-i\epsilon). \end{aligned} \tag{C.3}$$

autrement dit :

$$Im\ \mathcal{M}(s+i\epsilon,t) = \frac{\mathcal{M}(s+i\epsilon,t)-\mathcal{M}(s-i\epsilon,t)}{2i} \tag{C.4}$$

dans toute la région où l'amplitude est analytique, c'est-à-dire pour $s$ et $\epsilon$ réels. Au dessus du seuil d'énergie, cette partie est non nulle. Dans le cadre d'une diffusion physique, cette partie imaginaire est alors déterminée par

$$Im\ \mathcal{M}(s+i\epsilon,t) = \frac{1}{2i} lim_{\epsilon\to 0}[\mathcal{M}(s+i\epsilon,t)-\mathcal{M}(s-i\epsilon,t)]. \tag{C.5}$$

Le terme de droite est appelé "discontinuité dans le canal-$s$". La discontinuité calculée au niveau des singularités s'écrit :

$$Disc\mathcal{M}(s) = 2iIm\mathcal{M}(s+i\epsilon). \tag{C.6}$$

Il est généralement plus simple de calculer la discontinuité d'un diagramme que de calculer sa partie imaginaire directement.

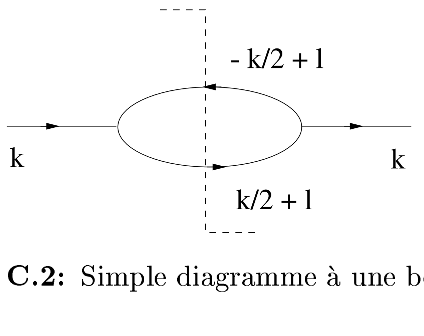



**Figure C.2:** Simple diagramme à une boucle.

Pour nous assurer de l'équivalence de ces deux types de calcul, nous allons étudier le cas général d'un diagramme à une boucle. Considérons le diagramme de la figure C.2. Les règles de Feynman donnent l'amplitude sous la forme

$$\mathcal{M} = (-1)\,(-i)\int \frac{d^4l}{(2\pi)^4}\,(-ig)\epsilon^*_\mu\gamma_\mu\,\frac{i(\frac{-\not q}{2}+\not l+m)}{(\frac{-q}{2}+l)^2-m^2+i\epsilon}\,(-ig)\epsilon_\nu\gamma_\nu\frac{i(\frac{\not q}{2}+\not l+m)}{(\frac{q}{2}+l)^2-m^2+i\epsilon}, \tag{C.7}$$

ou encore, puisque seul le dénominateur nous importe ici,

$$\delta\mathcal{M} = ig^2 \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{1}{[(\frac{-k}{2}+l)^2 - m^2 + i\epsilon][(\frac{k}{2}+l)^2 - m^2 + i\epsilon]}. \tag{C.8}$$

En dessous du seuil ($k_0 < 2m$), l'énergie de la particule incidente n'est pas suffisante pour produire des particules intermédiaires sur couche. Nous n'avons donc pas de pôle dans l'équation. La méthode de rotation de Wick fait intervenir un facteur $i$ supplémentaire qui nous donne une amplitude purement réelle. Si maintenant la particule incidente possède une énergie suffisante ($s > s_0 \rightarrow k_0 > 2m$), nous voudrions montrer que l'intégrale (C.8) possède une discontinuité. Dans le paragraphe qui suit, nous calculons tout d'abord la partie imaginaire de cette amplitude, ensuite, nous calculerons la discontinuité et comparerons les résultats.

## C.1 Partie imaginaire de l'amplitude.

Si on travaille dans le centre de masse $k \equiv (k_0, \vec{\mathbf{0}})$, l'intégrand de l'équation (C.8) possède quatre pôles en la variable d'intégration $l_0$ où $l^2 = l_0^2 - L^2$ avec $L > 0$. En effet,

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= ig^2 \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \\ &\frac{1}{[(\frac{-k_0}{2}+l_0) + \sqrt{L^2+m^2} + i\epsilon][(\frac{-k_0}{2}+l_0) - \sqrt{L^2+m^2} - i\epsilon]} \\ &\frac{1}{[(\frac{k_0}{2}+l_0) + \sqrt{L^2+m^2} + i\epsilon][(\frac{k_0}{2}+l_0) - \sqrt{L^2+m^2} - i\epsilon]}.\end{aligned} \tag{C.9}$$

Ces pôles sont

$$l_0 = \frac{k_0}{2} \pm (E_L - i\epsilon), \qquad l_0 = \frac{-k_0}{2} \pm (E_L - i\epsilon). \tag{C.10}$$

en utilisant la notation simplifiée $E_L = \sqrt{L^2+m^2}$. Deux de ces pôles se trouvent sous l'axe réel $l_0$, les deux autres au-dessus.

Nous pouvons calculer l'intégrale sur $l_0$ en utilisant le théorème des résidus sur un contour d'intégration qui renferme les deux pôles situés dans le demi-plan inférieur comme indiqué sur la figure C.3. Nous remplaçons

$$\int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} = \int \frac{d^3\mathbf{l}\, dl_0}{(2\pi)^4} = \int_{-\infty}^{\infty} dl_0 \int_{m^2}^{\infty} \frac{E_L\, dE_L \sqrt{E_L^2 - m^2}\, (4\pi)}{(2\pi)^4} \tag{C.11}$$

L'amplitude devient

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{M} &= ig^2(-2i\pi)\frac{(4\pi)}{(2\pi)^4} \\ &\int_{m^2}^{\infty} E_L dE_L \sqrt{E_L^2 - m^2}\ \frac{1}{2E_L}\ [\frac{1}{k_0(k_0-2E_L)} + \frac{1}{k_0(k_0+2E_L)}]\end{aligned} \tag{C.12}$$

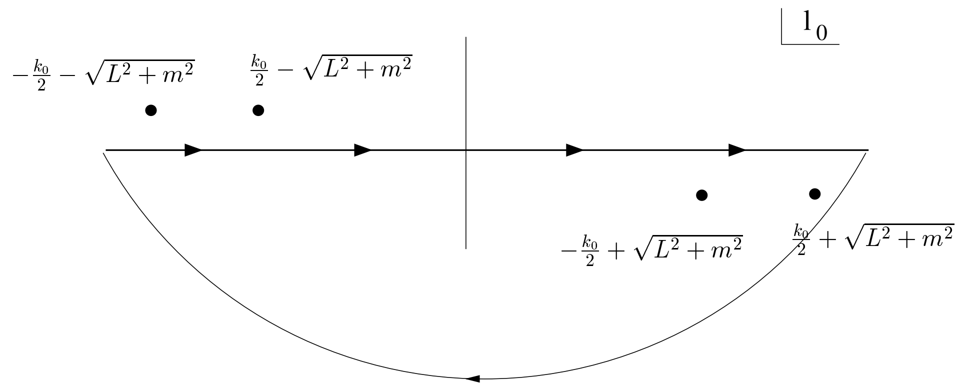



**Figure C.3:** Pôles des deux propagateurs en la variable $l_0$ et choix d'un contour pour le calcul des résidus.

Le premier terme de l'intégrand présente un pôle pour $E_L = k_0/2$. Pour $k_0 < 2m$, ce pôle ne se trouve pas dans le contour d'intégration de sorte que $\delta\mathcal{M}$ est purement réelle. Pour $k_0 > 2m$, le pôle est régularisé par une partie imaginaire en :

$$\frac{1}{k_0 - 2E_L + i\epsilon} = P\frac{1}{k_0 - 2E_L} - i\pi\delta(k_0 - 2E_L), \tag{C.13}$$

où $P$ désigne la valeur de la partie principale de l'intégrale[1]. Seule la partie imaginaire de l'amplitude nous intéresse. Celle-ci est alors égale à :

$$Im\ \delta\mathcal{M} = g^2\ \frac{1}{(2\pi)}\ \frac{\sqrt{k_0 - 4m^2}}{8}. \tag{C.14}$$

Nous venons de calculer la partie imaginaire de l'amplitude du processus représenté sur la figure (C.2). Il nous reste à présent à vérifier que le calcul de la discontinuité du diagramme conduit au même résultat.

## C.2 Calcul de la discontinuité de l'amplitude.

Nous repartons de l'équation (C.8). Si nous remplaçons les deux propagateurs[2] par des fonctions delta :

$$\frac{1}{(\frac{k}{2}+l)^2 - m^2 + i\epsilon} \to -2i\pi\delta((\frac{k}{2}+l)^2 - m^2), \tag{C.15}$$

$$\frac{1}{(\frac{-k}{2}+l)^2 - m^2 + i\epsilon} \to -2i\pi\delta((\frac{-k}{2}+l)^2 - m^2), \tag{C.16}$$

le calcul de la discontinuité de l'amplitude conduit à :

$$\begin{aligned} Disc\ \delta\mathcal{M} &= ig^2(-2i\pi)(-2i\pi)\ \frac{d^3\mathbf{l}}{2E_L\ (2\pi)^4}\ \delta(k^0[k^0 - 2E_L]), \\ &= ig^2\ \frac{2}{(2\pi)}\ \frac{\sqrt{k^0 - 4m^2}}{8}, \end{aligned} \tag{C.17}$$

[1] Le choix de la prescription $+i\epsilon$ au pôle entraîne le facteur (-i) au niveau de la partie imaginaire.

[2] Ceci revient à placer les deux quarks de quadri-impulsion $k/2+l$ et $-k/2+l$ sur leur couche de masse.

en utilisant $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(ax)dx = 1/|a|$. Ce résultat est équivalent à l'équation (C.14) au facteur $2i$ près. Nous venons donc de vérifier que

$$Disc\ \mathcal{M} = 2i\ Im\ \mathcal{M} \tag{C.18}$$

Cette analyse s'applique à tout diagramme arbitraire à une boucle. De manière plus générale, si on retourne à l'intégrale de départ (C.7), et que l'on renomme les impulsions des deux lignes intermédiaires $p_1$, $p_2$, on obtient :

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} = \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4}\ (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q) \tag{C.19}$$

où $(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_1+p_2-q)$ exprime la conservation d'impulsion à chaque vertex pour une particule $q$ entrante (sortante) et deux particules $p_1$,$p_2$ sortantes (entrantes). Chaque fois que, dans la région d'intégration, deux propagateurs peuvent simultanément se trouver sur leur couche de masse, on peut suivre l'argument ci-dessus pour calculer une discontinuité non nulle de l'amplitude $\mathcal{M}$. La valeur de cette discontinuité est obtenue en remplaçant chaque propagateur par une fonction delta :

$$\frac{1}{p_i^2 - m^2 + i\epsilon} \to -2i\pi\delta(p_i^2 - m^2). \tag{C.20}$$

Par exemple, pour le diagramme de diffusion d'ordre $\alpha^2$ représenté à la figure C.4, on peut calculer la partie imaginaire de l'amplitude en coupant à travers le diagramme comme indiqué sur la figure et en plaçant le propagateur des lignes coupées sur couche grâce à (C.20).

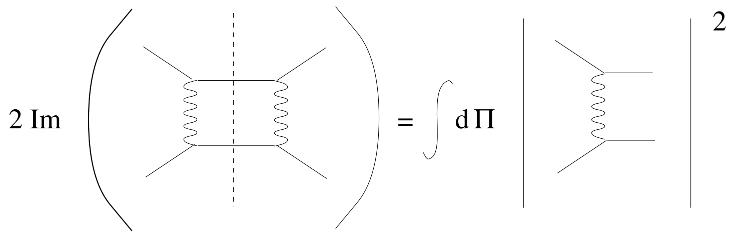



**Figure C.4:** Illustration du Théorème optique.

Un cas particulier des règles de Cutkovsky est le " **théorème optique**", qui relie la partie imaginaire de l'amplitude élastique à la section efficace totale de diffusion de deux particules. Nous pouvons dériver cette relation en intégrant sur les fonctions delta.

$$\begin{aligned} Dis\mathcal{M} &= 2i\ Im\mathcal{M} \\ &= \int \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_1}\frac{d^3p_2}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_2}|M|^2(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_1+p_2-q), \end{aligned} \tag{C.21}$$

ou encore,

$$2\mathcal{I}m\mathcal{M}_{aa} = (2\pi)^4 \sum_n \delta^4(\sum_f p_f - \sum_a p_a)|\mathcal{M}_{a\to n}|^2 = F\sigma_{tot} \tag{C.22}$$

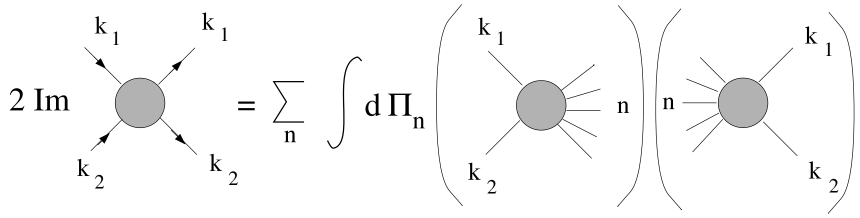



**Figure C.5:** Le théorème optique : la partie imaginaire de toute amplitude de diffusion vient de la somme des contributions de tous les états de particules intermédiaires possibles.

où $F$ est le facteur de flux. Puisque la partie imaginaire de l'amplitude de diffusion avant donne l'atténuation de l'onde avant lorsque le faisceau passe à travers la cible, il est naturel que cette quantité soit proportionnelle à la probabilité de collision.

Cutkovsky [74] a prouvé que cette méthode de calcul des discontinuités est générale. La discontinuité physique de tout diagramme de Feynman est donnée par les quelques règles suivantes :
1. Couper à travers le diagramme de toutes les façons possibles afin de mettre sur couche simultanément les propagateurs coupés.
2. Pour chaque coupure, remplacer les propagateurs coupés $1/(p^2 + m^2 + i\epsilon) \rightarrow -2i\pi\delta(p^2 - m^2)$ puis effectuer les intégrales sur les variables d'intégration.
3. Sommer les contributions de toutes les coupures possibles.

Dans ce travail, nous utilisons intensivement ces règles de coupures de Cutkovsky en préférant calculer la discontinuité de l'amplitude plutôt que de calculer directement sa partie imaginaire.

## C.3 Calcul de la partie réelle de l'amplitude.

Comme nous l'avons vu, les diagrammes de Feynman dominants qui contribuent à l'échange d'un Poméron sont représentés à la figure 3.5 du chapitre 3. En utilisant la paramétrisation de Feynman pour calculer l'amplitude du premier diagramme de cette figure (diagramme à une boucle), un terme logarithmique dominant $\ln(\frac{\hat{s}}{t})$ peut être mis en évidence [52]. Nous avons avant tout préféré calculer la partie imaginaire de l'amplitude à l'aide des règles de Cutkovsky. Cette partie imaginaire de l'amplitude (3.34), nous donne immédiatement le coefficient du terme en $\ln(\hat{s}/\mu^2)$, où $\mu$ représente l'échelle. Soit $\mu^2 = t$. En effet, sachant que $t$ est négatif, la contribution de ce terme à l'amplitude est

$$\ln(\frac{\hat{s}}{t}) = \ln(\frac{\hat{s}}{|t|}) - i\pi. \tag{C.23}$$

L'équation 3.34, obtenue au chapitre 3, est donc le coefficient de la partie en $i\pi$ qui apparaît ci-dessus. Ce coefficient est, rappelez-vous, proportionnel à $\hat{s}$. La partie réelle se compose alors du terme $\ln(\frac{\hat{s}}{|t|})$ avec ce même coefficient mais de signe opposé. A présent, pour calculer l'amplitude du processus au complet, il faut ajouter la contribution du second diagramme. Cette contribution est obtenue en changeant simplement $\hat{s}$ par $\hat{u}$ dans le premier diagramme. L'amplitude du second diagramme est donc proportionnelle à :

$$\hat{u}\,\ln(\frac{\hat{u}}{t}) \tag{C.24}$$

Dans la limite $\hat{s} \gg t$, $\hat{s} \gg m_i^2$, nous avons[3] $\hat{u} \simeq -\hat{s}$. Lorsqu'on additionne la contribution des deux diagrammes, les logarithmes s'annulent ne laissant qu'une amplitude purement imaginaire et proportionnelle à l'énergie $\hat{s}$ :

$$\mathcal{A} \propto \hat{s}[\ln(\frac{\hat{s}}{|t|}) - i\pi] + (-\hat{s})\ln(\frac{\hat{s}}{|t|}) \;\propto\; i\pi\hat{s}. \tag{C.25}$$

Ainsi, nous venons d'expliquer que, dans les modèles décrits dans ce travail, seul le calcul de la partie imaginaire de l'amplitude importe.

[3]Les variables de Mandelstam obéissent à la relation $s + t + u = \sum m_i^2$ où $m_i$ désigne la masse de la particule i.

# Annexe D

# Cinématique.

Maintenant que nous connaissons l'expression de la section efficace (eq. A.19) pour le processus étudié, il ne nous reste plus qu'à calculer l'amplitude $\mathcal{A}$ de ce même processus $\gamma^* p \to Vp$. Avant toute chose, commençons par définir les variables cinématiques qui entrent en jeu. Soit P, P', q et V les quadri-impulsions respectives du proton incident, du proton diffusé, du photon virtuel et du méson vecteur. Ces particules se trouvant sur leur couche de masse, nous avons les relations :

$$P^2 = M_P^2 \simeq 0, \qquad P'^2 = (P-\Delta)^2 = m_{P'}^2,$$

$$V^2 = (q+\Delta)^2 = m_V^2, \qquad \Delta = V - q,$$

$$q^2 = -Q^2, \qquad \Delta^2 \simeq t < 0.$$

Sachant que l'énergie est décrite par le produit

$$s = (P+q)^2 \simeq 2P.q, \tag{D.1}$$

nous allons tout d'abord déterminer les quadri-impulsions $P$ et $q$; ensuite nous définirons toutes les autres grandeurs par rapport à ces dernières.

Pour la collision colinéaire représentée à la figure D.1, les impulsions, définies dans le système du centre de masse, sont respectueusement :

$$\begin{aligned} q &\equiv (q_0, 0, 0, q_3), && \text{(D.2)} \\ P &\equiv (P_0, 0, 0, P_3), && \text{(D.3)} \end{aligned}$$

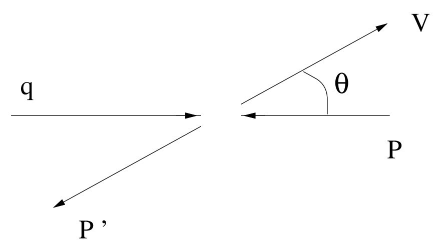



**Figure D.1:** Processus de collision entre un photon (virtuel) et un proton avec production d'un méson vecteur $V$ : $\gamma^* p \to Vp'$.

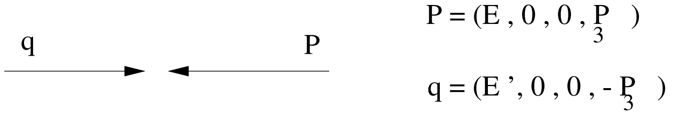
$$V \equiv R_\theta(V_0, 0, 0, V_3) = (V_0, 0, V_3 \sin\theta, V_3 \cos\theta), \tag{D.4}$$
$$P' \equiv R_\theta(P'_0, 0, P'_3) = (P'_0, 0, P'_3 \sin\theta, P'_3 \cos\theta), \tag{D.5}$$

où $R_\theta$ est une matrice de rotation d'angle $\theta$ défini entre la direction du méson $V$ et celle du photon $q$ :

$$R_\theta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

## D.1 Détermination des quadri-impulsions.

Dans le système du centre de masse $\gamma^* p$, les impulsions spatiales du photon et du proton sont égales en grandeur mais de sens opposés. Il en est de même pour le méson vecteur produit par la réaction et le proton sortant.




$$P = (E, 0, 0, P_3)$$
$$q = (E', 0, 0, -P_3)$$

Les particules se trouvant sur leur couche de masse, nous avons, en négligeant la masse du proton, les relations :

$$P^2 \simeq 0 = P_0^2 - P_3^2 \implies P_0 = \pm P_3, \tag{D.6}$$

$$P'^2 \simeq 0 = P_0'^2 - P_3'^2 \implies P'_0 = \pm P'_3, \tag{D.7}$$

$$q^2 \simeq -Q^2 = q_0^2 - q_3^2 \implies q_0 = \pm\sqrt{q_3^2 - Q^2}, \tag{D.8}$$

$$V^2 \simeq m_V^2 = V_0^2 - V_3^2 \implies V_0 = \pm\sqrt{V_3^2 + m_V^2}. \tag{D.9}$$

L'énergie totale du système permet de déterminer les grandeurs spatiales :

$$\begin{aligned} \sqrt{s} &= E + E' = \sqrt{P_3^2} + \sqrt{P_3^2 - Q^2} \\ &\rightarrow P_3 = \frac{s + Q^2}{2\sqrt{s}} = -q_3 \end{aligned} \tag{D.10}$$

de même au niveau du méson vecteur et du proton sortant, $V_3 = -P'_3$ et :

$$\begin{aligned} \sqrt{s} &= E + E' = \sqrt{P_3'^2} + \sqrt{P_3'^2 + m_V^2} \\ &\rightarrow P'_3 = \frac{s - m_V^2}{2\sqrt{s}} = -V_3 \end{aligned} \tag{D.11}$$

En utilisant ces relations, nous pouvons exprimer les variables temporelles, en termes des principales variables cinématiques du processus. En choisissant les énergies positives, il vient :

$$P_0 = \frac{s+Q^2}{2\sqrt{s}}, \tag{D.12}$$

$$q_0 = \frac{s-Q^2}{2\sqrt{s}}, \tag{D.13}$$

$$V_0 = \frac{s+m_V^2}{2\sqrt{s}}. \tag{D.14}$$

De plus, le carré de l'impulsion transmise au proton :

$$t = (P-P')^2 \simeq 2PP' = -2(P_0P'_0 - P_3P'_3\cos\theta) \tag{D.15}$$

permet de déterminer le cosinus de l'angle $\theta$ entre la direction du proton incident et du proton sortant :

$$\cos\theta = 1 + \frac{t}{2P_3P'_3} \tag{D.16}$$

Connaissant les expressions des composantes $P_3$ (D.10) et $P'_3$ (D.11), nous obtenons

$$\cos\theta = 1 + \frac{2s\ t}{(s+Q^2)(s-m_V^2)} \quad \approx 1 \quad (s \gg t,\ Q^2,\ m_V^2), \tag{D.17}$$

et,

$$\sin\theta \simeq \sqrt{\frac{-4st}{(s+Q^2)(s-m_V^2)}}. \tag{D.18}$$

## D.2 Les vecteurs de polarisation.

Le photon, comme le méson, sont polarisés. Nous allons déterminer leurs états de polarisation dans cette section.

On peut facilement vérifier que les équations de Maxwell qui décrivent un photon réel libre ($q.q = 0$) :

$$\Box A^\mu - \partial^\mu(\partial_\nu A^\nu) = 0 \tag{D.19}$$

restent inchangées si on effectue la transformation de jauge suivante [75]:

$$A^\mu \to A'^\mu = A^\mu - \partial^\mu\chi. \tag{D.20}$$

Nous pouvons alors utiliser cette liberté et simplifier les équations en *choisissant* $A^\mu$ de façon à satisfaire :

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \tag{D.21}$$

appelée "*condition de Lorentz*". Nous avons choisi de travailler sous cette condition particulière, ce qui revient à choisir une jauge dite "jauge covariante". Les fonctions d'onde $A^\mu$ pour un photon libre satisfont alors l'équation :

$$\Box A^\mu = 0 \tag{D.22}$$

dont les solutions sont les suivantes :

$$A^\mu = \epsilon^\mu e^{-iq.x}. \tag{D.23}$$

Le photon, particule de spin 1, peut donc être décrit à l'aide de sa quadri-impulsion : $q^\mu \equiv (q^0, \mathbf{q})$, et de son vecteur polarisation $\epsilon^\mu$. En substituant la solution (D.23) dans l'équation (D.22), on retrouve pour la quadri-impulsion du photon :

$$q^2 = 0 \tag{D.24}$$

autrement dit, $m_\gamma = 0$.
La condition de Lorentz (D.21) implique que :

$$\epsilon^\mu q_\mu = 0. \tag{D.25}$$

Il n'existe alors que trois vecteurs de polarisation indépendants qui correspondent aux trois projections du spin du photon par rapport à la direction du mouvement du photon (c'est-à-dire aux trois valeurs de l'hélicité du photon).

Dans le cas d'un photon réel, nous avons une liberté suplémentaire selon laquelle deux vecteurs de polarisation qui ne diffèrent que par un multiple de la quadri-impulsion du photon, peuvent décrire le même photon :

$$\epsilon'_\mu = \epsilon_\mu + a q_\mu. \tag{D.26}$$

Nous pouvons à nouveau nous servir de cette liberté pour imposer l'annulation de la composante temporelle $\epsilon^0 = 0$, de sorte que la condition (D.21) se réduit à

$$\boldsymbol{\epsilon . q = 0.} \tag{D.27}$$

Ce choix de jauge non covariante s'appelle "jauge de Coulomb" et ne laisse que deux vecteurs de polarisation indépendants pour un photon réel.

Pour une particule massive de masse M, un méson vecteur $M \equiv m_V$ ou un photon virtuel ($q.q = -Q^2 \neq 0$), l'équation d'onde peut s'obtenir à partir de l'équation du photon (D.19) en remplaçant $\Box^2 \to \Box^2 + M^2$. Si nous prenons la divergence, $\partial_\mu$ de cette équation, deux termes s'annulent, et il nous reste

$$M^2 \partial_\mu A^\mu = 0, \quad \text{autrement dit, } \partial_\mu A^\mu = 0. \tag{D.28}$$

Donc, pour une particule massive, nous n'avons pas d'autre choix que d'avoir effectivement $\partial_\mu A^\mu = 0$, qui n'est pas une condition de jauge. En conséquence, l'équation se réduit à

$$(\Box^2 + M^2) A^\mu = 0 \tag{D.29}$$

dont les solutions sont également exprimées par (D.23).
La condition (D.28) implique (D.25) et réduit le nombre de vecteurs polarisation indépendants de quatre à trois.

Pour une onde voyageant dans la direction de l'axe $z$, $q^\mu = (q^0, 0, 0, q^3)$ (pour un photon virtuel), on peut choisir les deux vecteurs de polarisation transverse indépendants suivants :

$$\epsilon_T(\lambda = +1) = (0, 1, 0, 0), \tag{D.30}$$
$$\epsilon_T(\lambda = -1) = (0, 0, 1, 0). \tag{D.31}$$

Ce choix correspond à une polarisation linéaire telle que :

$$\epsilon^*(\lambda).\epsilon(\lambda') = -\delta_{\lambda\lambda'}. \tag{D.32}$$

Pour le vecteur polarisation longitudinale, la condition (D.28), devant toujours être satisfaite, on a

$$\epsilon_L(\lambda = 0) = \frac{1}{\sqrt{Q^2}}(q^3, 0, 0, q^0), \tag{D.33}$$

avec :

$$\epsilon_L.\epsilon_L = +1. \tag{D.34}$$

La présence de cette contribution longitudinale du photon est la conséquence de la virtualité de ce dernier : $q^2 = -Q^2 \equiv M^2 \neq 0$.

Dans le cas du méson vecteur, le vecteur de polarisation $e^\mu$ doit satisfaire

$$e^\mu V_\mu = 0 \tag{D.35}$$

entraînant un vecteur longitudinal et deux vecteurs de polarisation transverses à la direction de propagation du méson. Pour la suite des calculs, nous allons projeter ces vecteurs le long des directions du photon et du proton incident.

Tout comme pour l'impulsion $V$, les vecteurs de polarisation du méson vecteur subissent une rotation d'angle $\theta$. Les deux vecteurs de polarisation transverses (à la direction de propagation du méson) deviennent

$$\begin{aligned} e_T(\lambda = 1) &= R_\theta(0,1,0,0) = (0,1,0,0), & \text{(D.36)} \\ e_T(\lambda = -1) &= R_\theta(0,0,1,0) = (0,0,\cos\theta,\sin\theta), & \text{(D.37)} \end{aligned}$$

et le vecteur de polarisation longitudinale

$$e_L(\lambda = 0) = R_\theta \frac{1}{m_V}(V_3, 0, 0, V_0) = \frac{1}{m_V}(V_3, 0, V_0 \sin\theta, V_0\cos\theta), \tag{D.38}$$

de telle sorte que

$$e^*(\lambda).e(\lambda') = -\delta_{\lambda\lambda'} \tag{D.39}$$

avec $\cos\theta \simeq 1$ pour $s \gg t,\ Q^2, m_V^2$. On peut retrouver la relation de complétude pour la polarisation de particules massives :

$$\sum_\lambda e_\mu(q,\lambda)e^*_\nu(q,\lambda) = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M^2}. \tag{D.40}$$

# Annexe E

# Expressions des différents produits intervenant dans le calcul de l'amplitude : première approche.

Cette annexe reprend le détail des calculs dans la limite des grandes valeurs de l'énergie $\hat{s} \sim 2p.q$ disponible dans le centre de masse $\gamma^* p$, celle-ci étant définie au niveau des quarks. Nous avons vu que le terme dominant en énergie $\hat{s}$ qui intervient dans le calcul de l'amplitude du processus $\gamma^* p \to Vp$ est le suivant (eq. 3.26) :

$$\mathcal{T} \;\propto\; 2\Delta.\epsilon\; e.p\; \hat{s} + 2q.e\; \epsilon.p\; \hat{s} - \epsilon.e\; \hat{s}^2 - 2\epsilon.p\; e.p(m_V^2 + Q^2 - t). \qquad \text{(E.1)}$$

Dans la section D.1, nous avons déterminé l'expression des grandeurs spatiales et temporelles des quadri-impulsions du photon, du proton et du méson vecteur :

$$\begin{aligned}
P &\equiv (P_0, 0, 0, P_3) \quad \rightarrow \quad p \equiv (p_0, 0, 0, p_3) && \text{(E.2)}\\
q &\equiv (q_0, 0, 0, q_3) && \text{(E.3)}\\
V &\equiv R_\theta\; (V_0, 0, 0, V_3) \;=\; (V_0, 0, V_3 \sin\theta, V_3 \cos\theta) && \text{(E.4)}\\
\Delta &= (V - q) \equiv (V_0 - q_0, 0, V_3 \sin\theta, V_3 \cos\theta - q_3) && \text{(E.5)}
\end{aligned}$$

$p$ étant la quadri-impulsion du quark dans le proton. $\theta$ est l'angle entre les directions de propagation respectives du méson vecteur et du photon, la matrice $R_\theta$ permet alors de projeter l'impulsion du méson selon la direction de propagation du photon ou du proton.

En fonction des variables cinématiques $Q^2$, $t$, de l'énergie $\hat{s}$ et de la masse $m_V$ du méson vecteur, nous avons

$$\begin{aligned}
p_0 &\simeq \frac{\hat{s} + Q^2}{2\sqrt{\hat{s}}} \simeq p_3, && \text{(E.6)}\\
q_0 &\simeq \frac{\hat{s} - Q^2}{2\sqrt{\hat{s}}}, \qquad q_3 \simeq -\frac{\hat{s} + Q^2}{2\sqrt{\hat{s}}}, && \text{(E.7)}\\
V_0 &\simeq \frac{\hat{s} + m_V^2}{2\sqrt{\hat{s}}}, \qquad V_3 \simeq -\frac{\hat{s} - m_V^2}{2\sqrt{\hat{s}}} && \text{(E.8)}
\end{aligned}$$

et,

$$\cos\theta \simeq 1 + \frac{2\hat{s}t}{(\hat{s}+Q^2)(\hat{s}-m_V^2)}, \tag{E.9}$$

$$\sin\theta \simeq \sqrt{-\frac{4\hat{s}t}{(\hat{s}+Q^2)(\hat{s}-m_V^2)}}. \tag{E.10}$$

Les vecteurs de polarisation transverse et longitudinal du photon et du méson sont (annexe D.2) :

$$\epsilon_T(\lambda = 1) = (0,1,0,0), \tag{E.11}$$

$$\epsilon_T(\lambda = -1) = (0,0,1,0), \tag{E.12}$$

$$\epsilon_L(\lambda = 0) = \frac{1}{Q}(q_3,0,0,q_0) \tag{E.13}$$

et,

$$e_T(\lambda = 1) = (0,1,0,0), \tag{E.14}$$

$$e_T(\lambda = -1) = (0,0,\cos\theta,\sin\theta), \tag{E.15}$$

$$e_L(\lambda = 0) = \frac{1}{m_V}(V_3,0,V_0\sin\theta,V_0\cos\theta). \tag{E.16}$$

Par ailleurs, nous avons également démontré que l'impulsion $\Delta$ transférée au proton était principalement transverse (eq. A.11) :

$$\Delta = \alpha_\Delta P + \beta_\Delta q + \Delta_t \tag{E.17}$$

avec,

$$\alpha_\Delta \sim \frac{m_V^2 + Q^2 - \Delta_t^2}{\hat{s}}, \tag{E.18}$$

$$\beta_\Delta \sim \frac{\Delta_t^2}{\hat{s}}. \tag{E.19}$$

Il s'en suit :

$$q.\Delta \sim \frac{m_V^2 + Q^2 - t}{2}. \tag{E.20}$$

Ces relations étant établies, nous pouvons à présent calculer les produits dominants qui interviennent dans $\mathcal{T}$ (3.26) :

• Dans le cas de la production d'un méson vecteur transverse ($e_T.V = 0$) par un photon transverse ($\epsilon_T.q = 0$), nous avons :

$$\begin{aligned}
e_T(\lambda_V = 1).p &= 0, & e_T(\lambda_V = -1).p &= -p_3\sin\theta \approx -\sqrt{-t},\\
e_T(\lambda_V = 1).q &= 0, & e_T(\lambda_V = -1).q &= -q_3\sin\theta \approx \sqrt{-t},\\
\epsilon_T(\lambda_\gamma = 1).p &= 0, & \epsilon_T(\lambda_\gamma = -1).p &= 0,\\
\epsilon_T(\lambda_\gamma = 1).\Delta &= 0, & \epsilon_T(\lambda_\gamma = -1).\Delta &= -V_3\sin\theta \approx \sqrt{-t}.
\end{aligned} \tag{E.21}$$

Quelle que soit l'hélicité transverse, le terme qui subsiste dans l'expression de $\mathcal{T}$ (E.1) est le suivant :

$$\mathcal{T}(T \to T) \propto -e_T.\epsilon_T \ \hat{s}^2 \tag{E.22}$$

avec,

$$\begin{aligned}
\epsilon_T(\lambda_\gamma = 1).e_T(\lambda_V = 1) &= -1, && \text{(E.23)}\\
\epsilon_T(\lambda_\gamma = -1).e_T(\lambda_V = -1) &= -\cos\theta \approx -1, && \text{(E.24)}\\
\epsilon_T(\lambda_\gamma = 1).e_T(\lambda_V = -1) &= 0, && \text{(E.25)}\\
\epsilon_T(\lambda_\gamma = -1).e_T(\lambda_V = 1) &= 0. && \text{(E.26)}
\end{aligned}$$

Ce qui nous donne :

$$\mathcal{T}_T(\lambda_\gamma = \lambda_V = \pm 1) \propto \hat{s}^2. \tag{E.27}$$

0n constate également que les amplitudes de production d'un méson transverse par un photon transverse d'hélicité opposée sont nulles.

• Dans le cas de la production d'un méson longitudinal ($e_L.V = 0$) par un photon longitudinal ($\epsilon_L.q = 0$), nous avons :

$$e_L(\lambda_V = 0).p = \frac{1}{m_V}(V_3 p_0 - V_0 p_3 \cos\theta) \approx -\frac{\hat{s} + Q^2 + t}{2m_V}, \tag{E.28}$$

$$e_L(\lambda_V = 0).q = \frac{1}{m_V}(V_3 q_0 - V_0 q_3 \cos\theta) \approx \frac{m_V^2 + Q^2 + t}{2m_V}, \tag{E.29}$$

$$\begin{aligned}
\epsilon_L(\lambda_\gamma = 0).p &= \frac{1}{Q}(q_3 p_0 - q_0 p_3) \approx \frac{-\hat{s}}{2Q}, && \text{(E.30)}\\
\epsilon_L(\lambda_\gamma = 0).\Delta &= \frac{1}{Q}(q_3 V_0 - q_0 V_3 \cos\theta) \approx -\frac{m_V^2 + Q^2 - t}{2Q} && \text{(E.31)}
\end{aligned}$$

et :

$$\epsilon_L(\lambda = 0).e_L(\lambda = 0) = \frac{1}{m_V Q}(q_3 V_3 - q_0 V_0 \cos\theta) \approx \frac{Q^2 - m_V^2 - t}{2m_V Q}. \tag{E.32}$$

Ce qui nous donne :

$$\mathcal{T}_L \propto \frac{\hat{s}^2}{2m_V Q}[m_V^2 + Q^2 - t - Q^2 + m_V^2 + t - m_V^2 - Q^2 + t - m_V^2 - Q^2 - t] = \frac{Q}{m_V}\ \hat{s}^2. \tag{E.33}$$

• Dans le cas de la production d'un méson longitudinal ($e_L.V = 0$) par un photon transverse ($\epsilon_T.q = 0$), en appliquant les relations établies plus haut, nous avons :

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}(\lambda_V = 0, \lambda_\gamma = 1) &\sim \mathcal{T}(\lambda_V = 0, \lambda_\gamma = -1) \sim 0 && \text{(E.34)}\\
\mathcal{T}(\lambda_V = 1, \lambda_\gamma = 0) &\sim \mathcal{T}(\lambda_V = -1, \lambda_\gamma = 0) \sim 0 && \text{(E.35)}
\end{aligned}$$

# Annexe F

# Détermination des facteurs de forme du proton.

Dans cette annexe, nous expliquons brièvement comment déterminer les facteurs de forme $\mathcal{E}_i$ du proton lorsque celui-ci est frappé par deux (ou quatre) gluons, en suivant le formalisme établi par Gunion et Soper [45].

## F.1 Expression des facteurs de forme à l'aide du formalisme des fonctions d'onde.

Soit une réaction de diffusion d'un proton dans un champ de couleur externe $A_a$. Le potentiel créé par ce champ peut s'écrire sous la forme suivante :

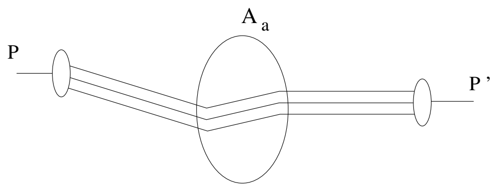



**Figure F.1:** Collision dans un champ de couleur $A_a$ extérieur.

$$\sum_{j=1}^{3} A_a(\vec{b}+\vec{r}_j)\ T_a^{(j)} \tag{F.1}$$

où $\vec{b}$ désigne les coordonnées du centre de masse du proton dans le plan transverse (fig. F.2), et $\vec{r}_j$ la distance qui sépare le quark $j$ du centre de masse dans le proton avec $j = 1, 2, 3$ si on ne considère que les trois quarks constituants.
Si $\alpha_i$ représente la fraction d'impulsion qu'emporte le quark $i$, les conditions suivantes :

$$\sum_{j}^{3} \alpha_j = 1 \tag{F.2}$$

$$\sum_{j}^{3} \alpha_j \vec{r}_j = 0 \tag{F.3}$$

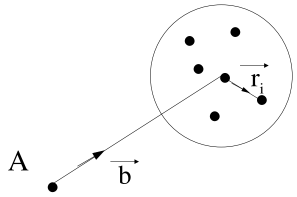



**Figure F.2:** Représentation de l'action du champ externe $A_a$ sur le proton.

expriment respectivement la conservation de l'impulsion et les $\vec{r_i}$ dans le système du centre de masse du proton dont la fonction d'onde s'écrit [45] :

$$\Psi(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3; \vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)_{abc} = \frac{1}{\sqrt{6}} \; \epsilon_{abc} \; \psi(\vec{\alpha}, \vec{r}_j) \tag{F.4}$$

Dans l'approximation eikonal, l'amplitude du processus de diffusion devient (fig. F.3) :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= is \int d\vec{b} \; e^{-i\vec{b}.\vec{Q}} \; \Big[ \prod_{j=1}^{3} \int_0^1 d\alpha_j \int d\vec{r_j} \Big] \delta(\sum \alpha_j - 1) \delta(\sum \alpha_j r_j) \\ &\times \; \psi^*(\vec{\alpha}, \vec{r_j}) \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{i_1 i_2 i_3} \; . \; \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{j_1 j_2 j_3} \psi(\vec{\alpha}, \vec{r_j}) \\ &\times \; exp\{ \; -ig \sum_{j=1}^{3} A_a(\vec{b} + \vec{r_j}) \; T_a^{(j)} \; \} \end{aligned} \tag{F.5}$$

où nous retrouvons la fonction d'onde du proton, celle du proton diffusé ainsi que l'action du champ sous la forme d'une exponentielle. $\vec{Q}$ représente l'impulsion tridimensionnelle transférée au proton par le champ externe $A_a$. Nous pouvons

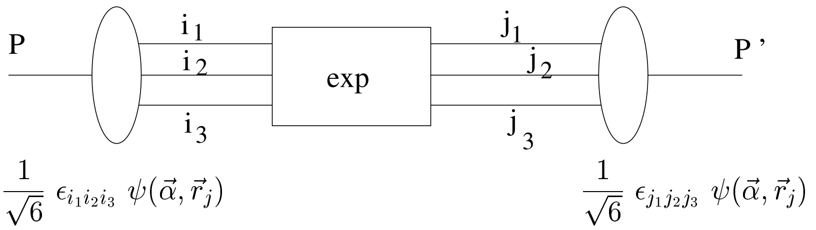



**Figure F.3:** Représentation schématique de l'amplitude.

encore développer l'exponentielle qui, dans le cas d'un champ créé par l'échange de deux gluons, devient :

$$exp \; \rightarrow \; -\frac{1}{2} \; g^2 \; [ \; \sum_{j=1}^{3} A_a(\vec{b} + \vec{r_j}) \; T_a^{(j)} \; ]^2 \tag{F.6}$$

A présent, si les tenseurs de couplage $T_a$ et $T_b$ des deux gluons agissent sur une même ligne de quark, nous avons dans l'amplitude ($j_1 \equiv i_1 = i$, $j_2 \equiv i_1 = i$ et $j_3 \neq i_3$) :

$$\begin{aligned} \sum_{ij} \epsilon_{ijk} \; (T^a T^b)_{kk'} \; \epsilon_{ijk'} &= 2\delta_{kk'} \; (T^a T^b)_{kk'} \\ &= 2 \; Tr(T^a T^b) = \delta_{ab} \end{aligned} \tag{F.7}$$

Si par contre, ces deux tenseurs agissent sur deux lignes de quark différentes ($j_1 \equiv i_1 = i$, $j_2 \neq i_2$ et $j_3 \neq i_3$), le terme suivant apparaît dans l'amplitude :

$$\begin{aligned}\epsilon_{ijk}\, T^a_{jj'}\, T^b_{kk'}\, \epsilon_{ij'k'} &= \delta_{jj'}\delta_{kk'}\, T^a_{jj'}\, T^b_{kk'} \; - \delta_{jk'}\delta_{kj'}\, T^a_{jj'}\, T^b_{kk'} \\ &= T^a_{jj}\, T^b_{kk} \; - \; T^a_{jk}\, T^b_{kj} = -Tr(T^aT^b) = -\frac{1}{2}\delta_{ab} \qquad \text{(F.8)}\end{aligned}$$

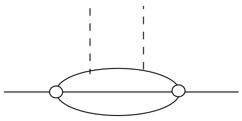
Finalement, l'amplitude issue de l'échange de deux gluons devient :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= is\int d\vec{b}\; e^{-i\vec{b}.\vec{Q}}\;\Big[\prod_{j=1}^{3}\int_0^1 d\alpha_j \int d\vec{r}_j\Big]\delta(\textstyle\sum\alpha_j - 1)\delta(\sum\alpha_j r_j)\; \dfrac{g^2}{12}\; |\psi(\vec{\alpha},\vec{r}_j)|^2 \\ &\times \; \Big[\; \underbrace{\sum_{j=1}^{3} A_a(\vec{b}+\vec{r}_j)A_a(\vec{b}+\vec{r}_j)}_{\text{même ligne}} \; - \; \underbrace{\frac{1}{2}\sum_{k\neq l} A_a(\vec{b}+\vec{r}_k)A_a(\vec{b}+\vec{r}_l)}_{\text{lignes différentes}}\; \Big] \qquad \text{(F.9)}\end{aligned}$$

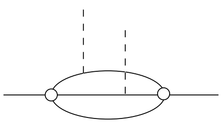
En traduisant l'influence du champ $A_a$ dans l'espace des impulsions :

$$A_a(x) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^2}\; e^{i\vec{k}.\vec{x}}\; \tilde{A}_a(\vec{k}), \qquad \text{(F.10)}$$

les deux facteurs de forme apparaissent alors comme suit dans l'amplitude :



$$\begin{aligned}&\Big[\prod_{j=1}^{3}\int_0^1 d\alpha_j \int d\vec{r}_j\Big]\delta(\textstyle\sum\alpha_j - 1)\delta(\sum\alpha_j r_j)\; |\psi(\vec{\alpha},\vec{r}_j)|^2 \\ &\qquad \sum_j e^{i(\vec{k}_1+\vec{k}_2).\vec{r}_j} \qquad \text{(F.11)} \\ &\to \; 3\;\mathcal{E}_1\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}&\Big[\prod_{j=1}^{3}\int_0^1 d\alpha_j \int d\vec{r}_j\Big]\delta(\textstyle\sum\alpha_j - 1)\delta(\sum\alpha_j r_j)\; |\psi(\vec{\alpha},\vec{r}_j)|^2 \\ &\qquad \frac{1}{2}\sum_{k\neq l} e^{i\vec{k}_1.\vec{r}_k} e^{i\vec{k}_2.\vec{r}_l} \qquad \text{(F.12)} \\ &\to \; \underbrace{2}_{k\neq l} \times \underbrace{3}_{3\text{ quarks}}\; \mathcal{E}_2\end{aligned}$$

Au chapitre 8, nous décrivons un processus de collision avec dissociation du proton et nous calculons directement le carré de l'amplitude via l'échange de quatre gluons. Nous suivons le raisonnement décrit ci-dessus, avec cependant une trace supplémentaire :

$$Tr(T_aT_bT_cT_d) = \frac{1}{12}\;\delta_{ab}\delta_{cd} + \frac{1}{8}h^{abn}h^{ncd} \qquad \text{(F.13)}$$

où $h^{abc} = d^{abc} + if^{abc}$ et $h^{abc} = h^{cab} = h^{bca}$, $f^{abc}$ et $d^{abc}$ étant respectivement antisymétrique et symétrique lorsqu'on permute deux indices.

Il ne nous reste alors plus qu'à calculer toutes les combinaisons de couplage possibles entre les gluons et les trois lignes de quark du proton. En nous contraignant à n'échanger uniquement que deux singulets de couleur : $\delta_{ab}$ et $\delta_{cd}$, la somme sur les indices coule alors de source [58] :

$$\sum \delta_{aa}\delta_{cc} = 64 \tag{F.14}$$

$$\sum \delta_{ac}\delta_{ac} = 8 \tag{F.15}$$

$$\sum d^{acn}d^{acn} = \frac{(N^2-1)(N^2-4)}{N} = \frac{40}{3} \tag{F.16}$$

$$\sum f^{abc}f^{abc} = \frac{N^2(N^2-1)}{N} = 24 \tag{F.17}$$

## F.2 Détermination de la constante $c$.

Comme la fonction d'onde du proton est mal connue, nous utilisons une description phénoménologique des facteurs de forme $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ et $\mathcal{E}_3$. Pour l'échange de deux gluons, nous avons introduit (chapitre 3) les deux facteurs de forme suivants :

$$\mathcal{E}_1(t) = \frac{(3.53-2.79t)}{(3.53-t)(1-t/0.71)^2} \tag{F.18}$$

lorsque les deux gluons frappent la même ligne de quark dans le proton;

$$\mathcal{E}_2(k_a,k_b) = \mathcal{E}_1(k_a^2+k_b^2+c\ k_a\cdot k_b) \tag{F.19}$$

lorsque les gluons frappent des lignes de quark différentes. $\mathcal{E}_1$ est défini par le facteur de forme de Dirac que nous pouvons normaliser comme suit :

$$\mathcal{E}_1(t=0) = 1. \tag{F.20}$$

Lorsque nous calculons un processus d'échange de quatre gluons, les trois lignes de quark peuvent être frappées simultanément laissant apparaître un troisième facteur de forme que l'on peut également rattacher 'a $\mathcal{E}_1$ par :

$$\mathcal{E}_3(k_a,k_b,k_c) = \mathcal{E}_1(k_a^2+k_b^2+k_c^2+c\ (k_a\cdot k_b+k_a\cdot k_c+k_b\cdot k_c)) \tag{F.21}$$

La constante arbitraire $c$ est alors déterminée en constatant que

$$\mathcal{E}_3(k,k,k) = \mathcal{E}_1(0); \tag{F.22}$$

qui se traduit par :

$$\mathcal{E}_3(k,k,k) = \mathcal{E}_1(3k^2+3c\ k^2)\ \rightarrow\ c=1. \tag{F.23}$$

# Annexe G

# Expressions des éléments de matrice en fonction des amplitudes d'hélicité.

Les expressions des 15 éléments de matrice $r^{\alpha}_{ik}$ données dans cette annexe, sont obtenues en développant les formules définies à l'annexe A de la référence [?]. Par souci de simplicité, dans l'expression de ces éléments de matrice, la somme sur les hélicités du nucléon (proton) n'est pas explicitée, et l'hélicité des nucléons est omise.
Les facteurs de normalisation sont définis comme suit :

$$\begin{aligned}
N_T &= \frac{1}{2} \sum_{\substack{\lambda_V,\lambda_{N'},\\ \lambda_\gamma=\pm1,\lambda_N}} |A_{\lambda_V\lambda_{N'},\lambda_\gamma\lambda_N}|^2 \\
&= \frac{1}{2}[\ |A_{11}|^2 + |A_{-1-1}|^2 + |A_{01}|^2 + |A_{0-1}|^2 + |A_{-11}|^2 + |A_{1-1}|^2\ ] \qquad \text{(G.1)} \\
N_L &= \sum_{\lambda_V,\lambda_{N'}\lambda_N} |A_{\lambda_V\lambda_{N'},0\lambda_N}|^2 \\
&= |A_{00}|^2 + |A_{10}|^2 + |A_{-10}|^2 \qquad \text{(G.2)}
\end{aligned}$$

Les éléments de matrice s'expriment comme suit, en fonction des amplitudes d'hélicité :

$$\begin{aligned}
r^{04}_{00} &= \frac{1}{1+\epsilon R}[\frac{1}{2N_T}(|A_{01}|^2 + |A_{0-1}|^2) + \frac{\epsilon R}{N_L}|A_{00}|^2] \qquad \text{(G.3)} \\
Re\ r^{04}_{10} &= \frac{1}{1+\epsilon R}\ Re\ [\frac{1}{2N_T}(A_{11}A^{\dagger}_{01} + A_{1-1}A^{\dagger}_{0-1}) + \frac{\epsilon R}{N_L}A_{10}A^{\dagger}_{00}] \qquad \text{(G.4)} \\
r^{04}_{1-1} &= \frac{1}{1+\epsilon R}\ Re\ [\frac{1}{2N_T}(A_{11}A^{\dagger}_{-11} + A_{1-1}A^{\dagger}_{-1-1}) + \frac{\epsilon R}{N_L}A_{10}A^{\dagger}_{-10}] \qquad \text{(G.5)} \\
r^{1}_{00} &= \frac{1}{1+\epsilon R}\ \frac{1}{2N_T}(A_{0-1}A^{\dagger}_{01} + A_{01}A^{\dagger}_{0-1}) \qquad \text{(G.6)} \\
r^{1}_{11} &= \frac{1}{1+\epsilon R}\ \frac{1}{2N_T}(A_{1-1}A^{\dagger}_{11} + A_{11}A^{\dagger}_{1-1}) \qquad \text{(G.7)} \\
Re\ r^{1}_{10} &= \frac{1}{1+\epsilon R}\ \frac{1}{2N_T}\ Re\ (A_{1-1}A^{\dagger}_{01} + A_{11}A^{\dagger}_{0-1}) \qquad \text{(G.8)}
\end{aligned}$$

$$r^1_{1-1} = \frac{1}{1+\epsilon R}\,\frac{1}{2N_T}(A_{1-1}A^\dagger_{-11} + A_{11}A^\dagger_{-1-1}) \tag{G.9}$$

$$Im\ r^2_{10} = \frac{1}{1+\epsilon R}\,\frac{1}{2N_T}\ Im\ [i(A_{1-1}A^\dagger_{01} - A_{11}A^\dagger_{0-1})] \tag{G.10}$$

$$Im\ r^2_{1-1} = \frac{1}{1+\epsilon R}\frac{1}{2N_T}Im[i(A_{1-1}A^\dagger_{-11} - A_{11}A^\dagger_{-1-1})] \tag{G.11}$$

$$r^5_{00} = \frac{\sqrt{R}}{1+\epsilon R}\frac{1}{\sqrt{2N_TN_L}}[Re(A_{00}A^\dagger_{01} - Re(A_{00}A^\dagger_{0-1})] \tag{G.12}$$

$$r^5_{11} = \frac{\sqrt{R}}{1+\epsilon R}\frac{1}{\sqrt{2N_TN_L}}[Re(A_{10}A^\dagger_{11} - Re(A_{10}A^\dagger_{1-1}) \tag{G.13}$$

$$Re\ r^5_{10} = \frac{\sqrt{R}}{1+\epsilon R}\frac{1}{\sqrt{2N_TN_L}}\frac{1}{2}Re(A_{10}A^\dagger_{01} + A_{11}A^\dagger_{00} - A_{10}A^\dagger_{0-1} - A_{1-1}A^\dagger_{00}) \tag{G.14}$$

$$r^5_{1-1} = \frac{\sqrt{R}}{1+\epsilon R}\frac{1}{\sqrt{2N_TN_L}}\frac{1}{2}(A_{10}A^\dagger_{-11} + A_{11}A^\dagger_{-10} - A_{10}A^\dagger_{-1-1} - A_{1-1}A^\dagger_{-10}) \tag{G.15}$$

$$Im\ r^6_{10} = \frac{\sqrt{R}}{1+\epsilon R}\frac{1}{\sqrt{2N_TN_L}}\frac{1}{2}Re(A_{10}A^\dagger_{01} - A_{11}A^\dagger_{00} + A_{10}A^\dagger_{0-1} - A_{1-1}A^\dagger_{00}) \tag{G.16}$$

$$Im\ r^6_{1-1} = \frac{\sqrt{R}}{1+\epsilon R}\frac{1}{\sqrt{2N_TN_L}}\frac{1}{2}Re(A_{10}A^\dagger_{-11} - A_{11}A^\dagger_{-10} + A_{10}A^\dagger_{-1-1} - A_{1-1}A^\dagger_{-10}) \tag{G.17}$$

où $R$ est le rapport des sections efficaces $\gamma^*p$ longitudinale et transverse, donné par la relation suivante :

$$R = \frac{N_L}{N_T} = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}. \tag{G.18}$$

# Bibliographie


[1] H1 Collaboration,DESY Report 96-001 (1996),
The H1 Calorimeter Group, *Nucl. Instrum. Methods* **A336** (1993) 460.

[2] J.A. Crittenden, *Exclusive production of neutral vector mesons at the electron proton collider HERA*, (1997), hep-ex/9704009.

[3] B. Clerbaux, *Electroproduction élastique de mésons $\rho$ à HERA*, thèse de doctorat en sciences, ULB, décembre 1998.
H1 Collaboration, C. Adloff et al., *Elastic Electroproduction of $\rho$ Mesons at HERA*, soumis à *Eur. Phys. J.* **C** (1999), hep-ex/9902019.

[4] ZEUS Collaboration, *The ZEUS Detector*, Status Report, 1993.

[5] T. H. Bauer et al. ,*Rev. Mod. Phys.* **50** (1978) 261.

[6] CHIO Collaboration, W. D. Shambroom et al., *Phys. Rev.* **D26** (1982) 1.

[7] EMC Collaboration, J. J. Aubert et al., *Phys. Lett.* **B161** (1985) 203;
EMC Collaboration, J. Ashman et al., *Zeit. Phys.* **C39** (1988) 169.

[8] NMC Collaboration, P. Amaudruz et al., *Zeit. Phys.* **C54** (1992) 239;
New Muon Collaboration, M. Arneodo et al., *Phys. Lett.* **B332** (1994) 195;
NMC Collaboration, M. Arneodo et al., *Nucl. Phys.* **B429** (1994) 503.

[9] E665 Collaboration, M. R. Adams et al., *Zeit. Phys.* **C74** (1997) 237.

[10] P. Marage, *Diffraction at HERA, An Experimentalist's View*, présenté à “ LAFEX International School on High-Energy Physics (LISHEP 98)”, Rio de Janeiro, Brésil, février 1998, hep-ph/9810551.

[11] A. Doyle, *J. Phys.* **G22** (1996) 797, hep-ex/9601005.

[12] J. Whitmore, *Light Vector Meson Production at HERA*, contribution à la conférence LAFEX-98, Rio de Janeiro, 1998.

[13] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Eur.Phys.J.* **C2** (1998) 247-267;
ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Zeit. Phys.* **C69** (1995) 39.

[14] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Z.Phys.* **C73** (1997) 253-268.

[15] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Phys. Lett.* **B377** (1996) 259-272.

[16] ZEUS Collaboration, J. Breitweg et al., *Z.Phys.* **C75** (1997) 215.

[17] ZEUS Collaboration, J. Breitweg et al., *Eur.Phys.J.* **C6** (1999) 603-627;
ZEUS Collaboration, *Exclusive Electroproduction of $\rho^0$ et $J/\psi$ Mesons at HERA*, contribution à la "29th Int. Conf. on HEP ICHEP98", Vancouver, Canada, 1998;
ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Phys. Lett.* **B350** (1995) 120.

[18] H1 Collaboration, C. Adloff et al., *Charmonium Production in Deep Inelastic Scattering at HERA*, soumis à *Eur. Phys. J.*, hep-ex/9903008.

[19] H1 collaboration, S. Aid et al., *Z. Phys.* **C75** (1997) 607.

[20] B. Clerbaux, *Elastic production of Vector Mesons at HERA: study of the scale of the interaction and measurement of the helicity amplitudes.*, note présentée au "Workshop of Low-x Physics", juin 1999, Tel-Aviv, Israel.

[21] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Phys.Lett.* **B380** (1996) 220;
ZEUS Collaboration, *Exclusive Electroproduction of $\phi$ Mesons at HERA*, contribution "29th Int. Conf. on HEP ICHEP98", Vancouver, Canada, 1998.

[22] A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B348** (1995) 213.

[23] H. Fraas B.J. Read et D. Schildknecht, *Nucl. Phys.* **B88** (1975) 301.

[24] D. Schildknecht, G.A. Schuler et B. Surrow,*Phys. Lett.* **B449** (1999) 328, hep-ph/9810370.

[25] A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Phys. Lett.* **185B** (1987) 403.

[26] A. Donnachie, R.R. Horgan, P.V. Landshoff, *Z. Phys.* **C10** (1981) 71;
A. Donnachie, R.R. Horgan, P.V. Landshoff, *Phys. Lett.* **107B** (1981) 385.

[27] P.V. Landshoff et O. Nachtmann, *Z. Phys.* **C35** (1987).

[28] A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Nucl. Phys.* **B311** (1989) 509;
A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B348** (1995) 213.

[29] J.R. Cudell, *Nucl. Phys.* **B336** (1990) 1.

[30] M.G. Ryskin, *Z. Phys.* **C57** (1993) 89.

[31] S.J. Brodsky, L. Frankfurt, J.F. Gunion, A.H. Mueller et M. Strikman, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 3134.

[32] S. J. Brodsky et G. P. Lepage, *Phys. Rev.* **D22** (1980) 2157.

[33] J. Nemchik et al., *Phys. Lett.* **B341** (1994) 228.

[34] A.D. Martin, M.G. Ryskin et T. Teubner, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 4329, hep-ph/9609448.

[35] J. C. Collins, L. Frankfurt et M. Strikman, *Phys. Rev.* **D56** (1997) 2982.

[36] H1 Collaboration, S. Aid *et al.*, *Nucl. Phys.* **B468** (1996) 3.

[37] ZEUS Collaboration, M. Derrick et al., *Phys.Lett.* **B356** (1996) 601.

[38] M.G. Ryskin, R.G. Roberts, A.D. Martin et E.M. Levin, *Z. Phys.* **C76** (1997) 231, hep-ph/9511228.

[39] ZEUS Collaboration, contribution à la “XXVIII International Conference on High Energy Physics”, Warsaw, July 1996.

[40] A.D. Martin, R.G. Roberts et W.J. Stirling, *Phys.Lett.* **B387** (1996) 419-426.

[41] J.R. Cudell et I. Royen, *Phys. Lett.* **B397** (1997) 317

[42] I. Royen, J. R. Cudell, *Nucl. Phys.* **B545** (1999) 505-525.

[43] L. Frankfurt, W. Koepf et M. Strikman, *Phys. Rev.* **D57** (1998) 512-526.

[44] L. Frankfurt, W. Koepf et M. Strikman, *Phys. Rev.* **D54** (1996) 3194.

[45] J. F. Gunion et D. E. Soper, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 2617.

[46] F. Low, *Phys. Rev.* **D 12** (1975) 163;
S. Nussinov, *Phys. Rev. Lett.* 34 (1975) 1286.

[47] J.F. Gunion et D. Soper, *Phys. Rev.* **D12** (1975) 163.

[48] J.R. Cudell et B.U. Nguyen, *Nucl. Phys.* **B420** (1994) 669.
E.M. Levin et M.G. Ryskin, *Sov. J. Nucl. Phys.* **34** (1981) 619.

[49] J.R. Cudell et O.F. Hernández, *Nucl. Phys.* **B471** (1996) 471.

[50] R.R. Horgan, P.V. Landshoff, D.M. Scott, *Phys. Lett.* **110B** (1982) 493.

[51] “Quantum Field Theory”, C. Itzykson et J.B. Zuber, McGraw-Hill International Book Company, 1980.

[52] J.R. Forshaw and D.A. Ross, *Quantum chromodynamics and the pomeron*, Cambridge, *UK: Univ. Pr.* (1997) 248 p.

[53] H. Cheng and T.T. Wu, *Expanding Protons: Scattering At High-Energies*, Cambridge, USA: MIT-PR. (1987) 285p.

[54] A. Hebecker et P.V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B419** (1998) 393; hep-ph/9710296, et séminaire donné aux “33rd Rencontres de Moriond: QCD et High Energy Hadronic Interactions”, Les Arcs, France, 21-28 Mar 1998, hep-ph/9805321.

[55] J.R. Cudell, A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Nucl. Phys.* **B322** (1989) 55;
J.R. Cudell, A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Nucl. Phys.* **B482** (1996) 241, hep-ph/9602284.

[56] J. Gayler (H1 collaboration), contribution à ICHEP96, “28th International Conference on High Energy Physics”, Warsaw, juillet 1996,http://www-h1.desy.de/psfiles/proceedings/warsaw-96jg.ps.

[57] F. Halzen et A. D. Martin, *Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons (1984).

[58] Particle Data Group, L. Montanet et al., *Phys. Rev.* **D50** (1994) 1173.

[59] H1 Collaboration, S Aid et al., *Nucl. Phys.* **B463** (1996) 3;
H1 collaboration, S. Aid et al., *Nucl. Phys.* **B472** (1996) 3;
H1 Collaboration, T. Ahmed et al., *Phys. Lett.* **B338** (1994) 507.

[60] J.A. Crittenden, contribution aux proceedings de "LISHEP International School on High-Energy Physics", Rio de Janeiro, Brésil, février 1998, hep-ex/9806020.

[61] H1 Collaboration, C. Adloff et al., *Phys. Lett.* **B421** (1998) 385, e-Print Archive: hep-ex/9711012.

[62] ZEUS Collaboration, J.Breitweg et al., *Measurement of the Spin-Density Matrix Elements in Exclusive Electroproduction of $\rho^0$ Mesons at HERA*, DESY 99-102, soumis à *Eur. Phys. J.*, (juillet 1999).

[63] J. Ballam et al. ,*Phys. Rev.* **D5** (1972) 545.

[64] K. Schilling et G. Wolf, *Nucl. Phys.* **B61** (1973) 381.

[65] G. Cohen-Tannoudji et Ph. Salin, *Nuovo Cimento* **56A** (1968) 952.

[66] Particules et Fields, *Phys. Rev.* **D54** (1998).

[67] M.G. Ryskin, *Sov. J. Nucl. Phys.* **52** (1990) 529, *Nucl. Phys. B (Proc.Suppl.)* **C18** (1991) 162.

[68] A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B123** (1983) 345.
A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Nucl. Phys.* **B231** (1984) 189.
A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Nucl. Phys.* **B244** (1984) 322.

[69] H1 Collaboration, *Elastic Electroproduction of $\rho$ and $\phi$ Mesons for* $1 < Q^2 < 60$ *$GeV^2$ at HERA*, contribution à la "29th Int. Conf. on HEP ICHEP98", Vancouver, Canada (1998), soumis à *Eur. Phys. J.*.

[70] ZEUS Collaboration, J.Breitweg et al., DESY 98-107, soumis à *Eur. Phys. J.*.

[71] A. Donnachie et P.V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B437** (1998) 408, hep-ph/9806344.

[72] V. D. Barger et R. J.N. Phillips, *Collider Physics*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., (1996)

[73] K. Goulianos, *Phys. Rep.* **101** (1983) 169.

[74] R. E. Cutkovsky, *J. Math. Phys.* **1** (1960) 429.
M. E. Peskin et D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley Publishing Company, (1997).

[75] I. J. R. Aitchison et A. J. G. Hey, *Gauge Theories in Particles Physics*, seconde édition, Institute of Physics Publishing (1993).

Plusieurs contributions présentées lors de divers workshops et conférences ont également été utilisées pour récolter les données expérimentales.

# Remerciements.

Je tiens tout d'abord à remercier Jean René Cudell qui a accepté de superviser ce travail de thèse pendant ces quatre années. Ce travail n'aurait pu être mené à bien sans les nombreuses discussions que nous avons eues, son aide constante et sa disponibilité. Je lui suis profondément reconnaissante de m'avoir guidée dans mes recherches, d'avoir partagé ses connaissances et son expérience. Je le remercie également pour le soin accordé à la lecture de la version initiale du manuscrit, pour les commentaires et corrections qu'il y a apportés.

Je remercie vivement le Professeur Joseph Cugnon de m'avoir accueillie dans son service et de m'avoir orientée vers ce travail. Je lui suis reconnaissante d'avoir accepté et soutenu mes nombreuses demandes en ce qui concerne les écoles, les séminaires et workshops ainsi que pour les discussions que nous avons eues.

Tous mes remerciements à Pierre Marage et à Barbara Clerbaux pour m'avoir toujours tenue au courant des mesures expérimentales les plus récentes, pour m'avoir fait visiter les installations du collisionneur HERA à Hambourg et pour m'avoir toujours bien accueillie à Bruxelles. Les nombreuses conversations enrichissantes que nous avons eues ainsi que leurs remarques pertinentes m'ont guidée dans mes recherches. Un merci tout particulier à Pierre pour avoir lu et commenté avec beaucoup d'attention une partie de cette thèse, malgré un emploi du temps chargé.

Je voudrais également remercier Markus Diehl pour avoir suivi de très près nos calculs et les publications de nos modèles, pour ses remarques plus que pertinentes, même si elles remettaient quelques fois en question nos idées préconçues.

Je remercie chaleureusement André Burnel pour avoir prêté une attention toute particulière à la relecture de ce travail, pour le regard nouveau qu'il a posé dessus et pour les nombreux commentaires qui m'ont beaucoup aidée dans la rédaction.

Je suis très reconnaissante à Bruno Van den Bossche et à nouveau à Jean René Cudell pour leur aide et leur secours indispensables en informatique. Sans leur patience, et l'acharnement tout particulier de Jean René pour me rendre les nombreux outils informatiques accessibles, ce travail ne serait probablement pas encore terminé.

Enfin, je remercie tous ceux qui, d'une manière ou d'une autre, ont contribué à la réalisation et à la rédaction de cette thèse : les membres du groupe de Physique Nucléaire Théorique et autres physiciens; mes parents qui ont passé beaucoup de temps à relire ce travail; mon frère et ma soeur pour leurs encouragements; mes amis pour leur soutien moral et bien sûr David qui m'a sans cesse encouragée dans mes choix et soutenue dans les moments plus difficiles.